

ПОТУЖНОСТІ ЕНЕРГОПРОЦЕСІВ У КОЛАХ ЗМІННОГО СТРУМУ

Розглянуто алгоритм розкладу середньоквадратичного значення миттєвої потужності на ортогональні складові. Показано, що кожна з цих складових визначається через парну і непарну частини напруги і струму. Наведено приклад такого розкладу і результати еквівалентування складних періодичних енергопроцесів більш простими, що описуються гармонічними напругами і струмами.

The algorithm of decomposition of a mean square values of an instantaneous capacity onto orthogonal components is considered. It is shown that the each of these components is determined by even and odd parts of a power and a current. We represent the example of such decomposition as well as result of equalization of complex periodic energies processes by simpler ones those are described by harmonic powers and currents.

Дослідження інтенсивності й якості енергетичних процесів у колах змінного струму переважно передбачають використання енергетичного підходу, що ґрунтується на поняттях потужності, енергії або відповідних критеріях ефективності. Серед потужностей найбільш інформативною, стосовно процесів передачі та перетворення енергії, вважається миттєва потужність [1]

$$p(t)=u(t) \cdot i(t), \quad (1)$$

де $u(t)$, $i(t)$ – миттєві значення напруги та струму. Але практично більш поширеним є не використання осцилограм (1), а величин, що безпосередньо вимірюються вольтметрами, амперметрами чи ватметрами. Зокрема, це середньоквадратичні, тобто діючі (ефективні) значення напруг U і струмів I та відповідні значення повної (позірної) потужності S .

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}, \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}, \quad (2)$$

$$S=U \cdot I. \quad (2)$$

Ця повна потужність може бути подана через ортогональні (квадратурні) складові у вигляді

$$S^2 = P^2 + Q_F^2, \quad (3)$$

де $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$ – середнє значення миттєвої потужності, або активна потужність, Q_F – неробоча потужність [2].

Поряд із дослідженнями енергопроцесів в області часу широко використовуються дослідження

у частотній області, оперуючи спектрами (спектрограмами). Тоді (1) зображується спектральною трансформантою потужності [3] (комплексна миттєва потужність)

$$\hat{P} = \hat{U} \otimes \hat{I}, \quad (4)$$

де \hat{U} та \hat{I} – спектральні трансформанти напруги $u(t)$ та струму $i(t)$, \otimes – оператор згортки. При цьому середнє значення (4) дає комплексну величину

$$\dot{P} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{P} dt = P + jQ, \quad (5)$$

де P і Q – активна і реактивна потужності.

Отже,

$$|\dot{P}|^2 = P^2 + Q^2. \quad (6)$$

Зауважимо, що реактивна потужність, подібно до активної (3), може бути подана в інтегральній формі через зображення за Гільбертом для $u(t)$ та $i(t)$ [4]. Крім цього, при гармонічних струмах і напругах як активна, так і реактивна потужності задовольняють умови балансу і дають можливість визначити кути фазового зсуву між напругою і струмом двополюсника

$$\varphi = \arctg(Q/P). \quad (7)$$

Ці властивості реактивної потужності і спричинили її широке використання в інженерній практиці [5].

При аналізі полігармонічних процесів, основні зусилля дослідників скеровані на пошук означень і з'ясування фізичної суті реактивної потужності. З іншого боку, оцінку ефективності пристроїв у

таких режимах роботи пропонується здійснювати [6], виходячи із середньоквадратичного (діючого, ефективного) значення миттєвої потужності

$$M^2 = \frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt = P^2 + 2 \sum_{\kappa=1}^{\infty} |P_{\kappa}|^2, \quad (8)$$

де κ – номер гармоніки миттєвої потужності.

Такий підхід дає можливість оцінити вплив пульсацій енергії на якість її перетворення.

На даний час поряд із гармонічними широкого вжитку набули періодичні в часі, але негармонічні напруги і струми, а процедури вимірювань все більше орієнтуються на використання мікропроцесорної техніки. Тому актуальними залишаються задачі математичного опису таких процесів та практичних вимірювань основних їх характеристик.

За своїм змістом дана робота скерована на подальший розвиток існуючих та пошук нових алгоритмів вимірювання потужностей періодичних енергопроцесів і формування відповідних критеріїв оцінки їх ефективності.

При цьому основна увага зосереджена на дослідженні миттєвих потужностей усталених періодичних процесів, типових для більшості випадків передачі та перетворення електричної енергії. З короткого попереднього аналізу електромагнітних процесів з енергетичної точки зору впливає доцільність пошуку шляхів розкладу потужностей на ортогональні складові. Ідучи цим шляхом, у даній роботі пропонується ортогональні складові діючої потужності (8) подати через ортогональні складові напруги $u(t)$ і струму $i(t)$. Згідно з перетворенням Хартлі [7]

$$\begin{aligned} u(t) &= u^{\text{П}}(t) + u^{\text{Н}}(t), \\ i(t) &= i^{\text{П}}(t) + i^{\text{Н}}(t), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{де } u^{\text{П}}(t) = \frac{u(t) + u(-t)}{2}, \quad u^{\text{Н}}(t) = \frac{u(t) - u(-t)}{2},$$

$$i^{\text{П}}(t) = \frac{i(t) + i(-t)}{2}, \quad i^{\text{Н}}(t) = \frac{i(t) - i(-t)}{2} -$$

парна й непарна складові напруги і струму.

Враховуючи це, (1) набуває вигляду

$$p(t) = p^{\text{П}}(t) + p^{\text{Н}}(t), \quad (10)$$

де $p^{\text{Н}}(t) = u^{\text{П}}(t)i^{\text{Н}}(t) + u^{\text{Н}}(t)i^{\text{П}}(t)$ – непарна складова, $p^{\text{П}}(t) = u^{\text{П}}(t)i^{\text{П}}(t) + u^{\text{Н}}(t)i^{\text{Н}}(t)$ – парна складова миттєвої потужності. Тоді, згідно з (3) і (8), одержуємо, що

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p^{\text{П}}(t) dt, \\ M^2 &= W^2 + V^2, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{де } W^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (p^{\text{П}}(t))^2 dt \quad \text{і} \quad V^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (p^{\text{Н}}(t))^2 dt.$$

У випадку гармонічних струмів і напруг, період коливань яких T , (9) набуває вигляду:

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) = U_m^{\text{П}} \cos(\omega t) + U_m^{\text{Н}} \sin(\omega t),$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i) = I_m^{\text{П}} \cos(\omega t) + I_m^{\text{Н}} \sin(\omega t),$$

$$\text{де } U_m^{\text{П}} = U_m \cos(\varphi_u), \quad U_m^{\text{Н}} = U_m \sin(\varphi_u),$$

$$I_m^{\text{П}} = I_m \cos(\varphi_i), \quad I_m^{\text{Н}} = I_m \sin(\varphi_i).$$

Тоді

$$P_0 = \frac{1}{2} (U_m^{\text{П}} I_m^{\text{П}} + U_m^{\text{Н}} I_m^{\text{Н}}),$$

$$V^2 = \frac{1}{8} (U_m^{\text{П}} I_m^{\text{Н}} - U_m^{\text{Н}} I_m^{\text{П}})^2 = \frac{1}{8} V_0^2, \quad (12)$$

тобто $V_0^2 = (U_m^{\text{П}} I_m^{\text{Н}} - U_m^{\text{Н}} I_m^{\text{П}})$ при умові, що

$$4U_m^{\text{П}} I_m^{\text{Н}} U_m^{\text{Н}} I_m^{\text{П}} = 0.$$

Практично ця умова досягається зміною початку відліку довжини періоду вздовж осі часу.

Очевидно, що кут фазового зсуву між струмом і напругою буде

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_i - \varphi_u = \arctg \left(\frac{I_m^{\text{Н}}}{I_m^{\text{П}}} \right) - \arctg \left(\frac{U_m^{\text{Н}}}{U_m^{\text{П}}} \right) = \\ &= \arctg \left(\frac{I_m^{\text{Н}} U_m^{\text{П}} - I_m^{\text{П}} U_m^{\text{Н}}}{I_m^{\text{П}} U_m^{\text{П}} + I_m^{\text{Н}} U_m^{\text{Н}}} \right). \end{aligned}$$

Враховуючи (12) і (7),

$$\varphi = \arctg \sqrt{\frac{2V_0^2}{P_0^2}} = \sqrt{\frac{Q^2}{P_0^2}}, \quad (13)$$

де $Q^2 = 2V_0^2$.

Подібним чином можна аналізувати довільні періодичні процеси, що в подальшому дозволить еквівалентувати їх більш простими і всебічно дослідженими процесами.

З цією метою проаналізуємо (11) з урахуванням (9). Тоді

$$\begin{aligned} V_0^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T (u^{\text{П}}(t)i^{\text{Н}}(t) - u^{\text{Н}}(t)i^{\text{П}}(t))^2 dt + \\ &+ \frac{1}{T} \int_0^T 4u^{\text{П}}(t)i^{\text{Н}}(t)u^{\text{Н}}(t)i^{\text{П}}(t) dt. \end{aligned} \quad (14)$$

Якщо початок відліку часу вибрано так, що другий (інтерференційний [8]) доданок (14) набуває нульового значення, то

$$V^2 = V_0^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (u^\Pi(t)i^H(t) - u^H(t)i^\Pi(t))^2 dt.$$

Відповідно,

$$P = P_0 = \frac{1}{T} \int_0^T (u^\Pi(t)i^\Pi(t) + u^H(t)i^H(t)) dt,$$

$$W^2 = W_0^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (u^\Pi(t)i^\Pi(t) + u^H(t)i^H(t))^2 dt,$$

$$D_0^2 = W_0^2 - P_0^2. \quad (15)$$

Рівності (15) складають основу алгоритму пошуку ортогональних складових середньоквадратичного значення миттєвої потужності

$$M_0^2 = W_0^2 + V_0^2 = P_0^2 + D_0^2 + V_0^2, \quad (16)$$

де складові діючої потужності M_0 можна поіменувати так: P_0 – активна, D_0 – дисперсійна [9], W_0 – скалярна і V_0 – векторна потужності [10].

При цьому у прямокутних координатах (P_0 , D_0 , V_0), згідно з (16), можна побудувати графічну конструкцію для визначення M_0 (рис.1).

Відповідно еквівалентний фазовий зсув між струмом і напругою та еквівалентна реактивна потужність, згідно з (13), будуть

$$\varphi_0 = \arctg \sqrt{\frac{2V_0^2}{P_0^2}}, \quad (17)$$

$$Q_0^2 = 2V_0^2.$$

Дослідження гармонічних процесів у складному електричному колі показали, що величини P_0 , W_0 , D_0 задовольняють умову балансу потужностей, тоді як величина P_0 задовольняє цю умову тільки при попередньому присвоєнні їй відповідного знака, в залежності від характеру реактивного двополосника (ємнісний чи індуктивний). Крім того, дисперсійна і векторна потужності характерні саме для резистивних і реактивних двополосників відповідно.

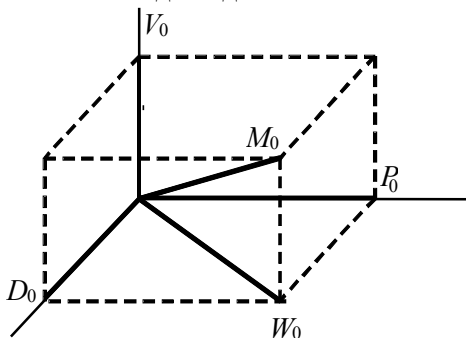


Рис.1. Графічна конструкція для знаходження діючої потужності M_0 .

Разом з тим зауважимо, що в гармонічних величинах, які використовують як еквівалентні, можлива варіація тільки амплітуди і фазового зсуву. Тому еквівалентувати складні процеси можна також лише за двома величинами, користуючись рівностями:

$$P_0 = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi, \quad V_0 = \frac{1}{2\sqrt{2}} U_m I_m \sin \varphi,$$

$$M_0 = \frac{1}{2\sqrt{2}} U_m I_m \sqrt{3 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}. \quad (18)$$

Крім цього, на основі (16) критерій неефективності [11] можна подати у вигляді

$$\frac{M_0^2}{P_0^2} = 1 + \frac{D_0^2}{P_0^2} + \frac{V_0^2}{P_0^2}$$

або

$$\Delta_M^2 = 1 + \Delta_D^2 + \Delta_V^2. \quad (19)$$

Чим менші Δ_D^2 і Δ_V^2 , тим ефективніше протікають процеси енергоперетворення в електричних колах. У граничному випадку вони набувають нульових значень, тобто реалізується найбільш ефективний режим енергоперетворення, властивий для кіл постійного струму.

Особливості процесів енергоперетворення в колах змінного струму розглянемо на кількох прикладах [12,13,14].

Нехай відомі осцилограми миттєвих напруг і струмів. Необхідно визначити потужності, оцінити ефективність енергопроцесів, а також сформувати гармонічний еквівалент за активною потужністю та кутом фазового зсуву. При цьому для еквівалентної гармонічної напруги взята нормована одинична амплітуда, тобто

$$u(t) = U_m \sin \omega t = 1 \cdot \sin \omega t.$$

Тоді амплітуда еквівалентного гармонічного струму за (18) матиме величину

$$I_m = \frac{2P_0}{\cos \varphi}. \quad (20)$$

Результати розрахунків, що проводилися за (15), (16), (19), для зручності порівняльного аналізу, зведені в таблиці 1, 2.

Приклад 1. Резистор R через паралельно-зустрічно ввімкнуті тиристори (рис.2а), під'єднаний до джерела гармонічної напруги. Кут ввімкнення тиристорів складає 90° . Осцилограми напруги і струму (рис.2а,б), що мають одиничну амплітуду, можуть бути описані, на одному періоді коливань такими залежностями:

$$u(t) = 1 \cdot \sin \omega t,$$

$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t < \frac{T}{4}, \frac{T}{2} \leq t < \frac{3}{4}T, \\ 1 \sin \omega t & \text{при } \frac{T}{4} \leq t < \frac{T}{2}, \frac{3}{4}T \leq t < T. \end{cases}$$

Тоді заданий енергопроцес із миттєвою потужністю (рис.2в) можна подати еквівалентним процесом з гармонічним струмом

$$i(t) = 0,9985 \cdot \sin(\omega t + 59,72^\circ).$$

Таблиця 1.

Параметр	Приклад 1		Приклад 2	
	завдан.	еквівал.	завдан.	еквівал.
P_0^2	0,0633	0,0634	0,0833	0,0834
D_0^2	0,0329	0,0317	0,0469	0,0417
W_0^2	0,0962	0,095	0,1302	0,125
V_0^2	0,0929	0,0929	0,0469	0,0469
M_0^2	0,1892	0,188	0,1771	0,1719
φ_0	59,724	59,724	46,686	46,686
Δ_D^2	05197	0,5	0,5625	0,5
Δ_V^2	1,467	1,467	0,5625	0,5625

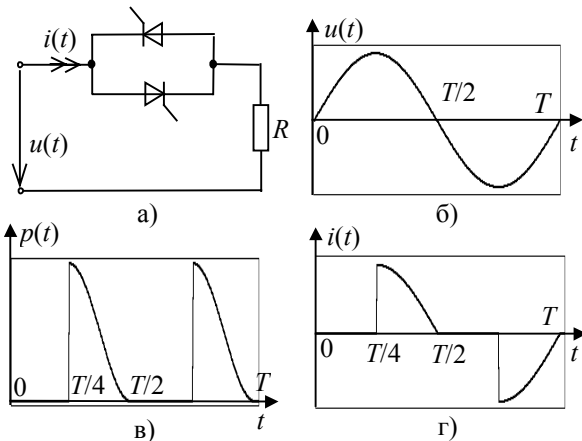


Рис.2. Схема електричного кола (а), осцилограми: напруги (б), струму (в), потужності (г).

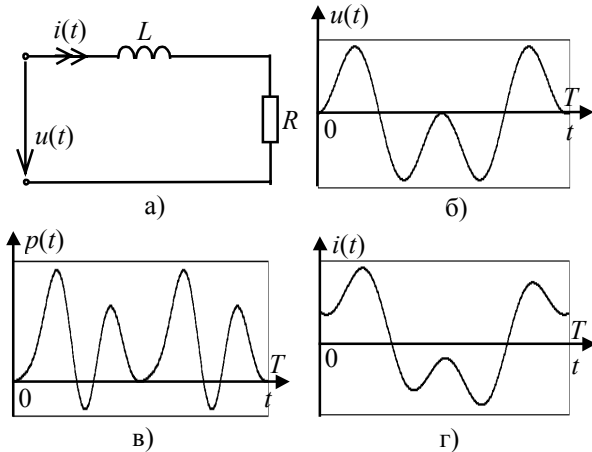


Рис.3. Схема електричного кола (а), осцилограми: напруги (б), струму (в), потужності (г).

Приклад 2. Послідовно з'єднані резистор та індуктивність утворюють двополюсник (рис.3а), під'єднаний до джерела, напруга якого (рис.3б)

$$u(t) = 1 \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) + 1 \cdot \sin(3\omega t + 210^\circ),$$

що викликає струм (рис.3в)

$$i(t) = 0,5 \cdot \sin(\omega t + 60^\circ) + 0,2886 \cdot \sin(3\omega t + 210^\circ)$$

миттєвою потужністю $p(t)$ (рис.3г). Тоді гармонічний еквівалент матиме струм

$$i(t) = 0,8665 \cdot \sin(\omega t + 48,213^\circ).$$

Приклад 3. Струм (рис.4а) і напруга (рис.4б) двополюсника описується залежностями

$$u(t) = 1 \cdot \text{sign}(\sin \omega t),$$

$$i(t) = \begin{cases} 4 \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{4} \right) & \text{при } 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ 4 \left(\frac{3}{4} - \frac{t}{T} \right) & \text{при } \frac{T}{2} \leq t < T \end{cases}$$

Тоді цьому енергопроцесу з потужністю $p(t)$ (рис.4в) відповідає гармонічний струм еквівалентного процесу $i(t) = 1 \cdot \sin(\omega t)$.

Приклад 4. На відміну від попереднього прикладу, струм (рис.4г) набуває значення

$$i(t) = 1 \cdot \text{sign}(\sin(\omega t + 90^\circ)),$$

що відповідає потужності $p(t)$ (рис.4е). Амплітуду струму гармонічного еквівалента знаходимо за (18). Тобто

$$I_m = \frac{2\sqrt{2}V_0}{U_m \sin(\varphi)} = 2\sqrt{2} \cdot 0,5745 = 1,6249.$$

Тоді еквівалентний гармонічний струм буде

$$i(t) = 1,6249 \sin(\omega t + 90^\circ).$$

З аналізу одержаних результатів випливає, що величина D_0 , як і V_0 чи φ_0 може бути використана для оцінки якості перетворення енергії в інші види енергії.

Таблиця 2.

Параметр	Приклад 3		Приклад 4	
	завдан.	еквівал.	завдан.	еквівал.
P_0^2	0,2500	0,2500	0	0
D_0^2	0,0833	0,1250	0	0
W_0^2	0,3333	0,3750	0	0
V_0^2	0	0	0,3333	0,3333
M_0^2	0,3333	0,3750	0,3333	0,3333
φ_0	0	0	90	90
Δ_D^2	0,3333	0,5000	–	–
Δ_V^2	0	0	–	–

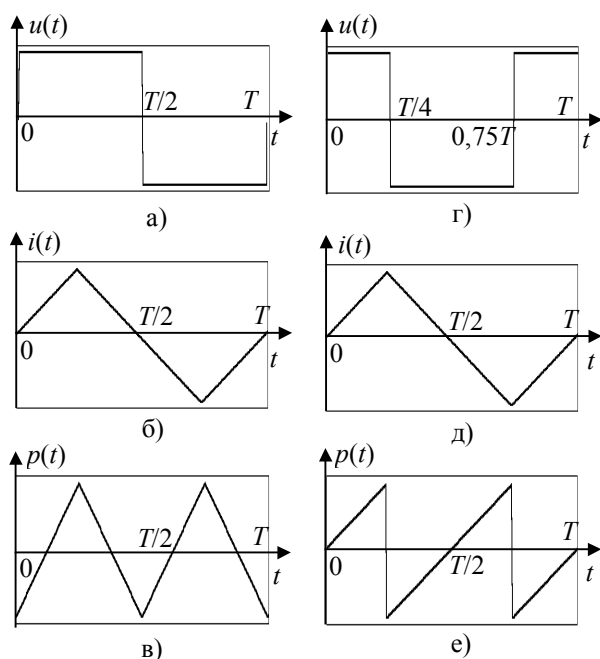


Рис. 4. Осцилограми напруг (а,г), струмів (б,д), потужностей (в,е) двополюсника.

Підсумовуючи усе вищеписане, зазначимо, що середньоквадратичне значення миттєвої потужності періодичних енергопроцесів – це векторна сума ортогональних складових, які в інтегральній формі виражаються через парну і непарну частини напруги та струму.

При цьому кожна з цих ортогональних складових або їх відношення характеризують інтенсивність і якість енергопроцесів в цілому чи окремих їх сторін.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Крогерис А.Ф., Рашиєвиц К.К., Треманис Э.П., Шинка Я.К. Оценка энергетических процессов по мгновенной электрической мощности // Изв. АН Латв. Респ. Сер. физ. и техн. наук. - 1985. - 6. - С.53-64.
2. Fryze S. Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia // Przegląd Elektrotechniczny. - 1931. - 7, №8 - S.193-203.
3. Величко Ю.Т. Анализ напряжений, токов и мощностей в линейном многополюснике // Изв. вузов. Радиоэлектроника. - 1969. - 12, №8. - С.767- 786.
4. Цицикян Г.Н. Работы Кваде и некоторые замечания по понятиям электрической мощности // Электричество. - 2000. - №8. - С.34-41.
5. Мельников Н.А. Реактивная мощность в электрических сетях. - М.: Энергия, 1975.
6. Ерихов М.М. "Кoeffициент неизменности мощности" в цепях не синусоидального тока // Электричество. - 1994. - №5. - С.53-55.
7. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли - М.: Мир, 1990.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. - М.: Наука, 1973.
9. Зорьев А.О. Средняя мощность сигналов // Метрология. - 1985. - 11.- С.20-23.
10. Rosenzweig I. Symboliczny Wielowymiarowy Rachunek Wektorowy jako Metoda Analizy Układow Wielofazowych. - Lwow, 1939.
11. Зиновьев Г.С. Критерии эффективности энергопроцессов в вентильных преобразователях. - 1983. - (Препр. / Институт электродинамики АН СССР: №342).
12. Караев Р.И., Силкин В.Н. Активная и неактивная мощность электрических систем // Электричество. - 1989. - 12. - С.56-59.
13. Рашиєвиц К.К., Треманис Э.П., Шинка Я.К. Активная и неактивная мощность электрических систем // Электричество. - 1991. - №4. - С.80-82.
14. Жарков Ф.И. Об одном способе определения реактивной мощности // Изв. АН СССР. Сер. энергетика и транспорт. - 1984. - 2. - С.73-81.