УДК 537.311.322

© 2003р. А.Н. Гончарук, В.В. Жихаревич, І.М. Раренко

Чернівецький національний університет ім. Юрія Федьковича, Чернівці

ТИПИ ОДНОМІРНОГО РОЗПОДІЛУ ЗАРЯДУ У ВЛАСНОМУ НАПІВПРОВІДНИКУ

Проаналізовано всі можливі типи одномірного розподілу вільного заряду у власному невиродженому напівпровіднику.

All possible types of one-dimensional distribution of free charge in intrinsic nondegenerated semiconductor have been analyzed.

Як відомо, малість концентрації вільних носіїв заряду в напівпровідниках спричиняє не тільки можливість її значної зміни в залежності від зовнішнього оточення, але й макроскопічний характер можливої неоднорідності їх розподілу. Ці взаємопов'язані питання розглядалися ще на початку розвитку сучасної теорії напівпровідників [1], ввійшли в монографії (ефект поля, контактні явища) [2] і застосовуються на практиці (МДН-структури, гетероструктури) [3]. Разом з тим основна увага приділяється достатньо товстим (порівняно з довжиною неоднорідності) домішковим напівпровідникам. Власні напівпровідники з товщиною порядка дебаївської довжини екранування розглядалися в [4-6]. Проте для цих робіт характерні як розгляд лише деяких конкретних випадків, так і занадто формальне подання точних відповідей у вигляді різних складних математичних виразів. Неминуче виникають питання як стосовно поведінки знайдених розв'язків, так і відносно ситуації для інших випадків. Між тим у своїй загальній постановці задача про розподіл вільного заряду у власному невиродженому напівпровіднику проста, допускає повний фізично ясний якісний аналіз. Звернути на це увагу і є основною метою даної роботи.

Розглянемо пластину власного напівпровідника (так, що всі характеристики змінюються лише вздовж її товщини – вісі Ox) в стані термодинамічної рівноваги із оточенням, яке не порушує одновимірності системи. Допускається обмін електронами між напівпровідником і контактуючими з ним тілами, проте розглядаються лише такі ситуації, коли немає проходження струму. Вільний заряд у напівпровіднику перебуває у стані квазічастинок – електронів провідності і дірок, для концентрацій яких $n(x)$ і $p(x)$ у випадку власного невиродженого напівпровідника маємо [2]:

$$n(x) = n_0 e^{\psi(x)}, \quad p(x) = n_0 e^{-\psi(x)}, \qquad (1)$$

$$\psi(x) \equiv \frac{\Delta\mu + e\varphi(x)}{kT}, \qquad (2)$$

де n_0 – концентрація електронів провідності (дірок) в однорідному стані ізольованого незарядженого напівпровідника, $\Delta\mu$ – зміна хімічного потенціалу системи квазічастинок порівняно з цим станом, e – абсолютна величина заряду електрона, $\varphi(x)$ – електростатичний потенціал, k – постійна Больцмана, T – температура. Отже, розподіли заряду, електричного поля, потенціалу у напівпровіднику виражаються через $\psi(x)$. Безрозмірна функція $\psi(x)$ визначається із рівняння Максвела для електростатичного потенціалу $\varphi''(x)$=–$\rho(x)/(\varepsilon\varepsilon_0)$ ($\rho(x)$ – густина вільних зарядів, ε – діелектрична постійна напівпровідника, ε_0 – діелектрична стала), яка при врахуванні (1), (2) така:

$$\psi''(\xi) = \mathrm{sh}(\psi(\xi)), \qquad (3)$$

де $\xi = x/l_D$ – безрозмірна координата, а дебаївська довжина екранування $l_D = (\varepsilon\varepsilon_0 kT/2e^2 n_0)^{1/2}$. Зрозуміло, що знаходження $\psi(x)$ потребує врахування граничних умов для $\varphi(x)$, а також інших додаткових умов, що визначають $\Delta\mu$. Однак для цілей даної роботи достатньо проаналізувати загальний розв'язок рівняння (3), кожен же фізично конкретний вираз для $\psi(x)$ фіксується певними значеннями констант інтегрування.

Диференціальне рівняння (3) належить до типу $f''(x) = F[f(x)]$ –аналіз і спосіб інтегрування якого описані в математичних довідниках [8] і монографіях [7]. Найбільш простий і прозорий, з фізичної точки зору, підхід полягає в тому, щоб розглядати рівняння (3) як таке, що описує одномірний рух механічної частинки в потенціальному полі [9]. Тоді (3) – рівняння для "зміщення" ψ механічної частинки маси m=1 в залежності від "часу" ξ при одномірному русі в полі U, і має вигляд ψ= –ch(ψ)+ *const* (надалі *const*=1). Як відомо, така задача допускає як повний якісний аналіз, так і інтегрування в загальному вигляді [8]. При цьому слід виходити відразу із першого інтегралу – рівняння, що виражає закон збереження "енергії" W:

$$\frac{\psi'^2(\xi)}{2} - \mathrm{ch}(\psi(\xi)) + 1 = W\ . \qquad (4)$$

Другою і останньою константою інтегрування є довільна постійна ξ_0, що входить у розв'язки (4) у вигляді $\psi(\xi-\xi_0)$. Надалі ми розглядатимемо лише один з таких розв'язків, вибираючи його як найбільш симетричного і адекватного ситуації.

Дамо якісний аналіз розв'язків рівняння (3), використовуючи (4) разом із звичними за такого розгляду рисунками, що зображають хід $U(\psi)$ (рис.1), а також фазові траєкторії (4) (рис.2) [9].

З рис.1 випливає, що існують три основні типи "руху": (+) – проходження над потенціальним горбом (W>0), (0) – рух на рівні вершини горба (W=0), (–) – відбивання від горба (W<0).

При W>0 маємо монотонне зростання ψ від –∞ до +∞ – $\psi_+(\xi)$; існує також розв'язок, що відповідає зміні знаку "часу" ξ і описує обернену монотонну зміну ψ від +∞ до –∞ – $\psi_+^{(-)}(\xi) \equiv$ $\equiv \psi_+(-\xi)$. На рис.1-3 ці розв'язки зображені відповідно суцільними та пунктирними лініями (як і для двох інших типів). Використовуючи симетрію потенціалу ($U(\psi)=U(-\psi)$), легко показати, що при фіксації розв'язку умовою $\psi_+(0)=0$ отримуємо $\psi_+(-\xi) = -\psi_+(\xi)$, тобто $\psi_+(\xi)$ – непарна функція і $\psi_+^{(-)}(\xi) = -\psi_+(\xi)$.

Зауважимо, що зміна ψ від –∞ до +∞ відбувається на скінченому інтервалі "часу" ξ величина якого монотонно зростає від нуля при W=+∞ до нескінченності при W=+0. Причина цього в тому, що "сила" sh(ψ) і відповідно "швидкість" ψ' експоненційно зростають з "відстанню", так що рух в околі |ψ|=∞ відбувається за скінчений проміжок часу; із зменшенням W – зростає до нескінченності час руху в області вершини горба. Вищевказаний нефізичний результат ліквідується врахуванням виродження. Тоді $n(x)$, $p(x)$, а отже й $\rho(x)$ замінюються на обмежені функції так, що значення |ψ|=∞ досягаються при |ξ|=∞. Сказане, однак, не означає недостовірності чи недоцільності використання (1)-(3). По-перше, якщо |ψ|*– граничне значення невиродженості напівпровідника, то кожен конкретний розподіл вільного заряду у напівпровіднику товщиною l правильно описується певною ділянкою, довжиною l, якогось із розв'язків (3) на якій |ψ|<|ψ|*. Коли ж такої ділянки не існує, то це означає, що реалізація у напівпровіднику даного розв'язку неможлива без порушення його невиродженості. По-друге, із зменшенням n_0 до нуля, |ψ|* збільшується до нескінченності так, що для низьких температур чи напівпровідників із широкою забороненою зоною формули (1)-(3) справедливі в широкій області значень ψ.

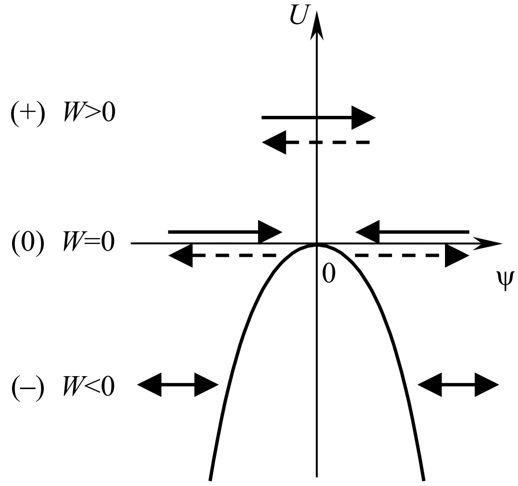

Рис.1. "Потенціальна енергія" і різні типи "руху".

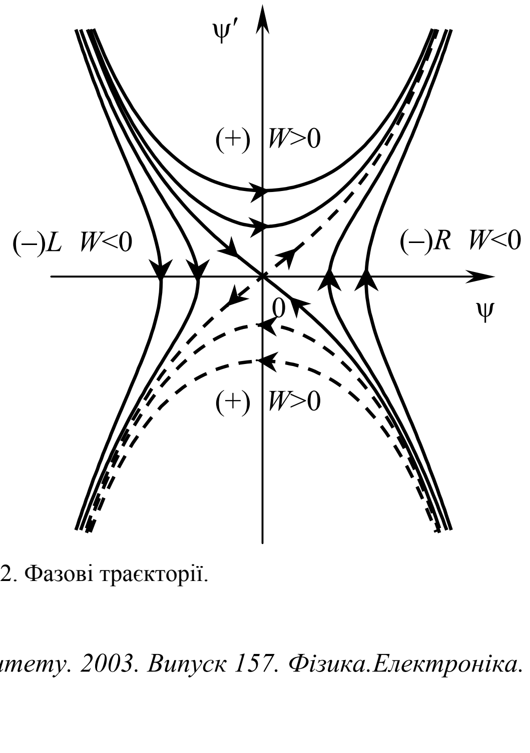

Рис.2. Фазові траєкторії.

Зроблені нами, зауваження в рівній мірі стосуються і двох інших типів розв'язків з W=0 і W<0, де також нескінченно великі значення $|\psi|$ досягаються при скінчених ξ.

При W=0 існує розв'язок, що описує монотонне наближення із $-\infty$ до вершини горба (ψ=0) із зупинкою в ній – $\psi_{0L}(\xi)$.Зміна знаку "часу" дає ще розв'язок $\psi_{0L}{}^{(-)}(\xi) \equiv \psi_{0L}(-\xi)$ із оберненою зміною ψ. Крім того можливі аналогічні наближення (вже з $\psi=+\infty$) і відхід справа від вершини горба – $\psi_{0R}(\xi)$ і $\psi_{0R}{}^{(-)}(\xi) \equiv \psi_{0R}(-\xi)$. Характерною ознакою цього випадку є асимптотичний "рух" в околі ψ=0. Тому фіксація розв'язків повинна проводитись із умов $\psi_{0R,L}(\xi)$=const≠0 – єдиний визначений варіант полягає у виборі $\psi_{0L}(0) = -\infty$ і $\psi_{0R}(0) = +\infty$. Тоді $\psi_{0R,L}(\xi)$ будуть визначені на відрізку $0<\xi<+\infty$, а обернені в "часі" $\psi_{0R,L}{}^{(-)}(\xi)$ – на відрізку $-\infty<\xi<0$. Врахування симетрії потенціалу дає $\psi_{0L}(\xi) = -\psi_{0R}(\xi)$. Фазові траєкторії розв'язків об'єднуються в дві криві $\psi'=\pm 2\mathrm{sh}(\psi/2)$, які проходять через особливу точку (ψ=0, ψ'=0) типу "сідло" – сепаратриси, що розділяють між собою сімейства фазових траєкторій з W>0 і W<0 і є асимптотами для них.

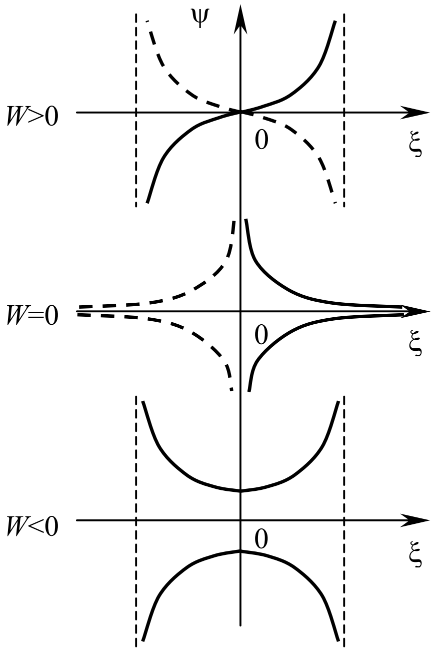

Рис.3. Три типи розвязків.

При W<0 відбивання від горба зліва описується функцією, яка спочатку монотонно зростає від $\psi=-\infty$ до деякого ψ, а потім монотонно спадає в зворотному порядку – $\psi_{-L}(\xi)$. Очевидно, що зміна знаку "часу" дає фактично той же "рух", адже при фіксації розв'язку умовою $\psi'_{-L}(\xi) = 0$ отримуємо $\psi_{-L}(-\xi) = \psi_{-L}(\xi)$. При такій же фіксації розв'язку, що описує відбивання від горба справа отримуємо аналогічну парну функцію $\psi_{-R}(\xi)$. Симетрія потенціалу дає $\psi_{-L}(-\xi) = -\psi_{-R}(\xi)$. Скінчений інтервал "часу руху" у цьому випадку монотонно спадає від нескінченності при W=–0 до нуля при $W=-\infty$. Характерною особливістю цього типу розв'язків є те, що напруженість електричного поля зображається непарною функцією, обумовлюючи тим самим можливість повного екранування, відсутню для двох попередніх типів.

На рис.3 схематично зображені вищерозглянуті типи розв'язків із врахуванням точних значень точок екстремумів і точок перегину, що випливають з (3).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Шокли В.* Теория электронных полупроводников / Под ред. В.П. Жузе. - М.: ИЛ, 1953.
2. *Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г.* Физика полупроводников. - М.: Наука, 1990.
3. *Зи С.* Физика полупроводниковых приборов. - М.: Мир, 1984.
4. *Гасанов Л.С.* Поверхневі властивості напівпровідників з власною провідністю при товщинах менших дебаївської довжини екранування // УФЖ. - 1966. - **11**, №5. - С. 555-557.
5. *Губанов А.И., Давыдов С.Ю.* Расчет контактного потенциала в тонкой полупроводниковой пленке // ФТТ. - 1971. - **5**, №2. - С. 369-371.
6. *Воловичев И.Н.* Транспортные процессы в нетрадиционных полупроводниках и полупроводниковых структурах: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. - Харьков, 1995.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. - М.: Наука, 1988.
8. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1970.
9. *Косевич А.М., Ковалев А.С.* Введение в нелинейную физическую механику. - Киев: Наук. думка, 1989.