УДК 621.396.2

© 2003р.   Л.О. Тітаренко

Харківський національний університет радіоелектроніки, Харків

АДАПТИВНИЙ ПРОСТОРОВИЙ РОЗПОДІЛ СИГНАЛІВ В УМОВАХ АПРІОРНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРО ПРОСТОРОВУ СТРУКТУРУ СИГНАЛУ

Проаналізовано задачу розподілу сигналів як узагальнення питання пригнічення завад в умовах повної апріорної невизначеності про просторову структуру сигналів. Розглянуто основні критерії розподілу сигналів, за якими синтезовано алгоритми обробки сигналів. Досліджено ефективність отриманих алгоритмів.

Signal separation problem is analyzed as a generalization of interferences suppression problems under conditions of the complete a priori uncertainty in the spatial signal structure. The main criteria of signal separation, according to which the processing algorithms are synthesized, are considered. Efficiency of the obtained algorithms is studied.

В умовах повної апріорної невизначеності про просторову структуру сигналу можливо умовно вважати усі вхідні дії (корисний сигнал і завада) корисними та оптимізувати їх прийом в межах системи адаптивної просторової обробки сигналів (АПОС). Іншими словами, задача пригнічення завад трансформується у задачу розподілу сигналів. Якщо кожен вихідний сигнал адаптивної антенної гратки (ААГ) оптимізовано за критерієм, який припускає поліпшення якості прийому j-го вхідного сигналу, а корисним є деякий сигнал $S_k(t)$, то для його прийому достатньо підключити часовий фільтр (радіоприймальний пристрій) до k-го виходу розподілювача. Отже, внаслідок здійснення просторового розподілу може бути розв'язана задача пригнічення навмисних (випадкових) задач тотожно за частотно-часовими характеристиками корисному сигналу. Також, адаптивна антенна гратка, яка реалізує просторовий розподіл, може бути використана для забезпечення одночасного прийому декількох корисних сигналів зі збіжними несучими частотами. Тому галузь застосувань просторових розподілювачів не обмежується тільки власне пригніченням завад.

Адетивний просторовий розподіл (АПР) – новий і відносно мало досліджений напрямок АПОС. У одній із перших робіт [1] для здійснення АПР було запропоновано використовувати вектор вагових коефіцієнтів (ВВК)

$$\vec{W}_j = \vec{Q}_j(\lambda_j(\mathbf{R}_{xx})), \quad j=\overline{1,L}, \quad L \le N, \qquad (1)$$

де $\vec{Q}_j$ – власний вектор, який відповідає j-му власному числу кореляційної матриці вхідних дій $\mathbf{R}_{xx}$, N – кількість вхідних дій [1)].

На підставі (1) можна отримати алгоритми АПР. Однак ВВК (1) забезпечить розв'язок задачі АПР тільки в тому випадку, коли вхідні сигнали відрізняються за рівнем хоча б на 3 дБ [2]. Дійсно, вважаючи кількість завад L=1, шляхом безпосередніх обчислень можна переконатися, що (1) практично не збільшує значення відношення $S(t)$/(завада+шум) (ВСЗШ) на сигнальному виході розподілювача і значення завада/($S(t)$+шум) на відповідному завадовому виході.

У пізніших роботах [3-6] були запропоновані критерій розподілення і синтезовані алгоритми АПР. У порівнянні з традиційними алгоритмами АПОС, процедури АПР мають низку суттєвих особливостей, які зумовлені як деякими відмінностями критеріїв оптимальності, так і широким використанням оцінки параметрів, які визначають просторову структуру сигналів. Окрім того, алгоритми АПР пов'язані зі специфічною структурою ААГ, або їх застосування припускає точне знання структури ААГ і характеристик антенних елементів (АЕ).

Зважаючи на [3], до найбільш поширених критеріїв АПР можна віднести такі: мінімум потужності на кожному j-му виході усіх вхідних сиг-

1) Тут і надалі, якщо не має окремих застережень, то j приймає значення $j=\overline{1,L}$.

сигналів за винятком j-го (МПВі); максимум посилення на кожному j-му виході відповідного j-го сигналу при повному пригніченні сигналів, що заважають (МПВПі); максимум відношення j-ий сигнал/(завада+шум) на кожному j-му виході (МВСВі). Розглянемо докладніше названі критерії і визначимо галузь застосування відповідних алгоритмів АПР.

Критерій МПВі

Критерій МПВі – свого роду "поширений" критерій МПВ. Вираз для оптимальних ВВК можна подати у вигляді

$$\vec{W}_j = \vec{Q}_j(\lambda_{\min}(\mathbf{R}_{xj})), \qquad (2)$$

де $\mathbf{R}_{xj}=\mathbf{R}_{xx}-\mathbf{R}_{jj}$, $\mathbf{R}_{jj}=\mathrm{E}\left\{\vec{S}_j\vec{S}_j^H\right\}\mathrm{E}\left\{\vec{P}_j\vec{P}_j^H\right\}$, $\mathrm{E}\{\ldots\}$ – знак математичного очікування.

Вираз (2) визначає цілий клас алгоритмів АПР. Однак такі алгоритми практично не можна застосувати через неможливість отримання вибіркової оцінки $\hat{\mathbf{R}}_{xj}$ [1)]. Але, в деяких випадках, можна отримати алгоритми, які реалізують розв'язок близький до (2). Зокрема, якщо ААГ лінійна, еквідистантна і містить ідентичні та невзаємодіючі АЕ, то її характеристику спрямованості (ХС) можна подати у вигляді поліному

$$f(Z) = Z^{N-1} + \frac{W_2}{W_1}Z^{N-2} + \ldots + \frac{W_N}{W_1}, \qquad (3)$$

де W_j – j-ий елемент ВВК $\vec{W}$, $Z = \mathrm{e}^{i\varphi}$, $\varphi=\omega_0\tau=$ $=\frac{2\pi}{m_0}d\sin\Theta$, m_0 і Θ – довжина хвилі і напрямок приходу сигналу, d – відстань між АЕ.

Припустимо, що на вхід такої ААГ надходить L вузькосмугових у просторово-часовому сенсі сигналів (сигналів та завад), які утворені незалежними джерелами. Припустимо, також, що несучі частоти і форми спектру таких сигналів тотожні. За таких умов, якщо $\vec{W}_{\text{МПВ}}=\beta\vec{Q}(\lambda_{\min}(\mathbf{R}_{xx}))$, то L корнів (3) такі – $Z_j=\mathrm{e}^{i\varphi_j}$, де $\varphi_j=\frac{2\pi}{m_0}d\sin\Theta_j$, тобто знаходяться на одиничному колі у площині комплексної змінної Z [5]. Решта N–1–L коренів поліному (3) не належить одиничному колу.

Відзначений взаємозв'язок коренів поліному (3) та напрямків приходу вхідних сигналів дозволили авторам [5] подати алгоритм АПР у вигляді низки послідовних операцій:

1. Отримання на підставі відповідних рекурентних процедур оцінок ВВК
$$\vec{W}_{\text{МПВ}} = \beta\vec{Q}(\lambda_{\min}(\mathbf{R}_{xx})).$$

2. Формування з використанням $\hat{\vec{W}}_{\text{МПВ}}$ поліному типу (3).

3. Визначення значень коренів рівнянь $f(Z)$=0 і надання поліному мультиплікативної форми
$$f(Z)=(Z-Z_1)(Z-Z_2)\ \ldots\ (Z-Z_{N-1}). \qquad (4)$$

4. Формування на підставі (4) L поліномів ступеня N-2
$$f_j(Z)=f(Z)/(Z-Z_j). \qquad (5)$$

5. Переклад $f_j(Z)$ в алгебраїчну форму
$$f_j(Z)=Z^{N-2}+W_{2j}Z^{N-3}+\ldots W_{Nj}. \qquad (6)$$

6. Формування з коефіцієнтів (6) L ВВК
$$\hat{\vec{W}}_j' = [1\ W_{2j}\ \ldots\ W_{Nj}\ ]^T, \qquad (7)$$

та використання їх для здійснення АПР.

У якості прикладу обмежимося випадком N=3 і розглянемо поліном $f(Z)=Z^2+pZ+q$, де p, q – елементи нормованого ВВК $\vec{W}_{\text{МПВ}}=[1\ \ p\ \ q]^T$. Позначивши $\vec{Z}=[Z_1\ \ Z_2]$ і враховуючи, що за теоремою Вієта $Z_1+Z_2=-p$, $Z_1Z_2=q$ отримаємо

$$\begin{aligned} y(\vec{Z}) &= X_1-Z_1(X_2-Z_2X_3)-Z_2X_2= \\ &= X_1-Z_2(X_2-Z_1X_3)-Z_1X_1. \end{aligned} \qquad (8)$$

Також, обчислимо градієнт $y(\vec{Z})$, отримаємо
$$\vec{\nabla}_Z(y(\vec{Z}))=[-X_2+Z_2X_3-X_2+Z_1X_3]^T=[y_1(k)+y_2(k)],$$
де $y_1(k)$, $y_2(k)$ – вихідні сигнали ААГ.

Підхід, що описано, можна застосовувати тільки у разі еквідистантних ААГ, які містять ідентичні і невзаємодіючі АЕ. З точки зору якості просторової фільтрації (ВСЗШ на j-му виході розподілювача) даний алгоритм аналогічний МПВ алгоритмам, які використовуються при відсутності на вході корисного сигналу.

Критерій МПВПі.

Використовуючи результати [3], задачу синтезу алгоритмів, оптимальних за критерієм МПВПі сформулюємо у вигляді

$$\max_{W_j}(\vec{W}_j^H\mathbf{R}_{jj}\vec{W}_j,\ \vec{W}_j^H\mathbf{R}_{xj}\vec{W}_j) = \alpha, \qquad (9)$$

де $\alpha=\lambda_{\min}(\mathbf{R}_{xj})$. При цьому $\vec{W}_{0n}$ – розв'язок задачі (9) формує n-ту ХС ААГ, яка забезпечує при збереженні нулів у напрямках Θ_j, максимально можливе підсилення у напрямку Θ_n.

Однак, в загальному випадку, отримання оці-

1) Тут і надалі символ ⌒ означає оцінку величини.

нок $\widehat{\mathbf{R}}_{jj}$ і $\widehat{\mathbf{R}}_{xj}$ достатньо проблематично, оскільки спостереженню доступна лише кореляційна матриця $\mathbf{R}_{xx}=\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\vec{X}_i\vec{X}_i^H$.

Отже, алгоритми, які синтезовано шляхом безпосереднього розв'язку задачі (9) непридатні для практичного застосування. Тому задачу (9) подамо у вигляді

$$\max_{W_j}(\vec{W}_j^H\mathbf{R}_{jj}\vec{W}_j,\mathbf{п}_j^H\vec{W}_j)=0,\qquad \vec{W}_j^H\vec{W}_j=1, \tag{10}$$

де $\mathbf{п}_j=\mathbf{I}-\mathbf{B}_j(\mathbf{B}_j^H\mathbf{B}_j)^{-1}\mathbf{B}_j^H$ – проектор на ортогональне доповнення до простору стовпців $\mathbf{B}_j=\left\lfloor\vec{V}_1\,\vec{V}_2...\vec{V}_{j-1}\,\vec{V}_{j+1}...\vec{V}_L\right\rfloor$.

Цільова функція і обмеження задачі (10) випуклі, отже, для її розв'язання можна застосувати методи градієнтного типу. Зокрема, використовуючи метод приведеного градієнту, отримаємо

$$\vec{W}_j(k+1)=P_r\left\{\vec{W}_j(k)+\mu_k\mathbf{п}_j\mathbf{R}_{jj}\vec{W}_j(k)\right\}. \tag{11}$$

Використовуючи (10), знайдемо значення в усталеному стані $\vec{W}_j(k\to\infty)$. Тоді алгоритм (10) з точністю до постійного коефіцієнту збігається до ВВК

$$\vec{W}_j=\mathbf{п}_j\vec{V}_j. \tag{12}$$

Вираз (12) може бути використано в якості алгоритму АПР, який забезпечує максимальне підсилення j-го (корисного) сигналу при повному пригніченні L-1 сигналів, що заважають (завад).

Оцінимо потенційну ефективність алгоритму (11). Для цього припустимо, що N=3, L=2 і, враховуючи, що $\hat{\vec{V}}_j=\vec{V}_j$ ($j=\overline{1,2}$), на підставі (12) побудуємо залежність ВСЗШ на першому виході розподілювача від кута надходження завади (перший сигнал $S_1(t)$ вважаємо корисним, а другий $S_2(t)$ – завадою).

При побудові залежностей використовувались такі припущення про ААГ і сигнально-завадовий стан: ААГ лінійна і еквідистантна; міжелементна відстань $d=m_i/2$; АЕ ізотропні і невзаємодіючі; несучі частоти сигналів $S_1(t)$, $S_2(t)$ тотожні; кут надходження першого сигналу $\Theta_1=0^\circ$. Співвідношення потужностей першого P_1, другого P_2 сигналів та дисперсії шуму в двох варіантах:

а) $10\cdot\lg P_1/\sigma_{ш}^2=10\cdot\lg P_2/\sigma_{ш}^2$=20 дБ,

б) $10\cdot\lg P_1/\sigma_{ш}^2$=30 дБ, $10\cdot\lg P_2/\sigma_{ш}^2$=10 дБ.

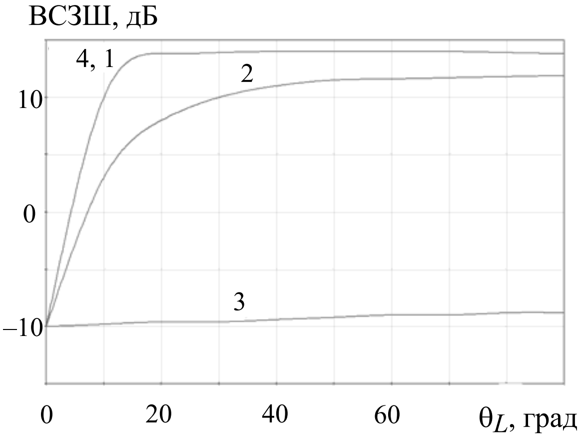

Рис.1. залежність ВСЗШ на першому виході розподілювача від кута надходження завади для двох сигналів – корисного і завади. Співвідношення потужностей сигналів та дисперсії шуму:
$10\cdot\lg P_1/\sigma_{ш}^2=10\cdot\lg P_2/\sigma_{ш}^2$=20 дБ.

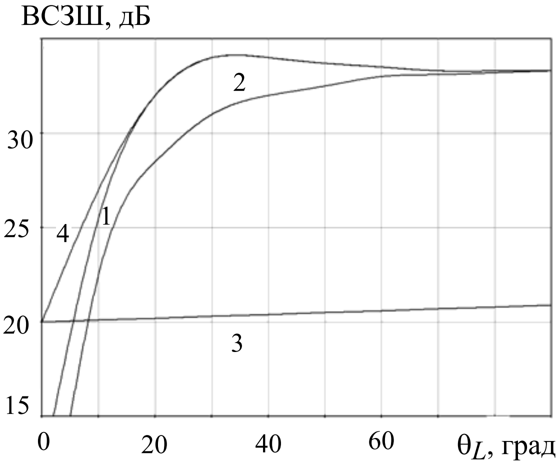

Рис.2. залежність ВСЗШ на першому виході розподілювача від кута надходження завади для двох сигналів – корисного і завади. Співвідношення потужностей сигналів та дисперсії шуму:
$10\cdot\lg P_1/\sigma_{ш}^2$=30 дБ, $10\cdot\lg P_2/\sigma_{ш}^2$=10 дБ.

Результати розрахунків подані на рис.1,2 (крива 1). Оскільки ААГ симетрична, залежність для другого виходу $S_2(t)/(S_1(t)$+шум) буде збігатися з кривою 1. Для порівняння на рис.1,2 подані також результати аналогічних розрахунків, які проведено з використанням ВВК оптимального за критерієм МПВі (8) – криві 2, та "не адаптивного" ВВК $\vec{W}_{на}$=[1 0 0] – криві 3.

З графіків видно, що потенційна ефективність ВВК оптимального за критерієм МПВПі суттєво (у розглянутих прикладах більш ніж на 3 дБ) перевищує потенційну ефективність МПВі алгоритмів. Але можливі ситуації, коли МПВПі-алгоритми також як і МПВі-алгоритми призводять до зменшення вихідного ВСЗШ, порівняно з "не адаптивним" ВВК, який формує ізотропну ХС ААГ. Більше того, при малих кутових відстанях між джерелами має місце ефект ненавмисного придушення сигналу. Врешті-решт, як алгоритми АПР, так і алгоритми АПОС дуже критичні до точності оцінки векторів $\vec{V}_j$, і необхідними умовами їх використання є локальна стаціонарність сильно-завадних умов.

Критерій МВСВі.

Алгоритми АПР, які реалізують ВВК за критеріями МВПі та МПВПі, виявляються малоефективними, якщо кутові відстані між джерелами сигналів порівняно невеликі (у розглянутих прикладах критичним є значення ΔΘ≥5–10°). Більше того, при використанні цих алгоритмів може виникнути ситуація коли ВСЗШ в результаті адаптації значно зменшиться (формування нуля ХС у напрямку "слабкого" сигналу призводить до ненавмисного пригнічення "сильного" сигналу). Тому виникає бажання використовувати для здійснення розподілу алгоритми, які максимізують на кожному j-му виході ААГ відношення $S_j(t)$/(завада+шум). Формально такі алгоритми можна створити підставляючи замість $\vec{V}_y$, отриману тим чи іншим чином оцінку $\hat{\vec{V}}_j$, тобто реалізуючи ВВК

$$\vec{W}_{0j} = \beta \mathbf{R}_{xx}^{-1} \hat{\vec{V}}_j . \tag{13}$$

Природно, що (13) забезпечує максимізацію вихідних ВСЗШ тільки в ідеальному випадку $\hat{\vec{V}}_j = \vec{V}_j$. Тому порівняння (13) і (12) повинно проводитися з урахуванням конкретних (не нульових) значень похибок оцінки $\delta_j = \left\| \hat{\vec{V}}_j - \vec{V}_j \right\|$.

Для спрощення будемо вважати, що задача оцінки $\hat{\vec{V}}_j$ зводиться до оцінки $\Theta_j \left(\hat{\vec{V}}_j = \vec{V}\left(\hat{\Theta}_j\right) \right)$, тобто вважаємо, що несучі частоти усіх сигналів і характеристик ААГ відомі точно. Припустимо також, що мінімальна кутова відстань між джерелами сигналів $\Delta\Theta_{\min} = \min\limits_k (\Theta_{k-1} - \Theta_k) \geq \Delta_0$. Тобто в кутовому секторі завширшки Δ_0 знаходиться не більше одного джерела сигналів. За таких умов, напевно при наявності у j-му кутовому секторі завширшки $\Delta\Theta_j = \left(\Theta_{j2} - \Theta_{j1}\right) \leq \Delta_0$ сигнал k-го джерела (оцінка $\hat{\Theta}_k$ величини Θ_k, оптимальна за критерієм мінімуму дисперсії похибки оцінки) є розв'язком оптимізаційної задачі

$$\min_{\Theta}(\Phi(\Theta), \Phi(\Theta)) = \vec{V}^H(\Theta)\mathbf{R}_{xx}^{-1}\vec{V}(\Theta), \qquad g_j(\Theta): \Theta_{j,1} \leq \Theta \leq \Theta_{j,2}. \tag{14}$$

Тобто, для знаходження напрямку надходження сигналу, який створено (k+l)-им джерелом, достатньо модифікувати обмеження задачі (14)

$$g_j(\Theta) \to g_{j+1}(\Theta) \begin{pmatrix} g_{j+1}(\Theta): \Theta_{j+1,1} \leq \Theta \leq \Theta_{j+1,2}, \\ \Theta_{j+1,1} = \Theta_{j,2}. \end{pmatrix}$$

Розв'язуючи $j \geq L$ разів задачу (14) при відповідних обмеженнях $g_1,(\Theta) g_2(\Theta),..., g_j(\Theta)$,можна визначити усі L значень Θ_j. Використовуючи результати праці [6], розв'язок поширеної задачі (14) подамо у вигляді ітераційної процедури

$$\vec{Y}(k+1) = \left[\vec{Y}(k) - \vec{D}(k) \frac{\partial \Phi(\Theta)}{\partial \Theta} \right]^{\#}, \tag{15}$$

де $\vec{Y}(k+1) = \left\lfloor \hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2, ..., \hat{\Theta}_j \right\rfloor$, $\vec{D}(k) = \left[\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_j\right]$, а для будь-яких $\vec{Z} \in R^J \left[\vec{Z}\right]^{\#}$ – вектор з координатами

$$\left[\vec{Z}_j\right] = \begin{cases} \Theta_{j,2}, & \Theta_{j,2} \geq Z_j \\ Z_j, & \Theta_{j,1} < Z_j < \Theta_{j,2}. \\ \Theta_{j,1}, & Z_j \leq \Theta_{j,2}. \end{cases} \tag{16}$$

При відповідному виборі крокових постійних алгоритм (16) збігається зверхлінійно [7]. Похідна $\partial \Phi(\Theta) / \partial \Theta$, що входить до (16), з урахуванням рівняння $\vec{V}^H(\Theta)\mathbf{R}_{xx}^{-1}\vec{V}(\Theta) = t_r \left\lfloor \mathbf{R}_{xx}^{-1}\vec{V}(\Theta)\vec{V}^H(\Theta) \right\rfloor$ легко відображається через Θ і елементи матриці $\mathbf{R}_{xx}^{-1}$. Так у випадку триелементної лінійної, еквідистантної ААГ отримаємо

$$\partial \Phi(\Theta) / \partial \Theta = -4\varphi \cos\Theta \times$$
$$\times \left\{ |r_{12}| \sin\left(\varphi_{12} + \varphi \sin(\Theta)\right) |r_{13}| \sin\left(\varphi_{13} + 2\varphi \sin(\Theta)\right) \right\},$$

де $|r_{12}|, |r_{13}|, \varphi_{12}, \varphi_{13}$ – модулі і фази елементів r_{12}, r_{13} матриці $\mathbf{R}_{xx}^{-1}$, $\varphi = (\omega_0/c) d \sin\Theta$, d – міжелементна відстань, ω_0 – несуча частота (припускаємо ω_{01}= =ω_{02}=ω_0), c – швидкість розповсюдження електромагнітної хвилі у вакуумі.

Розраховуючи на підставі (15) величини $\hat{\Theta}_k$, $k = \overline{1, L}$ і формуючи L векторів $\hat{\vec{V}}_j$, отримаємо усі необхідні умови для застосування алгоритмів, які реалізують ВВК (13). У якості прикладу, який ілюструє потенційну ефективність ВВК оптимальних за критеріями МВСВі та МПВПі на рис.1,2 подані залежності вихідного ВСЗШ від кута надходження завади (крива 4). При побудові залежностей вважалося, що оцінки $\widehat{\Theta}_j$ величин Θ_j отримані з гранично можливою точністю.

З рис.1,2 видно, що в ідеальному випадку ВСЗШ, яке забезпечено МВСВі-алгоритмами, достатньо близько до потенційно досягнутої величини і при малих кутових відстанях між джерелами сигналів перевищує ВСЗШ, яке зумовлено відповідними МПВПі – алгоритмами АПР. Однак як алгоритм (5), так і інші відомі процедури оцінювання $\widehat{\Theta}_j$, не забезпечують отримання оцінок з дисперсіями, які задовільняють рівнянню Рао-Крамера. Окрім того, точність оцінювання принципово обмежена внаслідок використання вибірок кінцевого розміру. Врешті, використане при зведенні задачі оцінювання вектора $\vec{V}_j$ до задачі оцінки скалярного параметра Θ_j припущення про наявність точних апріорних даних про структуру ААГ і характеристик АЕ, як правило, ніколи не виконується. Тому точність оцінки Θ_j може виявитися порівняно низькою. Для найбільш поширених методів оцінки кутових параметрів (*MUSIC*, Максимум ентропії, *ESPRIT* і т.ін.), навіть без урахування "модельних" похибок, значення середньоквадратичного відхилення $\sqrt{\mathrm{E}\left\{(\widehat{\Theta}_k - \Theta_k)^2\right\}}$, може досягати 3-5° і більше [8].

Отже, об'єктивне зіставлення МПВі, МПВПі та МВСВі-алгоритмів АПР може бути перевірено тільки з урахуванням неминучих розбіжностей векторів $\hat{\vec{V}}_j$ та $\vec{V}_j$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Hackett C.M.* Adaptive array can be used to separate communication signals // IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems. - 1981. - **17**, No.2. - P.234-245.
2. Патент РФ по заявке №95106224/09(011165). Адаптивная антенная система / *Ефимов А.В.*, *Ефимов П.В.*, *Колинко А.В.*, *Марчук Л.Ф.*) // Решения о выдачи патента от 16.01.1997,
3. *Марчук Л.А.*, *Ефимов А.В.* Алгоритм адаптивного пространственного разделения сигналов и помех // Известия вузов. Радиоэлектроника. - 1996. - **39**, №3-4. - С.31-37.
4. *Морозов А.К.*, *Лицарев Н.А.* Адаптивная антенная система для разделения сигналов, проходящих с разных направлений // Радиотехника - 1985. - **9**. - С.66-69.
5. *Shan T.J.*, *Kailath T.* Directional signal separation by adaptive arrays with a root-tracking algorithm // IEEE Proc. Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process, Dallas, April, 1987. - New York USA, 1987. - P.5381-5384.
6. *Дятко А.А, Костормицкий С.М., Охрименко А.Е.* Адаптивная антенная решетка с комплексной самонастройкой для разделения сигналов / Редкол. журн. "Радиотехника". Москва, 1988. - Деп. в ВИНИТИ 25.05.88, №1319.
7. *Бертсекас Д.* Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа. - М.: Радио и связь, 1987.
8. *Viberg M.*, *Ottersten B.* Sensor array processing based on subspace fitting // IEEE Trans. Signal Processing. - 1991. - **39**, No.5. - P.1110-1120.