

КЛАСИЧНА ТЕОРІЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК. VI. СПЕКТР ВИПРОМІНЮВАННЯ ДВОХ ЕЛЕКТРОНІВ, ЩО РУХАЮТЬСЯ ПО ГВИНТОВІЙ ЛІНІЇ У МАГНІТНИХ ПОЛЯХ

Методом сили самодії Лоренца досліджені миттєва та середня потужності випромінювання заряджених частинок, що рухаються вздовж довільної траєкторії у прозорих ізотропних середовищах та у вакуумі. Особлива увага приділена дослідженню тонкої структури спектрального розподілу синхротронного випромінювання двох електронів, що рухаються по гвинтовій лінії у вакуумі. Проаналізовано спектри синхротронного, черенковського та синхротронно-черенковського випромінювання окремого електрона.

The expressions for the momentary and average radiation powers of the charged particles moving on an arbitrary trajectory in transparent isotropic media and in vacuum are studied by using the Lorentz's self-interaction method. Special attention is given to the research of the fine structure of the spectral distribution of the synchrotron radiations of two electrons moving in a spiral in vacuum. The spectra of synchrotron, Cherenkov and synchrotron-Cherenkov radiation for one electron are analyzed.

Вступ

Дослідження спектра випромінювання систем заряджених частинок, що рухаються вздовж довільних траєкторій в електромагнітних полях у середовищі та у вакуумі, важливе з точки зору застосувань в астрофізиці, у фізиці плазми, в електроніці, у фізиці накопичувальних кілець тощо [1-5].

При русі заряджених частинок у магнітному полі в середовищі можливі три види випромінювання: синхротронне, черенковське та синхротронно-черенковське, а у вакуумі – синхротронне випромінювання [5-8].

Явище інтерференції при випромінюванні електромагнітних хвиль окремими електронами може спричинити вплив на повну потужність випромінювання, тобто виникає когерентне синхротронне випромінювання [9-15].

Спостереження за когерентним синхротронним випромінюванням [10-12] вказують на необхідність дослідження впливу форми і розмірів згустку на когерентне синхротронне випромінювання.

Когерентність синхротронного випромінювання в області радіодіапазону викликала інтерес у зв'язку з дослідженням радіовипромінювання, яке приходить від пульсарів [16-17]. Оцінка потужності цього випромінювання приводить до

припущення, що радіовипромінювання відбувається когерентно і зумовлене зарядами, згрупованими у вигляді згустків, які обертаються навколо поверхні пульсара [4, 17].

Важливе практичне і теоретичне значення мають дослідження тонкої структури спектрів синхротронного, черенковського і синхротронно-черенковського випромінювань окремих зарядів, що рухаються по гвинтовій лінії у магнітних полях у вакуумі та у прозорих середовищах [8].

Мета даної роботи – дослідження методом сили самодії Лоренца спектрального розподілу потужності випромінювання системи заряджених частинок, що рухаються вздовж довільної заданої траєкторії. Використовуючи точні інтегральні співвідношення для спектрального розподілу потужності випромінювання двох електронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії, аналітичними та числовими методами досліджена тонка структура спектра синхротронного випромінювання у вакуумі. Значна увага приділяється дослідженню фактора когерентності і зумовленому ним перерозподілу випромінюваної енергії за частотами. Проаналізовано вплив ефекту Доплера на особливості спектра випромінювання окремого електрона при його русі по гвинтовій лінії у прозорих ізотропних середовищах і у вакуумі.

Основні співвідношення для спектрального розподілу потужності випромінювання системи невзаємодіючих точкових заряджених частинок

Потужність випромінювання заряджених частинок $P^{rad}(t)$ в ізотропному непоглинаючому середовищі, а також у вакуумі визначається за допомогою співвідношення [18, 19]:

$$P^{rad}(t) = \int_{\tau} \left[\vec{j}(\vec{r}, t) \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}^{Dir}}{\partial t} - \rho(\vec{r}, t) \frac{\partial \phi^{Dir}}{\partial t} \right] d\vec{r}. \quad (1)$$

Тут $\vec{j}(\vec{r}, t)$ – густина струму, $\rho(\vec{r}, t)$ – густина заряду. Інтегрування ведеться за виділеним об'ємом τ .

Скалярний $\phi^{Dir}(\vec{r}, t)$ і векторний $\vec{A}^{Dir}(\vec{r}, t)$ потенціали, згідно з гіпотезою Дірака [19, 22], визначаються через напіврвизницю запізнюючих і випереджаючих потенціалів:

$$\phi^{Dir} = \frac{1}{2} (\phi^{ret} - \phi^{adv}), \quad (2)$$

$$\vec{A}^{Dir} = \frac{1}{2} (\vec{A}^{ret} - \vec{A}^{adv}). \quad (3)$$

Підставляючи (2), (3) в (1), отримаємо вираз миттєвої потужності випромінювання заряджених частинок, що рухаються у прозорих ізотропних середовищах, через спектральний розподіл:

$$P^{rad}(t) = \int_0^{\infty} d\omega W(t, \omega), \quad (4)$$

$$W(t, \omega) = \frac{1}{\pi c^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}' \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}'' \int_{-\infty}^{\infty} dt' \omega \mu(\omega) \times \frac{\sin \left[\frac{n(\omega)\omega}{c} |\vec{r} - \vec{r}''| \right]}{|\vec{r} - \vec{r}''|} \cos \omega(t - t') \times \left\{ \vec{j}(\vec{r}, t) \vec{j}(\vec{r}'', t') - \frac{c^2}{n^2(\omega)} \rho(\vec{r}, t) \rho(\vec{r}'', t') \right\}, \quad (5)$$

де $\mu(\omega)$ – магнітна проникність, $n(\omega)$ – показник заломлення, ω – циклічна частота, c – швидкість світла у вакуумі.

Середня за часом потужність випромінювання заряджених частинок визначається виразом:

$$\bar{P}^{rad} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T P^{rad}(t) dt. \quad (6)$$

Середню потужність випромінювання отримаємо, підставляючи миттєву потужність (4), (5) у співвідношення (6).

Розглянемо систему точкових невзаємодіючих

заряджених частинок із зарядами q_1, q_2, \dots, q_N і масами спокою $m_{01}, m_{02}, \dots, m_{0N}$, які рухаються вздовж довільних траєкторій. Тоді функції джерел N точкових заряджених частинок визначаються співвідношеннями [7, 19]:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \sum_{l=1}^N \vec{V}_l(t) \rho_l(\vec{r}, t), \quad \rho(\vec{r}, t) = \sum_{l=1}^N \rho_l(\vec{r}, t), \quad (7)$$

$$\rho_l(\vec{r}, t) = q_l \delta(\vec{r} - \vec{r}_l(t)), \quad (8)$$

де $\vec{r}_l(t)$, $\vec{V}_l(t)$ – закон руху і швидкість l -ї частинки.

Підставляючи вирази (7), (8) у співвідношення (4), (5), приходимо до виразу миттєвої потужності випромінювання системи заряджених частинок у непоглинаючих середовищах (діелектрична $\epsilon(\omega)$ і магнітна $\mu(\omega)$ проникності – дійсні величини):

$$P^{rad}(t) = \frac{1}{\pi c^2} \int_0^{\infty} d\omega \omega \mu(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} dt' \times \sum_{l,j=1}^N q_l q_j \frac{\sin \left\{ \frac{n(\omega)}{c} \omega |\vec{r}_l(t) - \vec{r}_j(t')| \right\}}{|\vec{r}_l(t) - \vec{r}_j(t')|} \times \cos \omega(t - t') \left\{ \vec{V}_l(t) \vec{V}_j(t') - \frac{c^2}{n^2(\omega)} \right\}. \quad (9)$$

Середню потужність випромінювання можна одержати з виразу

$$\bar{P}^{rad} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T P^{rad}(t) dt = \frac{1}{\pi c^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt \int_0^{\infty} d\omega \omega \mu(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} dt' \times \sum_{l,j=1}^N q_l q_j \frac{\sin \left\{ \frac{n(\omega)}{c} \omega |\vec{r}_l(t) - \vec{r}_j(t')| \right\}}{|\vec{r}_l(t) - \vec{r}_j(t')|} \times \cos \omega(t - t') \left\{ \vec{V}_l(t) \vec{V}_j(t') - \frac{c^2}{n^2(\omega)} \right\}. \quad (10)$$

Розглянемо систему тотожних точкових заряджених частинок ($q_l = e$), які рухаються одна за одною вздовж довільної траєкторії. Тоді закон руху і швидкість l -ї частинки цієї системи визначаються співвідношеннями [5]:

$$\vec{r}_l(t) = \vec{r}_p(t + \Delta t_l), \quad \vec{V}_l(t) = \vec{V}(t + \Delta t_l). \quad (11)$$

Середню потужність випромінювання заряджених частинок у цьому випадку отримаємо, підставляючи (11) в (10):

$$\bar{P}^{rad} = \frac{e^2}{\pi c^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_0^{\infty} d\omega \mu(\omega) \omega S_N(\omega) \times \frac{\sin\left\{\frac{n(\omega)}{c} \omega \eta(x)\right\}}{\eta(\omega)} \cos(\omega x) \times \left[V_{\perp}^2 \cos(\omega_0 x) + V_{\parallel}^2 - \frac{c^2}{n^2(\omega)} \right], \quad (17)$$

$$\times \frac{\sin\left\{\frac{n(\omega)}{c} \omega |\vec{r}_p(t) - \vec{r}_p(t')|\right\}}{|\vec{r}_p(t) - \vec{r}_p(t')|} \cos \omega(t-t') \times \left[\vec{V}(t) \vec{V}(t') - \frac{c^2}{n^2(\omega)} \right], \quad (12)$$

де $\eta(x) = \sqrt{V_{\parallel}^2 x^2 + 4 \frac{V_{\perp}^2}{\omega_0^2} \sin^2\left(\frac{\omega_0}{2} x\right)}$. (18)

де фактор когерентності $S_N(\omega)$ визначається співвідношенням:

$$S_N(\omega) = \sum_{l,j=1}^N \cos\{\omega(\Delta t_l - \Delta t_j)\}. \quad (13)$$

Фактор когерентності $S_N(\omega)$ визначає перерозподіл енергії випромінювання заряджених частинок за гармоніками.

Тонка структура спектрів випромінювання двох електронів, які рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі з малою поперечною складовою швидкості

Особливості спектра випромінювання двох електронів, які рухаються один за одним уздовж гвинтової лінії у прозорих ізотропних середовищах і у вакуумі, можна дослідити, комбінуючи аналітичні та числові методи. Закон руху і швидкість l -го електрона в цьому випадку визначаються співвідношеннями:

$$\vec{r}_l(t) = r_0 \cos\{\omega_0(t + \Delta t_l)\} \vec{i} + r_0 \sin\{\omega_0(t + \Delta t_l)\} \vec{j} + V_{\parallel}(t + \Delta t_l) \vec{k}, \quad (14)$$

$$\vec{V}_l(t) = \frac{d\vec{r}_l(t)}{dt}. \quad (15)$$

Тут $r_0 = V_{\perp} \omega_0^{-1}$, $\omega_0 = ceB^{ext} \tilde{E}^{-1}$, $\tilde{E} = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$, вектор індукції магнітного поля $\vec{B}^{ext} \parallel Oz$, V_{\perp} , V_{\parallel} – компоненти швидкості, \vec{p} , \tilde{E} – імпульс та енергія електрона, e і m_0 – заряд і маса спокою електрона.

Середню потужність випромінювання двох електронів отримаємо, підставляючи (14), (15) в (12). Тоді знаходимо

$$\bar{P}^{rad} = \int_0^{\infty} W(\omega) d\omega, \quad (16)$$

$$W(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c^2} \int_0^{\infty} dx \mu(\omega) \omega S_2(\omega) \times$$

Тут $\Delta t = \Delta t_2 - \Delta t_1$ – зміщення в часі електронів вздовж гвинтової лінії. Фактор когерентності двох електронів $S_2(\omega)$ визначається виразом

$$S_2(\omega) = 2 + 2 \cos(\omega \Delta t). \quad (19)$$

На частотах $\omega = 2n\pi/(\Delta t)$ ($n=0, 1, 2, \dots$) фактор когерентності двох електронів (19) дорівнює 4, а на частотах $\omega = (2n+1)\pi/(\Delta t)$ ($n=0, 1, 2, \dots$) – нулю. Аналогічний вираз для фактора когерентності досліджено Болотовським [23, 24].

Із співвідношень (16), (17), після деяких нескладних перетворень, можна виділити внесок окремих гармонік у середню потужність випромінювання:

$$\bar{P}^{rad} = \frac{e^2}{c^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\omega \mu(\omega) n(\omega) \omega^2 \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \times 2[1 + \cos\{\omega(\Delta t)\}] \times \delta\left\{\omega\left(1 - \frac{n(\omega)}{c} V_{\parallel} \cos \theta\right) - m\omega_0\right\} \times \left\{ V_{\perp}^2 \left[\frac{m^2}{q^2} J_m^2(q) + J_m'^2(q) \right] + \left(V_{\parallel}^2 - \frac{c^2}{n^2(\omega)} \right) J_m^2(q) \right\}, \quad (20)$$

де $q = \frac{n(\omega)}{c} \frac{\omega}{\omega_0} V_{\perp} \sin \theta$, $J_m(q)$, $J_m'(q)$ – функція Бесселя цілочислового індексу і її похідна.

Для $V_{\parallel} < c/n(\omega)$ кожна гармоніка представляє набір частот, які є розв'язком рівняння

$$\omega\left(1 - \frac{n(\omega)}{c} V_{\parallel} \cos \theta\right) - m\omega_0 = 0. \quad (21)$$

У випадку постійних величин ε і μ для швидкостей $V < c/n$, межі m -ї гармоніки визначаються частотами

$$\omega_m^{\min} = \frac{m\omega_0}{1 + \frac{nV_{\parallel}}{c}}, \quad \omega_m^{\max} = \frac{m\omega_0}{1 - \frac{nV_{\parallel}}{c}}, \quad (22)$$

а повна потужність випромінювання окремого електрона в середовищі з постійними ϵ і μ визначається співвідношенням [22]:

$$P_m^{tot} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \mu n}{c^3} \frac{\omega_0^2 V_{\perp}^2}{\left(1 - \frac{n^2 V^2}{c^2}\right)^2}, \quad (23)$$

де
$$\omega_0 = \frac{eB^{ext}}{m_0 c} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \quad (24)$$

У вакуумі потужність випромінювання (23) переходить у вираз, наведений у роботі [25].

Числові розрахунки спектрального розподілу потужності випромінювання електронів, що рухаються по гвинтовій лінії, проведено при $B^{ext} = 1$ Гс.

Виходячи з розглянутих вище аналітичних виразів для потужності випромінювання заряджених частинок, приступимо до розрахунку тонкої структури спектра випромінювання двох електронів, що рухаються один за одним уздовж гвинтової лінії у вакуумі для випадку малої його поперечної складової швидкості.

Для складових швидкостей у вакуумі $V_{\perp vac} = 0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac} = 0,1487 \cdot 10^{11}$ см/с на рис.1-3 (криві 1-5) наведено спектральний розподіл потужності випромінювання двох електронів у вакуумі в залежності від характеру їх розташування вздовж гвинтової лінії.

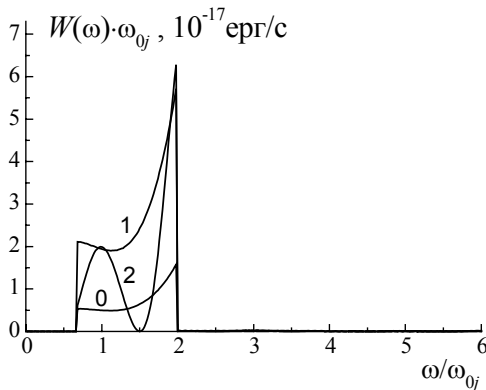


Рис.1. Спектральний розподіл потужності випромінювання двох електронів для випадку, коли вони рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії. Крива 0: спектр випромінювання окремого електрона, $P_{vac0}^{tot} = 0,942 \cdot 10^{-17}$ ерг/с, $P_{vac0}^{int} = 0,951 \cdot 10^{-17}$ ерг/с.

Крива 1: $\Delta t_1 = 0,1\pi / \omega_{01}$, $P_{vac1}^{int} = 0,358 \cdot 10^{-16}$ ерг/с.

Крива 2: $\Delta t_2 = 2\pi / \omega_{02}$, $P_{vac2}^{int} = 0,219 \cdot 10^{-16}$ ерг/с

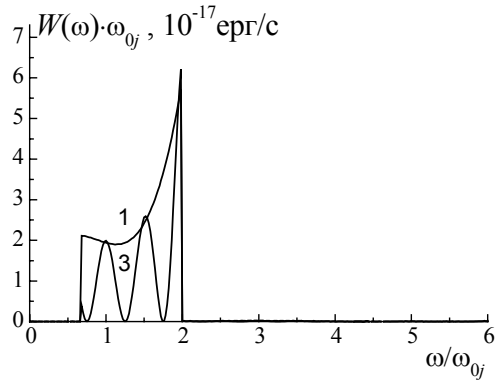


Рис.2. Спектральний розподіл потужності випромінювання двох електронів для випадку, коли вони рухаються один за одним по гвинтовій лінії.

Крива 3: $\Delta t_3 = 4\pi / \omega_{03}$, $P_{vac3}^{int} = 0,184 \cdot 10^{-16}$ ерг/с

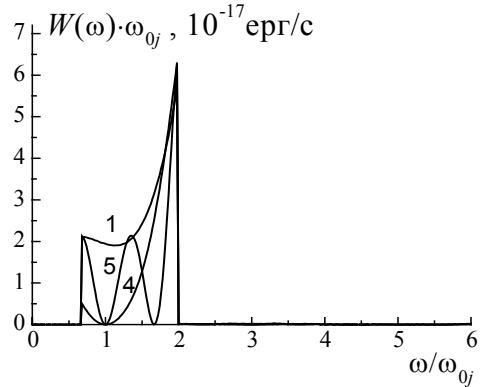


Рис.3. Спектральний розподіл потужності випромінювання двох електронів для випадку, коли вони рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії.

Крива 4: $\Delta t_4 = \pi / \omega_{04}$, $P_{vac4}^{int} = 0,201 \cdot 10^{-16}$ ерг/с.

Крива 5: $\Delta t_5 = 3\pi / \omega_{05}$, $P_{vac5}^{int} = 0,194 \cdot 10^{-16}$ ерг/с.

Для кривих 0-5: $n=1$, $V_{\perp vac} = 0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac} = 0,1487 \cdot 10^{11}$ см/с, $\omega_{00} = \omega_{01} = \omega_{02} = \omega_{03} = \omega_{04} = \omega_{05} = 0,1523 \cdot 10^8$ рад/с, $r_{00} = r_{01} = r_{02} = r_{03} = r_{04} = r_{05} = 131,4$ см

Корисним є порівняння спектрального розподілу потужності випромінювання двох електронів із спектральним розподілом окремого електрона (крива 0 на рис.1). Розрахована за співвідношенням (23) потужність випромінювання електрона у вакуумі $P_{vac0}^{tot} = 0,942 \cdot 10^{-17}$ ерг/с узгоджується з потужністю $P_{vac0}^{int} = 0,951 \cdot 10^{-17}$ ерг/с, яка знайдена шляхом інтегрування співвідношень (16) і (17). Для окремого електрона фактор когерентності $S_1=1$. Для різниці часу $\Delta t_1=0,1\pi/\omega_{01}$ (крива 1 на рис.1) довжина хвилі, яка відповідає основній частоті $\lambda_{01}=2\pi c/\omega_{01}=12372$ см, приблизно в 40 ра-

зів більша, ніж відстань між електронами. У цьому випадку фактор $S_2(\omega) \approx 4$, а два електрони випромінюють як заряджена частинка із зарядом $2e$ і масою $2m_0$, тобто в чотири рази більше, ніж окремий електрон.

Для випадку, коли $\Delta t_2 = 2\pi/\omega_{02}$, маємо максимуми функції спектрального розподілу потужності випромінювання поблизу частот ω_{02} , $2\omega_{02}$, і випромінювання відсутнє на частоті $1,5\omega_{02}$.

Для різниці часу $\Delta t_3 = 4\pi/\omega_{03}$ (крива 3 на рис.2) маємо максимуми функції спектрального розподілу поблизу частот ω_{03} , $1,5\omega_{03}$, $2\omega_{03}$, які в 4 рази більші, ніж енергія, яку випромінює окремий електрон на цих частотах, а на частотах $0,75\omega_{03}$, $1,25\omega_{03}$ і $1,75\omega_{03}$ випромінювання відсутнє.

Для різниці часу $\Delta t_4 = \pi/\omega_{04}$ (крива 4 на рис.3) і $\Delta t_5 = 3\pi/\omega_{05}$ (крива 5 на рис.3) на основних частотах $\omega_{04} = \omega_{05}$ випромінювання відсутнє.

Для компонент швидкості $V_{\perp vac} = 0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac} = 0,5 \cdot 10^{10}$ см/с ефект Доплера менше розширює першу смугу, ніж для $V_{\perp vac} = 0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac} = 0,1487 \cdot 10^{11}$ см/с. Розрахована за співвідношенням (23) потужність випромінювання окремого електрона $P_{vac6}^{tot} = 0,7298 \cdot 10^{-17}$ ерг/с узгоджується із потужністю $P_{vac6}^{int} = 0,745 \cdot 10^{-17}$ ерг/с, яка знайдена шляхом інтегрування співвідношень (16) і (17). Для різниці часу $\Delta t_7 = 0,1\pi/\omega_{07}$ (крива 7, рис.4) довжина хвилі, яка відповідає основній частоті $\lambda_{07} = 10887$ см, приблизно в 100 разів більша, ніж відстань між електронами. Потужність випромінювання двох електронів у цьому випадку практично в чотири рази більша, ніж при випромінюванні окремого електрона ($P_{vac7}^{int} = 4P_{vac6}^{int}$). Для різниці часу $\Delta t_8 = 2\pi/\omega_{08}$ (крива 8 на рис.4) потужність випромінювання P_{vac8}^{int} також мало відрізняється від потужності P_{vac7}^{int} . Для різниці часу $\Delta t_9 = 4\pi/\omega_{09}$ (крива 9 на рис.4) спектральний розподіл потужності випромінювання двох електронів значно змінюється.

Для різниці часу $\Delta t_{10} = \pi/\omega_{010}$ (крива 10 на рис.5) потужність випромінювання $P_{vac10}^{int} = 0,1351 \cdot 10^{-17}$ ерг/с двох електронів значно менша, ніж потужність випромінювання $P_{vac6}^{int} = 0,745 \cdot 10^{-17}$ ерг/с окремого електрона.

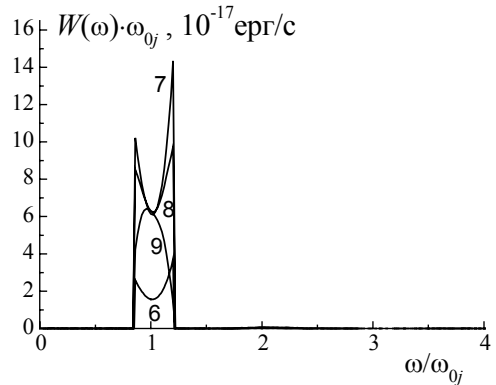


Рис.4. Спектральний розподіл потужності випромінювання двох електронів для випадку, коли вони рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії.

Крива 6 визначає спектральний розподіл потужності випромінювання окремого електрона. $P_{vac6}^{tot} = 0,7298 \cdot 10^{-17}$ ерг/с, $P_{vac6}^{int} = 0,745 \cdot 10^{-17}$ ерг/с.

Крива 7: $\Delta t_7 = 0,1\pi/\omega_{07}$, $P_{vac7}^{int} = 0,3042 \cdot 10^{-16}$ ерг/с,

Крива 8: $\Delta t_8 = 2\pi/\omega_{08}$, $P_{vac8}^{int} = 0,2705 \cdot 10^{-16}$ ерг/с.

Крива 9: $\Delta t_9 = 4\pi/\omega_{09}$, $P_{vac9}^{int} = 0,1821 \cdot 10^{-16}$ ерг/с

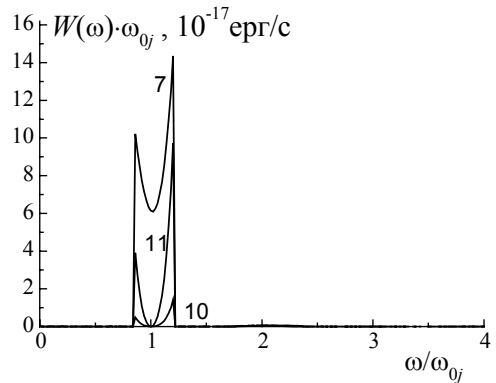


Рис.5. Спектральний розподіл потужності випромінювання двох електронів для випадку, коли вони рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії.

Крива 10: $\Delta t_{10} = \pi/\omega_{010}$, $P_{vac10}^{int} = 0,1351 \cdot 10^{-17}$ ерг/с.

Крива 11: $\Delta t_{11} = 3\pi/\omega_{011}$, $P_{vac11}^{int} = 0,8547 \cdot 10^{-17}$ ерг/с.

Для кривих 6-11: $V_{\perp vac} = 0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac} = 0,5 \cdot 10^{10}$ см/с, $\omega_{06} = \omega_{07} = \omega_{08} = \omega_{09} = \omega_{010} = \omega_{011} = 0,173 \cdot 10^8$ рад/с, $r_{06} = r_{07} = r_{08} = r_{09} = r_{010} = r_{011} = 115,6$ см

На основній частоті ω_{0j} функція спектрального розподілу потужності випромінювання двох електронів дорівнює нулю, якщо різниця часу між ними на гвинтовій лінії дорівнює $(2n+1)\pi/\omega_{0j}$ ($n=0, 1, 2, \dots$).

З проведених досліджень спектральних розподілів потужності (рис.1-5) випливає, що коре-

ляція електромагнітних збурень, які зумовлені електромагнітними полями випромінювання кожного із двох електронів, є єдиним процесом і розповсюджується у вигляді хвиль. Ці результати узгоджуються із даними досліджень [26-30].

Спектральний розподіл потужності випромінювання окремого електрона у вакуумі

Дослідимо, як залежить характер спектрального розподілу потужності випромінювання окремого електрона, що рухається вздовж гвинтової лінії, від зміни співвідношення складових швидкості електрона. Розглянемо спочатку спектральний розподіл потужності випромінювання для випадку малої поперечної складової швидкості.

Для компонент швидкості $V_{\perp vac}=0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,29 \cdot 10^{11}$ см/с (крива 14 на рис.7) верхня границя смуги першої гармоніки суттєво зміщена відносно основної частоти ω_{014} в сторону високих частот.

Розглянемо зміну спектрального розподілу потужності випромінювання окремого електрона (рис.8-12) в залежності від зміни співвідношення між поздовжніми і поперечними складовими його швидкості ($V=const$). Для складових швидкості $V_{\perp vac}=0,1 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,25 \cdot 10^{11}$ см/с спектральний розподіл потужності випромінювання наведений на рис.8 (крива 15). Верхня границя першої смуги знаходиться на частоті $6\omega_{015}$ [8].

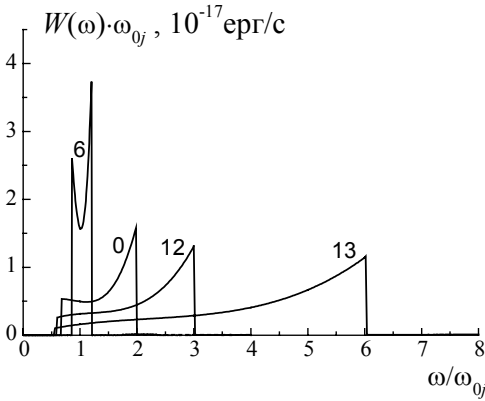


Рис.6. Спектр випромінювання окремого електрона, що рухається по гвинтовій лінії у вакуумі.
Крива 12: $n=1$, $V_{\perp vac}=0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,2 \cdot 10^{11}$ см/с, $\omega_{012} = 0,1305 \cdot 10^8$ рад/с, $r_{012} = 153,3$ см, $P_{vac12}^{tot} = 0,1283 \cdot 10^{-16}$ ерг/с, $P_{vac12}^{int} = 0,128 \cdot 10^{-16}$ ерг/с.
Крива 13: $n=1$, $V_{\perp vac}=0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac}=2,5 \cdot 10^{10}$ см/с, $\omega_{013} = 0,964 \cdot 10^7$ рад/с, $r_{013} = 207,6$ см, $P_{vac13}^{tot} = 0,235 \cdot 10^{-16}$ ерг/с, $P_{vac13}^{int} = 0,232 \cdot 10^{-16}$ ерг/с (область інтегрування $0-8\omega_{013}$ за співвідношеннями (16) і (17))

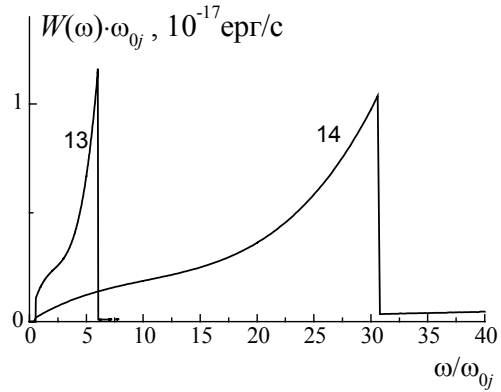


Рис.7. Спектр випромінювання окремого електрона, що рухається по гвинтовій лінії у вакуумі.
Крива 14: $n=1$, $V_{\perp vac}=0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac}=2,9 \cdot 10^{10}$ см/с, $\omega_{014} = 0,43 \cdot 10^7$ рад/с, $r_{014} = 465,0$ см, $P_{vac14}^{tot} = 0,1181 \cdot 10^{-16}$ ерг/с, $P_{vac14}^{int} = 0,1118 \cdot 10^{-16}$ ерг/с (область інтегрування $0-40\omega_{014}$)

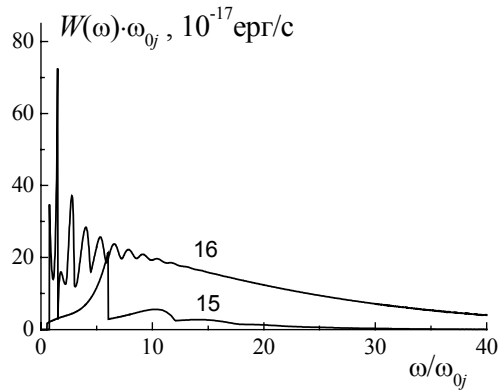


Рис.8. Спектр синхротронного випромінювання окремого електрона.
Крива 15: $n=1$, $V_{\perp vac}=0,1 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=2,5 \cdot 10^{10}$ см/с, $\omega_{015} = 0,773 \cdot 10^7$ рад/с, $r_{015} = 1293,1$ см, $P_{vac15}^{tot} = 0,913 \cdot 10^{-15}$ ерг/с, $P_{vac15}^{int} = 0,91 \cdot 10^{-15}$ ерг/с.
Крива 16: $n=1$, $V_{\perp vac}=2,5 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,1 \cdot 10^{11}$ см/с, $\omega_{016} = 0,773 \cdot 10^7$ рад/с, $r_{016} = 3232,8$ см, $P_{vac16}^{tot} = 0,5708 \cdot 10^{-14}$ ерг/с, $P_{vac16}^{int} = 0,5066 \cdot 10^{-14}$ ерг/с (область інтегрування $0-40\omega_{016}$)

Для складових швидкості $V_{\perp vac}=0,25 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,1 \cdot 10^{11}$ см/с (крива 16 на рис.8) ширина смуг гармонік значно менша, ніж для складових швидкостей $V_{\perp vac}=0,1 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,25 \cdot 10^{11}$ см/с (крива 15 на рис.8).

Для $V_{\perp vac}=0,265 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,5 \cdot 10^{10}$ см/с (крива 17 на рис.9) окремі смуги добре виділяються на спектральному розподілі потужності випромінювання електрона.

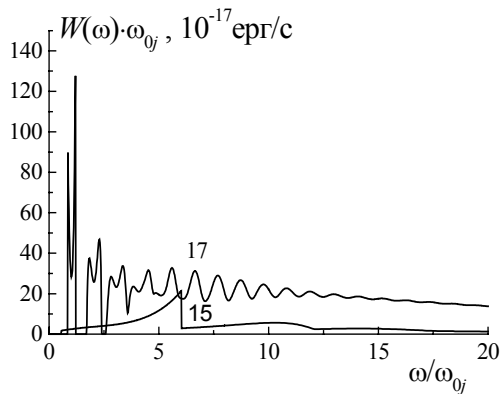


Рис.9. Спектр синхротронного випромінювання окремого електрона. Крива 17: $n=1$, $V_{\perp vac}=0,265 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,5 \cdot 10^{10}$ см/с, $\omega_{017}=0,773 \cdot 10^7$ рад/с, $r_{017}=3421,2$ см, $P_{vac17}^{tot}=0,639 \cdot 10^{-14}$ ерг/с, $P_{vac17}^{int}=0,387 \cdot 10^{-14}$ ерг/с. (область інтегрування $0-20\omega_{017}$)

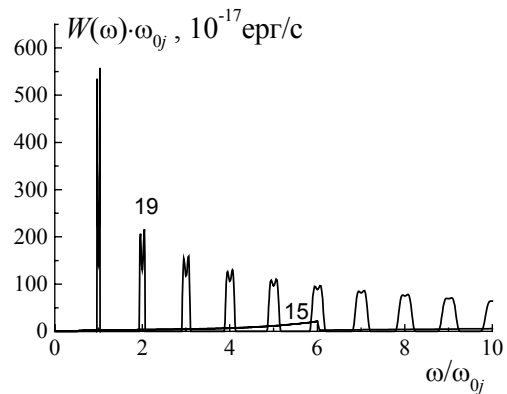


Рис.12. Спектр синхротронного випромінювання окремого електрона. Крива 19: $n=1$, $V_{\perp vac}=0,269 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,1 \cdot 10^{10}$ см/с, $\omega_{019}=0,773 \cdot 10^7$ рад/с, $r_{019}=3479,4$ см, $P_{vac19}^{tot}=0,6612 \cdot 10^{-14}$ ерг/с, $P_{vac19}^{int}=0,216 \cdot 10^{-14}$ ерг/с. (область інтегрування $0-10\omega_{019}$)

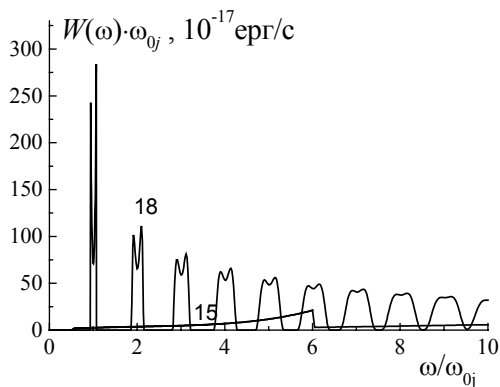


Рис.10. Спектр синхротронного випромінювання окремого електрона

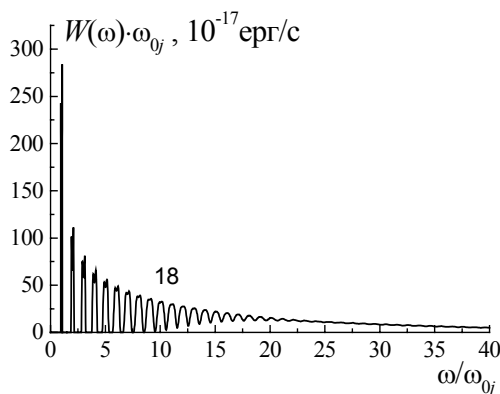


Рис.11. Спектр синхротронного випромінювання окремого електрона. Крива 18: $n=1$, $V_{\perp vac}=0,2685 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,2 \cdot 10^{10}$ см/с, $\omega_{018}=0,773 \cdot 10^7$ рад/с, $r_{018}=3472,2$ см, $P_{vac18}^{tot}=0,658 \cdot 10^{-14}$ ерг/с, $P_{vac18}^{int}=0,573 \cdot 10^{-14}$ ерг/с. (область інтегрування $0-40\omega_{018}$)

Для компонент швидкості $V_{\perp vac}=0,29 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,2 \cdot 10^{10}$ см/с (крива 18 на рис.10, 11) і $V_{\perp vac}=0,269 \cdot 10^{11}$ см/с, $V_{\parallel vac}=0,1 \cdot 10^{10}$ см/с (крива 19 на рис.12) дискретність спектрального розподілу потужності випромінювання на перших гармоніках зумовлена малою величиною поздовжньої компоненти швидкості.

Відмінність у поведінці функції спектрального розподілу потужності випромінювання на границях першої та смуг наступних гармонік (рис.8-12) зумовлена тим, що тільки для першої смуги функція спектрального розподілу потужності випромінювання відмінна від нуля для $\theta=0$ і для $\theta=\pi$. Це викликано поведінкою функцій Бесселя цілого індексу при прямуванні її аргументу до нуля і структурою підінтегрального виразу.

Отже, при русі по гвинтовій лінії для малих складових швидкості випромінювання має місце в основному на першій смузі у двох напрямках осі Oz , тобто перпендикулярно до площини кола, вздовж якого рухається електрон.

Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання в низькочастотній області

Розглянемо випадок непоглинаючих середовищ, коли $\epsilon=\text{const}$ і $\mu=\text{const}$, тобто в низькочастотній області спектра. Отже, ми нехтуємо частотною дисперсією в однорідних середовищах.

Для показника заломлення $n=2$ при швидкостях $V_{\perp m}=0,15 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel m}=0,1493 \cdot 10^{11}$ см/с і $V_{\perp m}=0,12 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel m}=0,1496 \cdot 10^{11}$ см/с (криві 20, 21 на рис.13), виконуються умови існування синхротронно-черенковського випромінювання.

Синхротронно-черенковське випромінювання в середовищі являє собою єдиний процес [5-7]. У тому випадку, коли поперечна до магнітного поля компонента швидкості мала в порівнянні з величиною повної швидкості, спектр синхротронно-черенковського випромінювання мало відрізняється від спектра випромінювання Черенкова при прямолінійному русі в ідеальному діелектрику (крива 22, рис.13, 14).

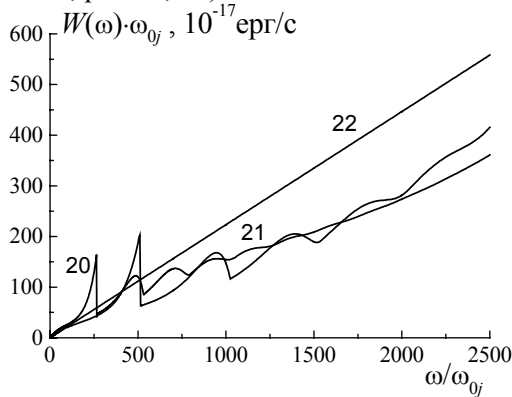


Рис.13. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання за відносною частотою.

Крива 20: $n=2$, $V_{\perp m}=0,15 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel m}=0,1493 \cdot 10^{11}$ см/с, $\omega_{020}=0,1523 \cdot 10^8$ рад/с, $r_{020}=98,5$ см, $P_m^{int} = 0,4688 \cdot 10^{-11}$ ерг/с.

Крива 21: $n=2$, $V_{\perp m}=0,12 \cdot 10^{10}$ см/с, $V_{\parallel m}=0,1496 \cdot 10^{11}$ см/с, $\omega_{021}=0,1523 \cdot 10^8$ рад/с, $r_{021}=78,8$ см, $P_m^{int} = 0,4692 \cdot 10^{-11}$ ерг/с.

Крива 22: $n=2$, $V_{\perp m}=0,1 \cdot 10^8$ см/с, $V_{\parallel m}=0,15008 \cdot 10^{11}$ см/с, $\omega_{022}=0,1523 \cdot 10^8$ рад/с, $r_{022}=65,7$ см, $P_m^{int} = 0,699 \cdot 10^{-11}$ ерг/с, $P_{ch}^{tot} = 0,6979 \cdot 10^{-11}$ ерг/с

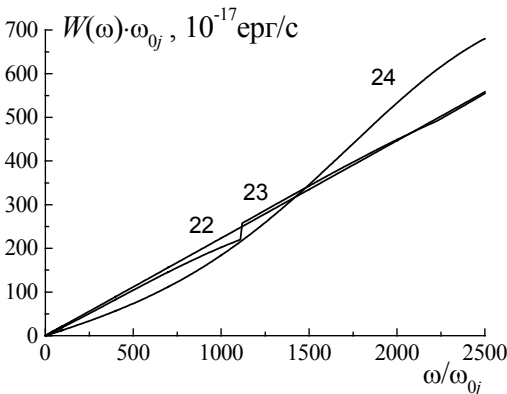


Рис.14. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання за відносною частотою.

Крива 23: $n=2$, $V_{\perp m}=0,4 \cdot 10^9$ см/с, $V_{\parallel m}=0,15003 \cdot 10^{11}$ см/с, $\omega_{023}=0,1523 \cdot 10^8$ рад/с, $r_{023}=26,3$ см, $P_m^{int} = 0,6920 \cdot 10^{-11}$ ерг/с.

Крива 24: $n=2$, $V_{\perp m}=0,7 \cdot 10^9$ см/с, $V_{\parallel m}=0,1499 \cdot 10^{11}$ см/с, $\omega_{024}=0,1523 \cdot 10^8$ рад/с, $r_{024}=46,0$ см, $P_m^{int} = 0,7385 \cdot 10^{-11}$ ерг/с

Потужність черенковського випромінювання при прямолінійному русі визначається співвідношенням (n – постійна величина):

$$P_{ch}^{tot} = \frac{e^2}{2c^2} V \omega_{max}^2 \left(1 - \frac{c^2}{V^2 n^2} \right). \quad (25)$$

Потужність випромінювання Черенкова при прямолінійному русі $P_{ch}^{tot} = 0,6979 \cdot 10^{-11}$ ерг/с, (співвідношення (25)) добре узгоджується з потужністю синхротронно-черенковського випромінювання $P_m^{int} = 0,699 \cdot 10^{-11}$ ерг/с, яка розрахована згідно з (16) і (17), замінюючи $S_2(\omega)$ на $S_1(\omega) = 1$, при русі зарядженої частинки з малою поперечною ($V_{\perp m} = 0,1 \cdot 10^8$ см/с) компонентою швидкості (модулі швидкостей однакові).

Проведені з досить високою точністю розрахунки спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання електронів показали, що спектральний розподіл при $V_{\parallel} < c/n$ (криві 20, 21 на рис.13) суттєво відрізняються від спектрального розподілу при $V_{\parallel} > c/n$ (криві 23, 24 на рис.14). Числові та аналітичні розрахунки показали, що вплив ефекту Доплера на особливості спектрального розподілу потужності випромінювання електронів суттєвий поблизу черенковського бар'єра.

Врахування частотної дисперсії мало змінює спектральний розподіл потужності випромінювання в низькочастотній області й приводить до ряду цікавих особливостей у високочастотній області спектра [31].

Висновки

Фактор когерентності, зумовлений розташуванням електронів вздовж гвинтової лінії, визначає перерозподіл енергії випромінювання за частотами.

Для малих різниць часу між електронами, що рухаються вздовж гвинтової лінії, фактор когерентності $S_2(\omega) \approx 4$, а два електрони випромінюють як заряджена частинка з зарядом $2e$ і масою $2m_0$, тобто в чотири рази більше, ніж окремих електрон.

Зміна співвідношення між компонентами швидкості приводить до суттєвої зміни спектрального розподілу потужності випромінювання окремого електрона у вакуумі. Величина поздовжньої компоненти швидкості визначає ширину смуг окремих гармонік.

Ефект Доплера зумовлює вигляд спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання.

Отримані спектральні розподіли потужності синхротронного, черенковського і синхротронно-

черенковського випромінювань електронів у низькочастотній області спектра можуть знайти практичне застосування при створенні нових джерел електромагнітної енергії та при трактуванні деяких явищ в астрофізиці і у фізиці плазми.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Соколов А.А., Гальцов Д.Ф., Жуковский В.Ч. Излучение электронов, движущихся по винтовым линиям // Журнал технической физики. - 1973. - **43**, №3. - С.682 - 683.
2. Синхротронное излучение. Свойства и применения / Под ред. К.Кунца. - М.: Мир, 1981.
3. Константинович А.В., Фортуна В.В. К теории излучения систем не взаимодействующих зарядов, движущихся в постоянном магнитном поле в вакууме // Изв. вузов. Физика. - 1983. - №12. - С.102-104.
4. Тернов И.М. Синхротронное излучение // УФН. - 1995. - **165**, №4. - С.429-456.
5. Константинович А.В., Мельничук С.В., Раренко И.М., Константинович И.А., Жаркой В.П. Спектр випромінювання системи заряджених частинок, що рухаються в непоглинаючому ізотропному середовищі // Журнал фізичних досліджень. - 2000. - **4**, № 1. - С.48-56.
6. Цытович В.Н. К вопросу об излучении быстрых электронов в магнитном поле при наличии среды // Вестник Московского университета. Физика. - 1951. - №11. - С.27-36.
7. Schwinger J., Tsai Wu-yang, Erber T. Classical and Quantum Theory of Synergic Synchrotron-Cherenkov Radiation // Ann. of Phys. - 1976. - **96**, No.2. - P.303-332.
8. Константинович И.А., Мельничук С.В., Константинович А.В. Класична теорія випромінювання заряджених частинок. II. Вплив середовища на спектр випромінювання заряджених частинок, що рухаються в електромагнітних полях // Науковий вісник ЧНУ. Випуск 132: Фізика. Електроніка. - Чернівці, ЧНУ, 2002. - С. 24 - 39.
9. Тернов И.М., Михайлин В.В. Синхротронное излучение. Теория и эксперимент. - Москва: Энергоатомиздат, 1986.
10. Nakazato T, Oyamada M., Niimura N., Urasawa S., Konno O., Kagaya A., Kato R., Kamiyama T., Torizuka Y., Nanba T., Kondo Y., Shibata Y., Ohsaka T., Ikazawa M. Observation of Synchrotron Radiation // Phys. Rev. Lett. - 1989. - **63**, No.12. - P.1245-1248.
11. Ishi K., Shibata Y., Takahashi T., Mishiro H., Ohsaka T., Ikezawa M., Kondo Y., Nakazato T., Urasawa S., Niimura M., Kato R. Spectrum of Coherent Synchrotron Radiation in the Far-Infrared Region // Phys. Rev. - 1991. - **43A**, No.10. - P.5597-5804.
12. Schibata Y., Ishi K., Takahashi T., Arai F., Izekawa M., Takami K., Matsuyama T., Kobayashi K., Fujita Y. Observation of Coherent Synchrotron, Cherenkov and Wake-Field Radiation at Millimetric wavelengths Using an L-Band Linear Accelerator // Phys. Rev. - 1991. - **44A**, No.6. - P.3449-3551.
13. Klepikov N.P., Ternov I.M., Epp V.Ya. Coherent Radiation of Charged Particles Moving along a Closed Path // Nucl. Instrum. and Meth. Phys. Phys. Rev. - 1989. - **282A**, No.2-3. - P.413-416.
14. Klepikov N.P., Ternov I.M. Coherent Synchrotron Radiation of a Bunch of Particles // Nucl. Instrum. and Meth. Phys. - 1991. - **308A**, No.1-2 - P.113-114.
15. Клепиков Н.П., Тернов И.М. Когерентное синхротронное излучение сгустков частиц // Изв. вузов. Физика. - 1990. - №3. - С.9-15.
16. Michel F.C. Intense Coherent Submillimetric Radiation in Electron Storage Rings // Phys. Rev. Lett - 1982. - **48**, No.9. - P.580-583.
17. Michel F.C. Radio Pulsar Disk Electrodynamics // Astrophys. Journ. - 1985. - **266**, No.1. - P.188-200.
18. Schwinger J. On the Classical Radiation of Accelerated Electrons // Phys. Rev. - 1949. - **75**, No.12. - P.1912-1925.
19. Константинович А.В., Мельничук С.В., Константинович И.А. Класична теорія випромінювання заряджених частинок. I. Запізнаючи і випереджаючи потенціали та напруженості електромагнітного поля і метод сили самодії Лоренца // Науковий вісник ЧНУ. Випуск 102: Фізика. Електроніка. - Чернівці, ЧНУ, 2001. - С.5-13.
20. Dirac P.A.M. Classical Theory of Radiating Electrons // Proc Roy. Soc. Ser. A. - 1938. - **167**, No.1. - P.148-169.
21. Соколов А.А. К классической теории элементарных частиц (точечный электрон) // Вестник Моск. университета. - 1947. - № 2. - С.33-48.
22. Константинович А.В., Ницович В.М. Энергетические потери заряда, движущегося по спирали в прозрачном диэлектрике // Известия вузов. Физика. - 1973. - №2. - С.59-62.
23. Болотовский Б.М. Теория эффекта Вавилова-Черенкова // УФН. - 1957. - **62**, №3. - С. 201-246.
24. Зрелов В.Г. Излучение Вавилова-Черенкова. В 2-х т. - М.: Атомиздат, 1968.
25. Соколов А.А., Жуковский В.Ч., Колесникова М.М., Никитина Н.С., Шишанин О.Е. К теории синхротронного излучения при движении электрона по спирали // Изв. вузов. Физика. - 1969. - **12**, №2. - С.108-116.
26. Wolf E. Optics in Terms of Obsevable Quantities // Nuovo cimento. - 1954. - **12**, No.6. - P.484-488.
27. Wolf E. A macroscopic Theory of Interference and Diffraction of Light from Finite Sources. I. Fields with Narrow Spectral Range // Proc. Roy. Soc. - 1954. - **A225**, No.1160. - P.96-111.
28. Wolf E. A macroscopic Theory of Interference and Diffraction of Light from Finite Sources. I. Fields with a Spectral Range of arbitrary width // Proc. Roy. Soc. - 1955. - **A230**, No.1181. - P.246-265.
29. Blanc-Lapierre A, Dumontet P. Sur la notion de coherence en optique // Comptes Rendue d l'Academie de Science - 1954. - **34**, No.9. - P.105-107.
30. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. - М.: Наука, 1973.
31. Afanasiev G.N., Shilov V.M. and Stefanovsky Yu.P. New analytic results in the Vavilov-Cherenkov radiation theory // Nuovo Cimento - 2002. - **117B**, No.7. - P.815-837.