УДК 389.53.5:121.383.8

© 2005 р. Т.О. Царик, А.В. Клепіковський, Є.М. Тимофієва, О.Г. Шайко-Шайковський

Чернівецький національний університет ім. Ю.Федьковича, Чернівці

КОНСТРУКТИВНІ ШЛЯХИ ЗАХИСТУ БАГАТОКАСКАДНИХ ТЕРМООХОЛОДЖУВАЧІВ ВІД ВІБРАЦІЙ

Розглянуто моделювання термоелектричного охолоджувача, відповідно з електродинамічною аналогією сила–напруга одно- або багатоконтурним електричним колом у залежності від кількості каскадів. Проведено оцінку власних і головних частот коливань у залежності від конфігурації і кількості каскадів та визначено умови вітрозахисту за допомогою розв'язків рівнянь Лагранжа–Максвела.

Thermo-electric refrigerant models conformably with electrodynamics analogy power-tension single-stage or many-stage electric circuit, that depending on quantity cascade. Solutions of Lagrange-Maxwell's equation allow conduct evaluation proper and main frequencies depending on configuration and quantity cascades and determine vibrotection conditions.

Термостабілізація пристроїв радіоелектроніки вимагає використання термоелектричних охолоджувачів (ТЕО) на модулях Пельтьє. При експлуатації їх на рухомих носіях виникають проблеми із захистом апаратури від вібрацій, починаючи етапом проектування, і закінчуючи монтажем. Оскільки джерело вібрацій є основа, то збудження вимушених коливань кінематичне, з частотою, яка може змінюватись у широких межах.

Конструкція ТЕО, що нагадує етажерку, описана в працях [2,3]. Вони виготовляються із монокристалів Bi_2Te_3, з'єднаних між собою мідною комутаційною доріжкою, і кріпляться до ситалового теплопереходу шаром припою, який є своєрідним демпфером (рис. 1).

Розглянемо одноступінчатий ТЕО із n елементів, маса яких m, еквівалентна жорсткість c і еквівалентний коефіцієнт демпфірування β. Розрахункові механічна і електрична схеми наведені на рис. 2.

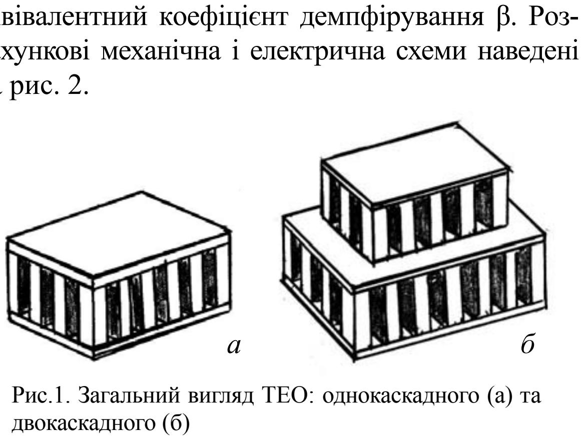

Рис.1. Загальний вигляд ТЕО: однокаскадного (а) та двокаскадного (б)

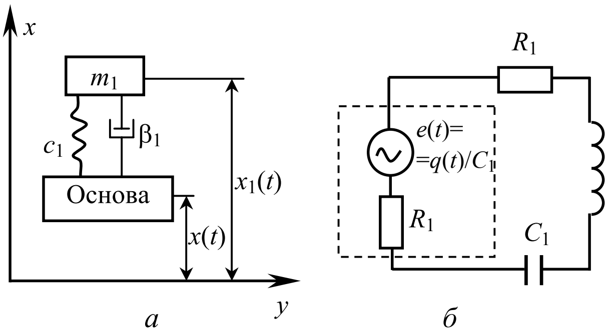

Рис. 2. Схеми однокаскадного ТЕО: механічна (а) та електрична (б)

Кінетична (Т), потенціальна (П) енергії і функція розсіяння (Φ) коливальної системи з одним степенем вільності запишуться для механічної системи у вигляді (1а), а для електричної – (1б).

$$\begin{cases} T_м = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2, \\ П_м = \frac{1}{2} c_1 (x_1 - x)^2, \\ Φ_м = \frac{1}{2} \beta_1 (\dot{x}_1 - \dot{x})^2, \end{cases} \quad (1а)$$

$$\begin{cases} T_е = \frac{1}{2} L \dot{q}_1^2 = \frac{1}{2} L i^2, \\ П_е = \frac{1}{2c_1} (q_1 - q)^2, \\ Φ_е = \frac{1}{2} R_1 (\dot{q}_1 - \dot{q})^2. \end{cases} \quad (1б)$$

Після підстановки у рівняння Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \dot{q}}-\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial q}=-\frac{\partial \Pi}{\partial q}-\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}}+e(t) \qquad (2)$$

виразів (1а) і (1б), отримаємо рівняння:

$$m_1\ddot{x}_1+\beta_1\dot{x}_1+c_1x_1=\beta_1\dot{x}+c_1x, \qquad (3)$$

$$L_1\ddot{q}_1+R_1\dot{q}_1+q_1/c_1=R_1\dot{q}+q/c_1. \qquad (4)$$

Отже, кінематичне збудження звелося до силового, де вимушувальною силою в абсолютному русі є відновлювальна сила переносного руху – c, $x(t)$. Врахування демпфірування зводиться до сили тертя $\beta_1\dot{x}_1$ і до сили $-\beta_1\dot{x}_1$, що відповідає податливості коливальної системи. Якщо система податлива, то від джерела коливань в неї буде надходити більше енергії.

Розділимо (3) і (4) відповідно на m_1 і L_1 і визначимо частинні розв'язки x_1 і q_1, які будуть мати однаковий вигляд:

$$x_1(t)=\frac{2hp+\omega_0^2}{\omega_0^2+p^2+2hp}x(t),$$
$$q_1(t)=\frac{2hp+\omega_0^2}{\omega_0^2+p^2+2hp}q(t), \qquad (5)$$

де введено позначення:

$$\omega_0^2=\frac{c}{m}=\frac{1}{L_1c_1},\quad h=\frac{\beta}{2m}=\frac{R_1}{2L_1},\quad p=\frac{d}{dt}. \qquad (6)$$

Коефіцієнт динамічності

$$\mu=\frac{x_1(t)}{x(t)}=\frac{q_1(t)}{q(t)}=\frac{2hp+\omega_0^2}{\omega_0^2+p^2+2hp}, \qquad (7)$$

який характеризує проблему вібр090захисту та віброізоляції, за абсолютним значенням має бути меншим одиниці.

Якщо $x(t)$, $q(t)$ – періодичні функції частоти ω, то, приймаючи $p=i\omega$, одержимо

$$|\mu|=\frac{\sqrt{\omega_0^4+4h^2\omega^2}}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4h^2\omega^2}}=$$
$$=\frac{\sqrt{1+4z^2n^2}}{\sqrt{(1-z^2)^2+4n^2z^2}}, \qquad (8)$$

де $z=\omega/\omega_0$, $n=h/\omega_0$.

За умови $|\mu|<1$ отримуємо $\omega>\sqrt{2}\omega_0$. Отже, для вібрoзахисту або віброізоляції параметри коливальної системи мають бути обрані так, щоб частота власних коливань була значно меншою, ніж частота збурення.

Розглянемо систему з двома ступенями вільності, тобто двокаскадний ТЕО (рис.3).

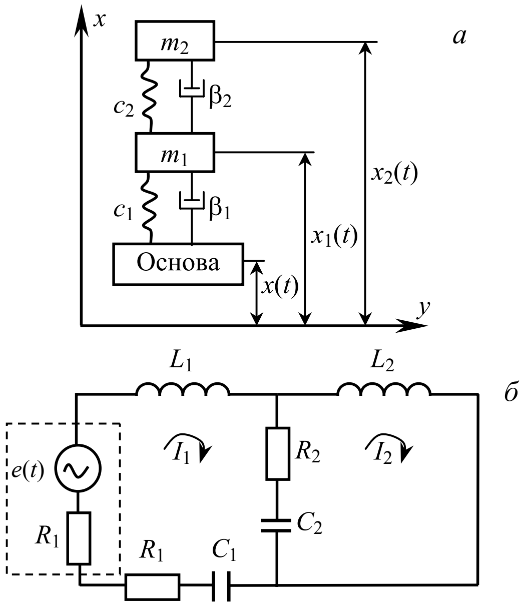

Рис. 3. Двокаскадний ТЕО (а) і його електричний аналог (б)

Кінетична енергія системи дорівнює:

$$\mathrm{T}=\mathrm{T}_1+\mathrm{T}_2=\frac{m_1\dot{x}_1^2}{2}+\frac{m_2\dot{x}_2^2}{2}. \qquad (9)$$

Потенціальна енергія системи дорівнює:

$$\Pi=\Pi_1+\Pi_2=$$
$$=\frac{c_1}{2}(x_1-x)^2+\frac{c_2}{2}(x_2-x_1)^2. \qquad (10)$$

Дисипативна функція:

$$\Phi=\Phi_1+\Phi_2=$$
$$=\frac{\beta_1}{2}(\dot{x}_1-\dot{x})^2+\frac{\beta_2}{2}(\dot{x}_2-\dot{x}_1)^2. \qquad (11)$$

Відповідні енергії і функція Релея для електричного аналога запишуться так:

$$\mathrm{T_e}=\frac{L_1\dot{q}_1^2}{2}+\frac{L_2\dot{q}_2^2}{2}, \qquad (12)$$

$$\Pi_e=\frac{1}{2c_1}(q_1-q)^2+\frac{1}{2c_2}(q_2-q_1)^2, \qquad (13)$$

$$\Phi_e=\frac{1}{2}R_1(\dot{q}_1-\dot{q})^2+\frac{1}{2}R_2(\dot{q}_2-\dot{q}_1)^2. \qquad (14)$$

Підставляючи (9)-(14) у рівняння Лагранжа, отримаємо такі рівняння:

$$\ddot{x}_1+\frac{\beta_1+\beta_2}{m_1}\dot{x}_1+(c_1+c_2)x_1-\frac{c_2}{m_1}x_2-$$
$$-\frac{\beta_2}{m_1}\dot{x}_2=\frac{c_1}{m_1}x+\frac{\beta_1}{m_1}\dot{x}, \qquad (15)$$

$$\ddot{x}_2+\frac{\beta_2}{m_2}\dot{x}_2+\frac{c_2}{m_2}x_2-\frac{c_2}{m_2}x_1-\frac{\beta_2}{m_2}\dot{x}_1=0,$$

$$\ddot{q}_1 + \frac{R_1 + R_2}{L_1}\dot{q}_1 + \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)q_1 - \frac{1}{c_2 L_1}q_2 - \\ - \frac{R_2}{L_1}\dot{q}_2 = \frac{1}{c_1 L_1}q + \frac{R_1}{L_1}\dot{q}. \tag{16}$$

Вводячи оператор диференціювання $p = \frac{d}{dt}$ і приймаючи $p=i\omega$ ($i=\sqrt{-1}$) при періодичному збуренні, а також ввівши позначення:

$$\omega_{01}^2 = \frac{c_1}{m_1},\ \omega_{02}^2 = \frac{c_2}{m_2}, \\ \omega_{11}^2 = \omega_{01}^2\left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right) = \omega_{01}^2(1 + \mu_c), \\ h_1 = \frac{\beta_1}{2m_1},\ h_2 = \frac{\beta_2}{2m_2},\ h_{11} = h_1(1 + \mu_\beta), \\ \mu_m = \frac{m_2}{m_1},\ \mu_\beta = \frac{\beta_2}{\beta_1}, \tag{17}$$

отримаємо розв'язки x_1, x_2 (q_1, q_2):

$$x_1 = \frac{1}{\Delta(i\omega)}(\omega_{02}^2 - \omega^2 + 2ih_2\omega) \times \\ \times (\omega_{01}^2 + 2ih_1\omega)x, \tag{18}$$

$$x_2 = \frac{1}{\Delta(i\omega)}(\omega_{02}^2 + 2ih_2\omega) \times \\ \times (\omega_{01}^2 + 2ih_1\omega)x. \tag{19}$$

Визначник системи

$$\Delta(i\omega) = (\omega_{11}^2 - \omega^2 + 2ih_{11}\omega) \times \\ \times (\omega_{02}^2 - \omega^2 + 2ih_2\omega) - \\ - (\omega_{02}^2 + 2ih_2\omega) \times \\ \times (\mu_c\omega_{01}^2 + 2i\mu_m h_2\omega). \tag{20}$$

Для електричного кола

$$\omega_{01}^2 = \frac{1}{L_1 c_1}, \omega_{02}^2 = \frac{1}{L_2 c_2}, \\ \omega_{11}^2 = \omega_{01}^2\left(1 + \frac{c_1}{c_2}\right) = \omega_{01}^2(1 + \mu_c), \\ \mu_C = \frac{c_1}{c_2}, \mu_L = \mu_m = \frac{L_2}{L_1}, \mu_R = \mu_\beta = \frac{R_2}{R_1}, \\ h_1 = \frac{R_1}{2L_1}, h_2 = \frac{R_2}{2L_2}, h_{11} = h_1(1 + \mu_R). \tag{21}$$

Із рівняння (18) слідує, що при h_2=0 і $\omega=\omega_{02}$ x_1=0, тобто в системі зі зв'язком, виникає антирезонанс. Це означає, що m_2 коливається у протифазі до кінематичного збурення з амплітудою у m_1/m_2 більшою, ніж амплітуда збурюючого коливання. При $h_2 \neq 0$ і $\omega=\omega_{02}$ $x_1 \neq 0$, але буде малим.

При частотах збурення $\omega=\omega_1$ і $\omega=\omega_2$, які є коренями рівняння $\Delta(\omega)=0$ (ω_1,ω_2 − головні частоти), амплітуди коливань обох каскадів резонансні. При цьому

$$\omega_1 < \omega_{01} < \omega_{02} < \omega_2\,. \tag{22}$$

Отже, головні частоти менші за найменшу парціальну частоту й більші за найбільшу парціальну частоту.

Із використанням наведеної методики розраховані частоти однокаскадних ТЕО (при різних конфігураціях n) без демпфірування і з демпфіруванням, а також двокаскадних ТЕО різної конфігурації без демпфірування і з демпфіруванням.

Висновки

1. Проведені розрахунки засвідчують, що метод електродинамічних аналогій [1] дозволяє описати механічні системи, оптимізувати їх параметри, заміною параметрів R, L, C електричного кола.
2. Однокаскадні ТЕО можна захистити від вібрацій тільки демпфіруванням, оскільки резонансна частота зменшується при цьому на два порядки.
3. У двокаскадних ТЕО рознесення головних частот залежить від конфігурації ТЕО, а зі зростанням кількості елементів нижня головна частота стає ще меншою, а верхня – зростає.
4. Для захисту від вібрацій двокаскадних ТЕО можна використати антирезонанс у першому каскаді і збільшити демпфірування другого каскада.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Павловський М.А.* Теоретична механіка. – Київ: Техніка, 2004.
2. *Анатычук Л.И.* Термоэлементы и термоэлектрические устройства. – Киев: Наукова думка, 1979.
3. *Вайнер А.Л.* Каскадные термоэлектрические источники холода. – М.: Советское радио, 1976.