

ПРОНИКНИЙ ПЛОЩИННИЙ ТЕРМОЕЛЕМЕНТ В РЕЖИМІ ОХОЛОДЖЕННЯ

Представлено теорію розрахунку та комп'ютерні методи пошуку оптимальних функцій неоднорідності матеріалу віток в сукупності з пошуком оптимальних параметрів (густина електричного струму, витрати теплоносія) при яких термодинамічна ефективність перетворення енергії буде максимальною. Наведено розраховані оптимальні розподіли неоднорідності віток для матеріалу на основі Bi_2Te_3 . Показано, що раціональне використання таких перетворювачів енергії дозволяє підвищити холодильний коефіцієнт на 40-60%.

Calculation theory and computer methods of search for optimal functions of legs material inhomogeneity combined with search for optimal parameters (electric current density, heat carrier flow rate) for which thermodynamic efficiency of power conversion will be maximum are represented. Calculated optimal distributions of legs inhomogeneity for Bi_2Te_3 based material are given. It is shown that rational use of such power converters allows increasing coefficient of performance by 40-60%.

Вступ

Наразі відомі термоелементи, в яких теплообмін з джерелом та стоком тепла відбувається не тільки на спаях термоелемента, а й в об'ємі матеріалу віток [1-3]. Варіантами реалізації таких моделей є проникні термоелементи, в яких у матеріалах віток вздовж напрямку протікання електричного струму є канали (пори) для прокачування теплоносія. Керуючи умовами теплообміну (швидкість теплоносія, інтенсивність теплообміну тощо) в поєднанні з розподілом фізичних ефектів у матеріалі віток, можна впливати на енергетичну ефективність перетворення енергії.

Дослідження проникних термоелементів [3-5] показало перспективу їх використання, оскільки дає можливість підвищити холодильний коефіцієнт в 1,3-1,6 рази. Однак їх практична реалізація пов'язана з певними матеріалознавчими та технологічними труднощами, що спонукає до пошуку та дослідження більш простих варіантів фізичних моделей перетворювачів з внутрішнім теплообміном.

Варіантом реалізації внутрішнього теплообміну є проникні площинні термоелементи, в яких кожна вітка складається з певної кількості пластин, розміщених на віддалі одна від одної. Проміжки між пластинами утворюють канали, по яких прокачується теплоносій (рідина або газ).

Фізична модель та її математичний опис

Фізична модель площинного проникного термоелемента, що працює в режимі термоелектричного охолодження, наведена на рис. 1. Вона містить вітки n - і p -типів провідності, кожна вітка складається з N_p сегментів (площин) розташованих на віддалі h_k одна від одної. Ширина сегмента h , а його товщина h_p . Проміжки між сегментами утворюють канали, по яким прокачується теплоносій (повітря або рідина) для його охолодження. Теплі та холодні спаї термоелемента підтримуються при постійних значеннях T_h і T_c відповідно. Теплоносій прокачується в напрямку від теплих спаїв до холодних. Температура теплоносія на вході у термоелемент T_a .

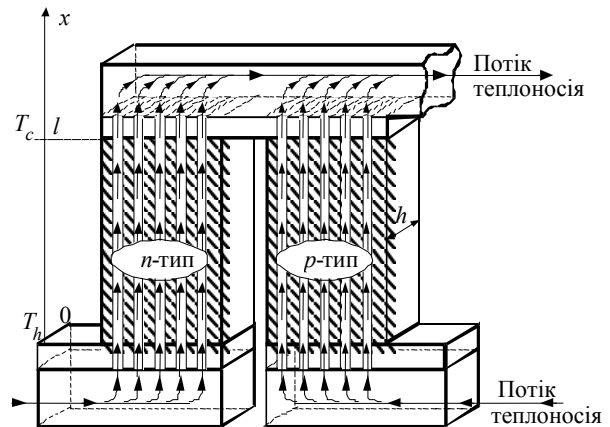


Рис. 1. Модель проникного площинного термоелемента

Коефіцієнт теплообміну теплоносія всередині каналів проникного площинного термоелемента α_T .

Для знаходження розподілу температур в матеріалі термоелемента необхідно розв'язати диференціальне рівняння

$$\frac{d}{dx} \left(\kappa(T) \frac{dT}{dx} \right) + i^2 \rho(T) - T i \frac{d\alpha(T)}{dx} - \frac{2 \alpha_T}{h_p} (T - t) = 0 \quad (1)$$

де t – температура теплоносія в точці x , T – температура вітки в точці x , α_T – коефіцієнт тепловіддачі, $i = \frac{I}{S - S_K}$ – густина електричного струму,

$\alpha(T)$, $\kappa(T)$, $\rho(T)$ – коефіцієнти термоерс, теплопровідності і питомого опору матеріалу є функціями температури T . Зазначимо, що параметри термоелектричного середовища α , κ , ρ взаємозалежні. Система цих зв'язків задає деяку область G_ξ зміни неоднорідності ξ . Конкретизуючи матеріал вітки, необхідно задати ці зв'язки, наприклад, у вигляді теоретичних або експериментальних залежностей α , κ , ρ від T і визначити G_ξ .

На ділянці сегменту вітки dx зміна температури теплоносія dt визначається законом збереження енергії, тому диференціальне рівняння для розподілу температури теплоносія t таке

$$\frac{dt}{dx} = \frac{2 \alpha_T}{V c_p h_p} (T - t). \quad (2)$$

де $V = \nu \rho_T$ – питома масова швидкість теплоносія в каналі, ν – швидкість, ρ_T – густина теплоносія, c_p – теплоємність теплоносія.

Рівняння (1) і (2), записані для n - і p -віток термоелемента, утворюють систему диференціальних рівнянь для визначення розподілу температур:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} \left(\kappa(T, \xi) \frac{dT}{dx} \right) + i^2 \rho(T, \xi) - T i \frac{d\alpha(T, \xi)}{dx} - \frac{2 \alpha_T}{h_p} (T - t) = 0, \\ \frac{dt}{dx} = \frac{2 \alpha_T}{V c_p h_p} (T - t). \end{cases} \quad (3)$$

Розглянемо задачу про максимальну енергетичну ефективність термоелектричного охолодження при фіксованих температурах джерел тепла T_h і T_c .

Задача зводиться до пошуку максимуму холодильного коефіцієнта

$$\varepsilon = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c}, \quad (4)$$

при диференціальних зв'язках (3) і граничних умовах:

$$T_{n,p}(0) = T_h, \quad T_{n,p}(1) = T_c, \quad t_{n,p}(0) = T_s. \quad (5)$$

де T_h – температура гарячої поверхні спаїв, T_c – температура холодної поверхні спаїв, T_s – початкова температура теплоносія, Q_h і Q_c , – теплові потоки, якими термоелемент обмінюється з зовнішніми джерелами тепла.

$$Q_h = Q_n(0) + Q_p(0),$$

$$Q_c = Q_n(1) + Q_p(1) + Q_L,$$

де Q_L – тепло, що підводиться за рахунок внутрішнього теплообміну

$$Q_L = \sum_{n,p} V c_p S_R (t(0) - t(1)).$$

Надалі замість максимуму ε зручно розглядати мінімум функціонала **I**:

$$I = \ln(q(0)) - \ln(q(1)), \quad (6)$$

де

$$q(0) = \frac{Q_h}{I} = q_n(0) + q_p(0),$$

$$q(1) = \frac{Q_c}{I} = q_n(1) + q_p(1) + \frac{Q_L}{j(S - S_K)} l,$$

$q_n(1), q_p(1), q_n(0), q_p(0)$ – величини питомих потоків тепла на холодних і гарячих спаях термоелемента для віток n - і p -типів, що визначаються із розв'язку системи диференціальних рівнянь (3).

Оптимізаційна задача полягає в тім, щоб із безлічі припустимих керувань $\xi \in G_\xi$ вибрати

такі функції концентрації $\xi^{n,p}(x)$ і одночасно призначити таку питому масову швидкість теплоносія в каналах $V = V_0$, що при обмеженнях (3),(4) і умові для густини електричного струму

$$q_n(1) + q_p(1) = 0, \quad (7)$$

які надають функціоналові **I** найменше значення. При цьому холодильний коефіцієнт ε буде максимальним [7].

Метод розв'язання задачі

Для розв'язання задачі скористаємося математичною теорією оптимального керування розробленою під керівництвом Л.С. Понтрягіна [7]. Конкретизуємо формалізм математичної теорії оптимального керування стосовно до нашої задачі і отримаємо необхідні співвідношення.

Функції $\psi(x)$ (імпульси) повинні задовольняти систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_1}{dx} = \frac{\alpha j}{\kappa} R_1 \psi_1 - \left(\frac{\alpha j}{\kappa} R_2 - \frac{\alpha_T \Pi_K N_K l^2}{(S - S_K) j} \right) \psi_2 - \frac{\alpha_T \Pi_K N_K l}{V c_p S_R} \psi_3, \\ \frac{d\psi_2}{dx} = \frac{j}{\kappa} \psi_1 - \frac{\alpha j}{\kappa} \psi_2, \\ \frac{d\psi_3}{dx} = - \frac{\alpha_T \Pi_K N_K l^2}{(S - S_K) j} \psi_2 + \frac{\alpha_T \Pi_K N_K l}{V c_p S_R} \psi_3. \end{cases}$$

де

$$\begin{cases} R_1 = 1 + \frac{d \ln \alpha}{dT} T - \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right), \\ R_2 = R_1 + \frac{1}{Z_K} \frac{d \ln \sigma}{dT} + \frac{d \ln \kappa}{dT} \left(T + \frac{q}{\alpha} \right). \end{cases}$$

канонічно спряженій системі (3), Граничним умовами (умовам трансверсальності):

$$\psi(0) = \frac{\partial \bar{J}}{\partial y} \Big|_{x=0}, \quad \psi(1) = - \frac{\partial \bar{J}}{\partial y} \Big|_{x=1}$$

($\bar{J} = J + \sum (v, g)$) – розширений функціонал,

\bar{v}, \bar{g} – вектори невизначених множників Лагранжа і граничним умовам (5).

Тоді граничні умови для спряженої системи приймуть вигляд:

$$\begin{aligned} \psi_2^{n,p}(0) &= \frac{1}{q_n(0) + q_p(0)}, \\ \psi_2^{n,p}(1) &= - \frac{(S - S_K) j}{IV c_p S_R (2t(0) - t_n(1) - t_p(1))}, \\ \psi_3^{n,p}(1) &= - \frac{1}{2t(0) - t_n(1) - t_p(1)}. \end{aligned}$$

Використовуючи наведену систему рівнянь з урахуванням зв'язків (3), (5) та чисельних методів, була створена програма комп'ютерного проектування оптимальних функцій неоднорідності термоелектричного матеріалу $\xi(x)$ і оптимальної швидкості теплоносія V з метою досягнення максимальної енергетичної ефективності проникного площинного термоелемента охолодження.

Результати дослідження проникного площинного термоелемента для матеріалів на основі Ві-Те

Приведемо результати комп'ютерного проектування оптимальної неоднорідності напівпровідникового термоелектричного матеріалу в сполученні з оптимальною функцією розподілу джерел (стоків) тепла для проникних площинних термоелементів охолодження. Важалося, що коефіцієнт теплообміну теплоносія всередині каналів $\alpha_T = 0,01$ Вт/(см²К).

Оптимальні неоднорідності напівпровідникових матеріалів n -, p -типу і розподіли джерел тепла у вітках термоелемента при перепаді температур на його спаях 50 К, $N_p = 5$ шт, $h_k = 0,1$ см, $h = 1$ см, $l = 1$ см, $h_p = 0,1$ см, $T_h = 300$ К, $T_a = 300$ К, $c_p = 1,0$ Дж/(кг К) наведені на рис. 2 у вигляді зміни параметрів матеріалу α , σ , κ (при 300 К) уздовж висоти віток. Як вихідні дані для такої оптимізації були використані експериментальні залежності характеристик напівпровідникових матеріалів n - і p -типів на основі Ві-Те α , σ , κ від температури для різної концентрації домішок.

Залежності максимального холодильного коефіцієнту COP , холодопродуктивності термоелемента Q_p , спожитої потужності W , напруги U , температури теплоносія на виході з термоелемента T_{c-v} , оптимальної витрати теплоносія V_0 від товщини ребра (h_p) для висоти віток $l = 1,0$ с зведені в таблицю 1.

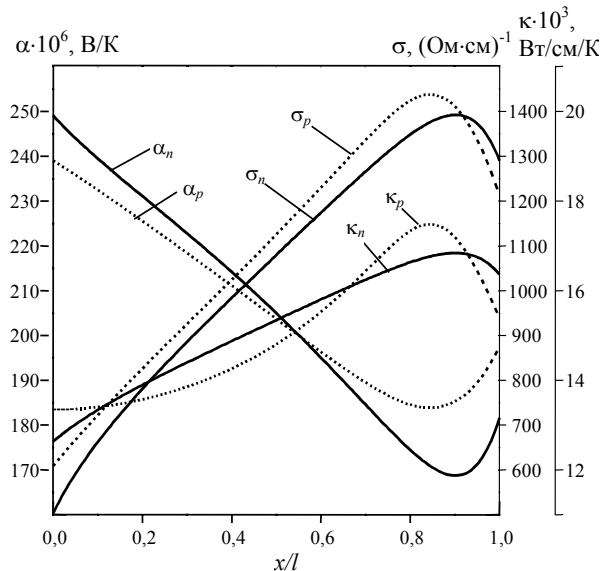


Рис. 2. Оптимальний розподіл параметрів матеріалу уздовж висоти віток проникного площинного термоелемента для перепаду температур $\Delta T = 50$ К, $T_h = 300$ К (x/l – безрозмірна координата вітки)

Таблиця 1. Параметри термоелемента

h_p , см	0,5	0,1	0,05	0,01	0,005
COP	0,524	0,566	0,574	0,581	0,582
$Q_{п}$, Вт	2,660	0,5654	0,2869	0,0582	0,0291
W , Вт	5,06	0,999	0,500	0,100	0,050
U , В	0,071	0,071	0,071	0,071	0,071
T_{c-v} , К	280,3	255,1	252,5	250,5	250,25
V_0 , кг/(см с)	0,135	0,0126	0,00604	0,00117	0,000586

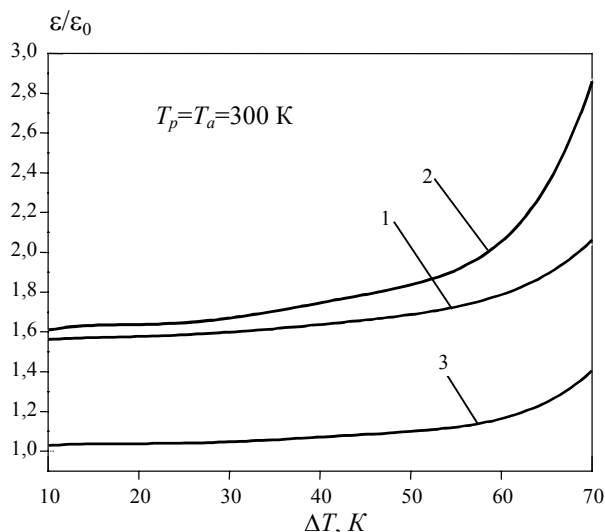


Рис. 3. Залежність відношення холодильних коефіцієнтів від перепаду температур на термоелементі

Видно, що існують раціональна товщина ребра (0,1 см) при якій характеристики термоелемента мають найбільш сприятливі значення за умови їх створення.

Ріст холодильного коефіцієнта проникного площинного термоелемента з оптимально однорідних матеріалів (залежність 1) і з функціонально-градієнтних матеріалів (залежність 2), щодо його значення для монолітного однорідного термоелемента, наведено на рис. 3.

Порівняння показує, що холодильний коефіцієнт однорідного проникного термоелемента в 1,6÷2 рази вище, ніж непроникного. Використання функціонально-градієнтних термоелектричних матеріалів, для проникних термоелементів при граничних перепадах температури (60÷70 градусів), дозволяє ще додатково підвищити холодильний коефіцієнт у 1,2÷1,4 рази (залежність 3 на рис. 3).

Висновки

1. Розроблено теорію розрахунку та оптимізації проникних площинних термоелементів в сукупності з пошуком оптимальних параметрів (густина електричного струму, витрати теплоносія), при яких термодинамічна ефективність перетворення енергії буде максимальною.

2. Представлено оптимальний розподіл неоднорідностей для матеріалу віток на основі Ві-Те, при яких в даних теплофізичних умовах найкраще реалізуються об'ємні термоелектричні ефекти Пельтьє та Томсона.

3. Показано, що раціональне використання таких перетворювачів енергії дозволяє підвищити холодильний коефіцієнт на 40-60%.

4. Отримані результати демонструють перспективність подальших досліджень по створенню проникних площинних термоелементів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Козлюк В.Н., Щеголев Г.М. Термодинамический анализ проницаемых термоэлектрических холодильников // Теплофизика и теплотехника. – 1973. – 25. – С.96-100.
2. Котырло Г.К., Козлюк В.Н., Лобунец Ю.Н. Термоэлектрический генератор с развитой поверхностью теплообмена // Теплот. проблемы прямого преобр. энергии. – 1975. – 7. – С.85-95.
3. Лобунец Ю.Н. Методы расчета и проектирования термоэлектрических преобразователей энергии. – Киев: Наук. думка, 1989.
4. Anatyshuk L.I., Cherkez R.G. On the Properties of Permeable Thermoelements // Proc. of XXII Intern. Conf. on thermoelectrics. – France, 2003. – С.480-483.
5. Черкез Р.Г. Термоэлементи з внутрішнім та бічним теплообміном // Термоелектрика. – 2003. – №1. – С.70-77.
6. Анатичук Л.І., Вихор Л.М., Черкез Р.Г. Оптимальное керування неоднорідністю напівпровідникового матеріалу для проникних термоелементів охолодження // Термоелектрика. – 2000. – №3. – С.46-57.
7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1976.