

## КЛАСИЧНА ТЕОРІЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК. VII. СПЕКТР ВИПРОМІНЮВАННЯ ЧОТИРЬОХ ЕЛЕКТРОНІВ, ЩО РУХАЮТЬСЯ ВЗДОВЖ ГВИНТОВОЇ ЛІНІЇ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Методом сили самодії Лоренца досліджено потужності випромінювання заряджених частинок, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі та в прозорих ізотропних середовищах. Особливу увагу приділено дослідженню тонкої структури спектрального розподілу потужності синхротронного й синхротронно-черенковського випромінювань чотирьох електронів, що рухаються по гвинтовій лінії у вакуумі та у прозорих ізотропних середовищах, і дослідженню явища надвипромінювання в такій системі. Проаналізовано спектри синхротронного й синхротронно-черенковського випромінювань окремого електрона.

The expressions for the radiation powers of the charged particles moving in a spiral in vacuum and in transparent isotropic media are studied by using the Lorentz's self-interaction method. Special attention is given to the research of the fine structure of the spectral distribution of the synchrotron and synchrotron-Cherenkov radiations of four electrons moving in a spiral in vacuum and in transparent isotropic media and to the research of the phenomenon of superradiation of this system. The spectra of synchrotron and synchrotron-Cherenkov radiations for one electron are analyzed.

### Вступ

Англійський фізик Шотт [1-2] в 1907 році вперше строго в рамках класичної електродинаміки дослідив спектр випромінювання системи електронів, що рухаються по колу.

Властивості синхротронного випромінювання заряджених частинок, що рухаються у вакуумі, проаналізовані в огляді [3] та монографіях [4-6]. У працях [7-9] вдосконаленим методом сили самодії Лоренца досліджено синхротронне випромінювання окремої зарядженої частинки, що рухається по колу або по гвинтовій лінії. Спектр випромінювання систем невзаємодіючих заряджених частинок, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі, досліджено в працях [3; 4; 10-13]. Спектр випромінювання системи взаємодіючих заряджених частинок досліджено Клепиковим [14-16]. Надпотужне короткохвильове когерентне синхротронне випромінювання потягом згустків досліджено у праці [17].

Класичну теорію випромінювання заряджених частинок, що рухаються з надсвітловими швидкостями, було розроблено Хевісайдом [18], Кондре [19] та Зоммерфельдом [20-23]. Класичну теорію явища черенковського випроміню-

вання заряду в диспергуючому середовищі вперше сформульовано Франком і Таммом [24] у 1937 році. Ця теорія пояснила властивості випромінювання, що експериментально було спостережене Черенковим [25-28]. Випромінювання зарядів і мультиполів, що рухаються прямолінійно в середовищі, проаналізовані в монографіях [29; 30].

Черенковські ефекти, що ґрунтуються на чотирьох фундаментальних взаємодіях, були досліджені й класифіковані в праці [31].

Спектр електромагнітного випромінювання електронів, що рухаються в середовищі в магнітному полі, досліджено в працях [32-35]. Особливості спектра випромінювання системи невзаємодіючих електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в прозорому ізотропному середовищі, досліджено в працях [36-40].

Явище інтерференції при випромінюванні електромагнітних хвиль окремими електронами може вплинути на повну потужність випромінювання, тобто виникає когерентне синхротронне випромінювання [41-47].

Спостереження за когерентним синхротронним випромінюванням [42; 43] вказують на не-

обхідність дослідження впливу форми й розмірів згустка на когерентне синхротронне випромінювання.

Когерентність синхротронного випромінювання в області радіодіапазону викликає інтерес у зв'язку з дослідженням радіовипромінювання, що надходить від пульсарів [48; 49].

Випадок когерентного випромінювання просторово-локалізованих інвертованих атомів, коли розміри системи менші за довжину хвилі, що випромінюється, вперше було досліджено Дікке [50] й отримало назву явища надвипромінювання. Надвипромінювання має місце й у випадку класичних електронних ансамблів і пов'язане з різними елементарними механізмами індукованого випромінювання (синхротронне, черенковське і т.д.) [51].

Метою даної роботи є дослідження методом сили самодії Лоренца спектрального розподілу потужності синхротронного та синхротронно-черенковського випромінювань системи заряджених частинок, що рухаються вздовж гвинтової лінії. Використовуючи точні інтегральні співвідношення для спектрального розподілу потужності випромінювання чотирьох електронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії, аналітичними та числовими методами досліджено тонку структуру спектра електромагнітного випромінювання у вакуумі та прозорому середовищі нижче та вище черенковського бар'єра. Значна увага приділяється дослідженню фактора когерентності для випадку, коли виконуються умови виникнення явища надвипромінювання. Проаналізовано вплив ефекту Доплера на особливості спектра випромінювання окремого електрона при його русі по гвинтовій лінії.

**Основні співвідношення для спектрального та спектрально-кутового розподілів потужності випромінювання чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у середовищі**

Густина струму  $\vec{j}(\vec{r}, t)$  та густина заряду  $\rho(\vec{r}, t)$  чотирьох незвзаємодіючих точкових заряджених частинок мають вигляд

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \sum_{l=1}^4 \vec{V}_l(t) \rho_l(\vec{r}, t), \quad \rho(\vec{r}, t) = \sum_{l=1}^4 \rho_l(\vec{r}, t),$$

$$\rho_l(\vec{r}, t) = e \delta(\vec{r} - \vec{r}_l(t)), \quad (1)$$

де  $\vec{r}_l(t)$ ,  $\vec{V}_l(t)$  – закон руху та швидкість  $l$ -ої частинки.

Дослідимо випадок системи чотирьох елек-

тронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії в прозорому ізотропному середовищі. Закон руху та швидкість  $l$ -го електрона ( $l=1, 2, 3, 4$ ) для цього випадку записуються у вигляді [36]

$$\vec{r}_l(t) = r_0 \cos[\omega_0(t + \Delta t_l)] \vec{i} + r_0 \sin[\omega_0(t + \Delta t_l)] \vec{j} + V_{\parallel}(t + \Delta t_l) \vec{k}, \quad \vec{V}_l(t) = \frac{d\vec{r}_l(t)}{dt}. \quad (2)$$

Тут  $\Delta t_l$  – зсув у часі  $l$ -го електрона,  $r_0 = V_{\perp} \omega_0^{-1}$ ,  $\omega_0 = ceB^{ext} \tilde{E}^{-1}$ ,  $\tilde{E} = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$ , вектор магнітної індукції  $\vec{B}^{ext} \parallel 0Z$ ,  $V_{\perp}$ ,  $V_{\parallel}$  – компоненти швидкості,  $\vec{p}$ ,  $\tilde{E}$  – імпульс та енергія електрона,  $e$  і  $m_0$  – його заряд і маса спокою,  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

Підставляючи (1) і (2) у співвідношення

$$\bar{P}^{rad} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T P^{rad}(t) dt, \quad (3)$$

$$P^{rad}(t) = \int_0^{\infty} d\omega W(t, \omega), \quad (4)$$

$$W(t, \omega) = \frac{1}{\pi c^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r}' \int_{-\infty}^{\infty} dt' \omega \mu(\omega) \times$$

$$\times \frac{\sin \left[ \frac{n(\omega) \omega}{c} |\vec{r} - \vec{r}'| \right]}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cos \omega(t - t') \times$$

$$\times \left\{ \vec{j}(\vec{r}, t) \vec{j}(\vec{r}', t') - \frac{c^2}{n^2(\omega)} \rho(\vec{r}, t) \rho(\vec{r}', t') \right\}, \quad (5)$$

отримаємо середню потужність випромінювання чотирьох електронів [52-55]

$$\bar{P}^{rad} = \int_0^{\infty} W(\omega) d\omega, \quad (6)$$

$$W(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c^2} \int_0^{\infty} dx \omega \mu(\omega) S_4(\omega) \frac{\sin \left\{ n(\omega) \omega c^{-1} \eta(x) \right\}}{\eta(x)} \times$$

$$\times \cos(\omega x) \left[ V_{\perp}^2 \cos(\omega_0 x) + V_{\parallel}^2 - \frac{c^2}{n^2(\omega)} \right], \quad (7)$$

де  $\eta(x) = \sqrt{V_{\parallel}^2 x^2 + 4 \frac{V_{\perp}^2}{\omega_0^2} \sin^2 \left( \frac{\omega_0}{2} x \right)}$ ,  $\mu(\omega)$  – магнітна проникність,  $n(\omega)$  – показник заломлення,  $\omega$  – циклічна частота,  $c$  – швидкість світла у вакуумі. Фактор когерентності

$$S_4(\omega) = \sum_{l,j=1}^4 \cos \left\{ \omega (\Delta t_l - \Delta t_j) \right\}. \quad (8)$$

Фактор когерентності для випадку одного електрона  $S_1(\omega)=1$ . А для чотирьох електронів фактор когерентності визначається виразом [12; 52-56]

$$S_4(\omega) = 4 + 2 \cos(\omega \Delta t_{12}) + 2 \cos(\omega \Delta t_{23}) + 2 \cos(\omega \Delta t_{34}) + 2 \cos\{\omega(\Delta t_{12} + \Delta t_{23})\} + 2 \cos\{\omega(\Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} + 2 \cos\{\omega(\Delta t_{12} + \Delta t_{23} + \Delta t_{34})\}. \quad (9)$$

Тут  $\Delta t_{12}, \Delta t_{23}, \Delta t_{34}$  – зсуви в часі між першим і другим, між другим і третім та між третім і четвертим електронами відповідно.

Після деяких нескладних перетворень над (6) та (7) внесок окремих гармонік у середню потужність випромінювання системи чотирьох електронів можна подати у вигляді [54]

$$\bar{P}^{rad} = \frac{e^2}{c^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\omega \mu(\omega) n(\omega) \omega^2 S_4(\omega) \times \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \delta\left\{\omega\left(1 - \frac{n(\omega)}{c} V_{\parallel} \cos \theta\right) - m\omega_0\right\} \times \left\{V_{\perp}^2 \left[\frac{m^2}{q^2} J_m^2(q) + J_m'^2(q)\right] + \left(V_{\parallel}^2 - \frac{c^2}{n^2(\omega)}\right) J_m^2(q)\right\}, \quad (10)$$

де  $q = \frac{n(\omega)}{c} \omega V_{\perp} \sin \theta$ ,  $J_m(q)$ ,  $J_m'(q)$  – функція

Бесселя цілочислового індексу та її похідна відповідно.

Кожна гармоніка – це набір частот розв'язків рівняння

$$\omega\left(1 - \frac{n(\omega)}{c} V_{\parallel} \cos \theta\right) - m\omega_0 = 0. \quad (11)$$

Для випадку одного електрона співвідношення (10) переходить у вираз, отриманий методами сили самодії [57] та охоплюючих поверхонь [34].

Проінтегруємо (10) за  $\theta$  і знайдемо спектральний розподіл потужності випромінювання чотирьох електронів за гармоніками [54]

$$\bar{P}^{rad} = \frac{e^2}{c^2 V_{\parallel}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\omega \mu(\omega) \omega S_4(\omega) \eta(u^2(m)) \times \left\{V_{\perp}^2 \left[\frac{m^2}{q_1^2 u^2(m)} J_m^2(q_1 u(m)) + J_m'^2(q_1 u(m))\right] + \left(V_{\parallel}^2 - \frac{c^2}{n^2(\omega)}\right) J_m^2(q_1 u(m))\right\}, \quad (12)$$

де  $\eta(u^2(m)) = \begin{cases} 1, & u^2(m) > 0 \\ 0, & u^2(m) < 0 \end{cases}$ ,  $q_1 = \frac{n(\omega) V_{\perp}}{c} \omega$ ,

$$u^2(m) = 1 - \frac{c^2(m\omega_0 - \omega)^2}{n^2(\omega) V_{\parallel}^2 \omega^2}. \quad (13)$$

При цьому межі смуг визначаються функцією  $\eta(u^2(m))$ .

Розглянемо середовище зі сталими проникностями  $\epsilon$  і  $\mu$ . Тоді при  $V_{\parallel} < c/n$  спектральні розподіли потужності випромінювання на окремих смугах визначаються виразом [54]

$$\bar{P}^{rad} = \sum_{m=1}^{\infty} \int_{\omega_m^{\min}}^{\omega_m^{\max}} d\omega W_m(\omega), \quad (14)$$

$$W_m(\omega) = \frac{e^2 \mu}{c^2 V_{\parallel}} \omega S_4(\omega) \left\{V_{\perp}^2 \left[\frac{m^2}{q_m^2} J_m^2(q_m) + J_m'^2(q_m)\right] + \left(V_{\parallel}^2 - \frac{c^2}{n^2}\right) J_m^2(q_m)\right\}, \quad (15)$$

де

$$\omega_m^{\min} = \frac{m\omega_0}{1 + \frac{nV_{\parallel}}{c}}, \quad \omega_m^{\max} = \frac{m\omega_0}{1 - \frac{nV_{\parallel}}{c}},$$

$$q_m = \frac{nV_{\perp}}{c} \frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{1 - \frac{c^2(m\omega_0 - \omega)^2}{n^2 V_{\parallel}^2 \omega^2}}. \quad (16)$$

Варто наголосити, що лише в області частот, де перекриття відсутнє, для спектральних функцій розподілу потужності випромінювання має місце рівність

$$W(\omega) = W_m(\omega). \quad (17)$$

Як впливає з (14), (15), лише на межах першої гармоніки спектральна функція потужності випромінювання відмінна від нуля й дорівнює

$$W_1(\omega_1^{\min}) = \frac{e^2 \mu V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} S_4(\omega_1^{\min}) \frac{\omega_0}{1 + \frac{nV_{\parallel}}{c}},$$

$$W_1(\omega_1^{\max}) = \frac{e^2 \mu V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} S_4(\omega_1^{\max}) \frac{\omega_0}{1 - \frac{nV_{\parallel}}{c}}. \quad (18)$$

За допомогою заміни

$$\omega = \frac{m\omega_0}{1 - \frac{nV_{\parallel}}{c} \cos \theta}, \quad (19)$$

перейдемо до кутового розподілу потужності випромінювання на окремих гармоніках. Тоді із (14), (15) знаходимо кутовий розподіл потужності випромінювання системи чотирьох електронів ( $\epsilon = \text{const}$  і  $\mu = 1$ ) за гармоніками [53]

$$\bar{P}^{rad} = \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta P(m, \theta), \quad (20)$$

$$P(m, \theta) = \frac{e^2 \mu n}{c^3} \frac{m^2 \omega_0^2}{\left(1 - \frac{nV_{\parallel}}{c} \cos \theta\right)^3} S_4(m, \theta) \times$$

$$\times \left\{ V_{\perp}^2 \left[ \frac{m^2}{q_{0m}^2} J_m^2(q_{0m}) + J_m'^2(q_{0m}) \right] + \left( V_{\parallel}^2 - \frac{c^2}{n^2} \right) J_m^2(q_{0m}) \right\}, \quad (21)$$

де

$$q_{0m} = \frac{nV_{\perp}}{c} \frac{m \sin \theta}{1 - \frac{nV_{\parallel}}{c} \cos \theta}, \quad (22)$$

$$S_4(m, \theta) = \sum_{l,j=1}^N \cos \left\{ m\omega_0 \frac{(\Delta t_l - \Delta t_j)}{\left(1 - \frac{nV_{\parallel}}{c} \cos \theta\right)} \right\}. \quad (23)$$

Для кутів  $\theta \rightarrow 0$  і  $\theta \rightarrow \pi$   $q_{0m} \rightarrow 0$ , а кутовий розподіл потужності випромінювання на першій гармоніці, згідно з (10), визначається виразом

$$P(m=1, \theta) = \frac{e^2 \mu n}{2c^3} S_4(m=1, \theta) \frac{\omega_0^2 V_{\perp}^2}{\left(1 - \frac{nV_{\parallel}}{c} \cos \theta\right)^3}. \quad (24)$$

Для випадку руху одного електрона у вакуумі (20), (21) переходять у вирази, наведені в [9; 58]. Підсумовуючи ряди в (20), (21) за функціями Бесселя цілочислового індексу та інтегруючи за  $\theta$ , отримуємо повну потужність випромінювання для випадку одного електрона [33]:

$$P_{med}^{tot} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \mu n}{c^3} \omega_0^2 V_{\perp}^2 \left(1 - \frac{n^2 V^2}{c^2}\right)^{-2},$$

$$\omega_0 = \frac{eB^{ext}}{m_0 c} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \quad (25)$$

### Тонка структура спектра синхротронного випромінювання чотирьох електронів у вакуумі

Аналітичними та числовими методами дослідимо спектральний розподіл потужності синхротронного випромінювання одного та чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі при  $B^{ext}=1$  Гс,  $\mu=1$ ,  $n=1$ ,  $V_{\perp vac}=0,24 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel vac}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с,  $\omega_j=0,105 \cdot 10^8$  рад/с,  $r_{0j}=2285$  см, ( $j=1,2,\dots,6$ ).

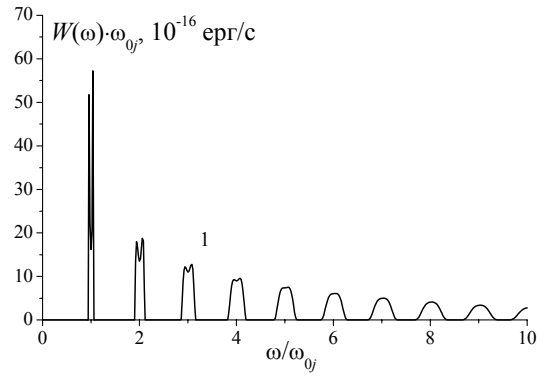


Рис. 1. Спектральний розподіл потужності синхротронного випромінювання (СВ) електрона у вакуумі на низьких гармоніках при  $V_{\perp vac}=0,24 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel vac}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с,  $\omega_j=0,105 \cdot 10^8$  рад/с,  $r_{0j}=2285$  см ( $j=1,2,\dots,6$ ). Крива 1 відповідає одному електрону з  $P_{vac1}^{int}=0,2092 \cdot 10^{-14}$  ерг/с

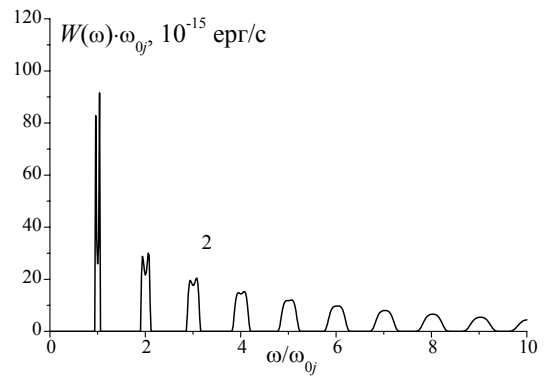


Рис. 2. Спектральний розподіл потужності СВ у вакуумі на низьких гармоніках при  $B^{ext}=1$  Гс,  $V_{\perp vac}=0,24 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel vac}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 2 відповідає зсуву у часі  $\Delta t_{12}^2 = \Delta t_{23}^2 = \Delta t_{34}^2 = 0,001\pi/\omega_{02}$  з потужністю  $P_{vac2}^{int}=0,3347 \cdot 10^{-13}$  ерг/с

На рис. 1-4 зображено спектральні розподіли потужності синхротронного випромінювання для випадку одного та чотирьох електронів у вакуумі.

У випадку одного електрона, що рухається по гвинтовій лінії у вакуумі, співвідношення (18) набувають вигляду

$$W_1^{один}(\omega_1^{min}) = \frac{e^2 V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} \frac{\omega_0}{1 + \frac{V_{\parallel}}{c}},$$

$$W_1^{один}(\omega_1^{max}) = \frac{e^2 V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} \frac{\omega_0}{1 - \frac{V_{\parallel}}{c}}. \quad (26)$$

Для чотирьох електронів, що рухаються по гвинтовій лінії у вакуумі, функція спектрального розподілу потужності випромінювання (18) на межах першої гармоніки набуває вигляду

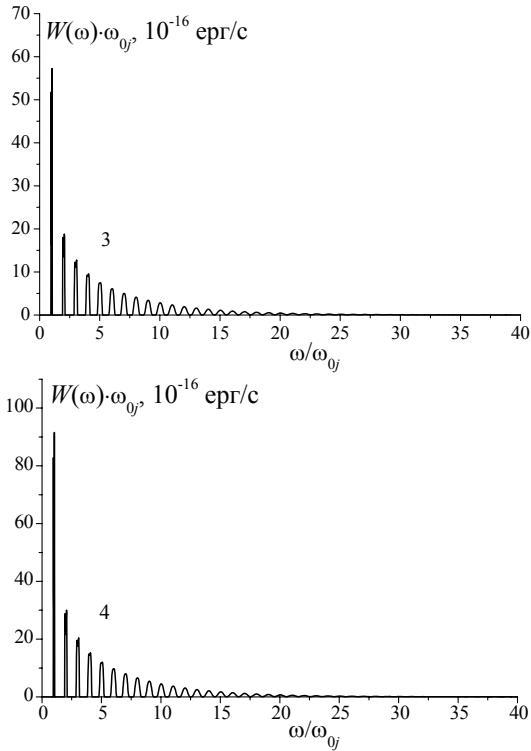


Рис. 3. Спектральний розподіл потужності СВ одного та чотирьох електронів у вакуумі на низьких і середніх гармоніках при  $B^{ext}=1$  Гс,  $V_{\perp vac}=0,24 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel vac}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 3 відповідає одному електрону з  $P_{vac3}^{int}=0,2839 \cdot 10^{-14}$  ерг/с, крива 4 – чотирьом електронам при  $\Delta t_{12}^4 = \Delta t_{23}^4 = \Delta t_{34}^4 = 0,001\pi/\omega_{04}$  і  $P_{vac4}^{int}=0,4539 \cdot 10^{-13}$  ерг/с

$$W_1^{чотири}(\omega_1^{min}) = \frac{e^2 V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} \omega_1^{min} \left[ 4 + 2 \cos(\omega_1^{min} \Delta t_{12}) + 2 \cos(\omega_1^{min} \Delta t_{23}) + 2 \cos(\omega_1^{min} \Delta t_{34}) + 2 \cos\{\omega_1^{min} (\Delta t_{12} + \Delta t_{23})\} + 2 \cos\{\omega_1^{min} (\Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} + 2 \cos\{\omega_1^{min} (\Delta t_{12} + \Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} \right], \omega_1^{min} = \frac{\omega_0}{1 + \frac{V_{\parallel}}{c}} \quad (27)$$

$$W_1^{чотири}(\omega_1^{max}) = \frac{e^2 V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} \omega_1^{max} \left[ 4 + 2 \cos(\omega_1^{max} \Delta t_{12}) + 2 \cos(\omega_1^{max} \Delta t_{23}) + 2 \cos(\omega_1^{max} \Delta t_{34}) + 2 \cos\{\omega_1^{max} (\Delta t_{12} + \Delta t_{23})\} + 2 \cos\{\omega_1^{max} (\Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} + 2 \cos\{\omega_1^{max} (\Delta t_{12} + \Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} \right], \omega_1^{max} = \frac{\omega_0}{1 - \frac{V_{\parallel}}{c}} \quad (28)$$

Визначена згідно з (26) потужність випромінювання на межах першої гармоніки у випадку одного електрона у вакуумі (крива 1 на рис. 1) на нижній межі  $W_1^{один}(\omega_1^{min})_{\omega_{01}} = 0,5177 \cdot 10^{-14}$  ерг/с,

а на верхній  $W_1^{один}(\omega_1^{max})_{\omega_{01}} = 0,5723 \cdot 10^{-14}$  ерг/с.

При малому зміщенні в часі  $\Delta t_{12}^2 = \Delta t_{23}^2 = \Delta t_{34}^2 = 0,001\pi/\omega_{0i}$  (крива 2 на рис. 2 і крива 4 на рис. 3) фактор когерентності  $S_4(\omega) \cong 16$ , а чотири електрони на низьких гармоніках випромінюють як заряджена частинка з зарядом  $4e$  і масою спокою  $4m_0$ , тобто в шістнадцять разів більше, ніж один електрон ( $P_{med2}^{int} / P_{med1}^{int} \cong P_{med4}^{int} / P_{med3}^{int} \cong 16$ ) [12], що відповідає випадку надвипромінювання просторово-локалізованих інвертованих атомів [50;51], коли розміри системи менші за довжину хвилі, що випромінюється.

Визначена при зсуві в часі  $\Delta t_{12}^2 = \Delta t_{23}^2 = \Delta t_{34}^2 = 0,001\pi/\omega_{02}$  згідно з (27), (28) потужність синхротронного випромінювання на межах першої гармоніки у вакуумі (крива 2 на рис. 2) на нижній межі дорівнює  $W_1^{чотири}(\omega_1^{min})_{\omega_{02}} = 0,8284 \cdot 10^{-13}$  ерг/с, а на верхній –  $W_1^{чотири}(\omega_1^{max})_{\omega_{02}} = 0,9156 \cdot 10^{-14}$  ерг/с.

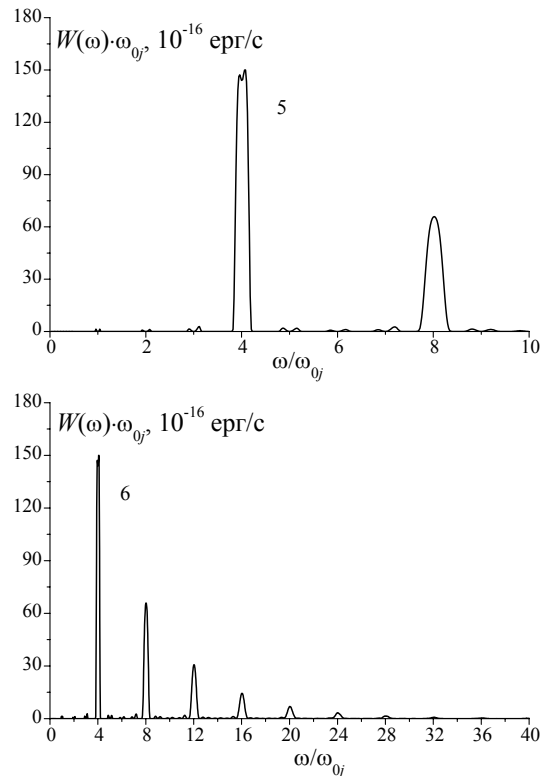


Рис. 4. Спектральний розподіл потужності СВ чотирьох електронів у вакуумі при  $B^{ext}=1$  Гс,  $V_{\perp med}=0,24 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 5 описує випромінювання на низьких гармоніках при зсуві в часі  $\Delta t_{12}^5 = \Delta t_{23}^5 = \Delta t_{34}^5 = \pi/(2\omega_{05})$  і  $P_{vac5}^{int}=0,6702 \cdot 10^{-14}$  ерг/с, крива 6 – низькі та середні гармоніки при  $\Delta t_{12}^6 = \Delta t_{23}^6 = \Delta t_{34}^6 = \pi/(2\omega_{06})$  і  $P_{vac6}^{int}=0,9625 \cdot 10^{-14}$  ерг/с

Визначена при зсуві в часі  $\Delta t_{12}^5 = \Delta t_{23}^5 = \Delta t_{34}^5 = \pi/(2\omega_{05})$ , згідно з (27), (28), потужність синхротронного випромінювання на межах першої гармоніки у вакуумі (крива 5 на рис. 4) на нижній межі  $W_1^{\text{чотири}}(\omega_1^{\min})_{\omega_{05}} = 0,2489 \cdot 10^{-15}$  ерг/с, а на верхній  $W_1^{\text{чотири}}(\omega_1^{\max})_{\omega_{05}} = 0,2868 \cdot 10^{-15}$  ерг/с.

У випадку рівномірного розподілу чотирьох електронів вздовж гвинтової лінії та зсуві в часі  $\Delta t_{12}^5 = \Delta t_{23}^5 = \Delta t_{34}^5 = \pi/(2\omega_{05})$  (крива 5 на рис. 4) і  $\Delta t_{12}^6 = \Delta t_{23}^6 = \Delta t_{34}^6 = \pi/(2\omega_{06})$  (крива 6 на рис. 4) на частотах  $(4i-3)\omega_{0j}$ ,  $(4i-2)\omega_{0j}$  та  $(4i-1)\omega_{0j}$  ( $j=5,6$ ;  $i=1,2,\dots,7,\dots$ ) випромінювання відсутнє, а на частотах  $4i\omega_{0j}$  ( $j=5,6$ ;  $i=1,2,3,\dots$ ) фактор когерентності  $S_4(\omega) = 16$  [12].

### Спектр синхротронного випромінювання чотирьох електронів у середовищі нижче черенковського бар'єра

Проведене порівняння результатів розрахунків спектра синхротронного випромінювання системи чотирьох електронів зі спектром синхротронного випромінювання одного електрона у середовищі зображено на рис. 5-10. Функції спектрального розподілу потужності синхротронного випромінювання електронів нижче черенковського бар'єра ( $V < c/n$ ) розраховані згідно зі співвідношенням (7) при  $B^{\text{ext}} = 1$  Гс,  $\mu = 1$ ,  $n = 1,3$ ,  $V_{\perp \text{med}} = 0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel \text{med}} = 0,15 \cdot 10^{10}$  см/с,  $\omega_{0j} = 0,1307 \cdot 10^8$  рад/с,  $r_{0j} = 1530$  см, ( $j=7,8,\dots,16$ ).

При незначному зміщенні в часі між електронами  $\Delta t_{12}^8 = \Delta t_{23}^8 = \Delta t_{34}^8 = 0,001\pi/\omega_{08}$  (крива 8 на рис. 5) фактор когерентності  $S_4(\omega) \cong 16$ , а чотири електрони в середовищі на низьких гармоніках випромінюють як заряджена частинка з зарядом  $4e$  і масою  $4m_0$ , тобто в шістнадцять разів більше, ніж один електрон ( $P_{\text{med}8}^{\text{int}} / P_{\text{med}7}^{\text{int}} = P_{\text{med}10}^{\text{int}} / P_{\text{med}9}^{\text{int}} \cong 16$ ) [54]. У цьому випадку маємо надвипромінювання для чотирьох електронів у середовищі нижче черенковського бар'єра.

У випадку одного електрона, що рухається в середовищі, співвідношення (18) набувають вигляду [54]

$$W_1^{\text{один}}(\omega_{\min}) = \frac{e^2 \mu V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} \frac{\omega_0}{1 + nV_{\parallel}/c}, \quad (29)$$

$$W_1^{\text{один}}(\omega_{\max}) = \frac{e^2 \mu V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} \frac{\omega_0}{1 - nV_{\parallel}/c}.$$

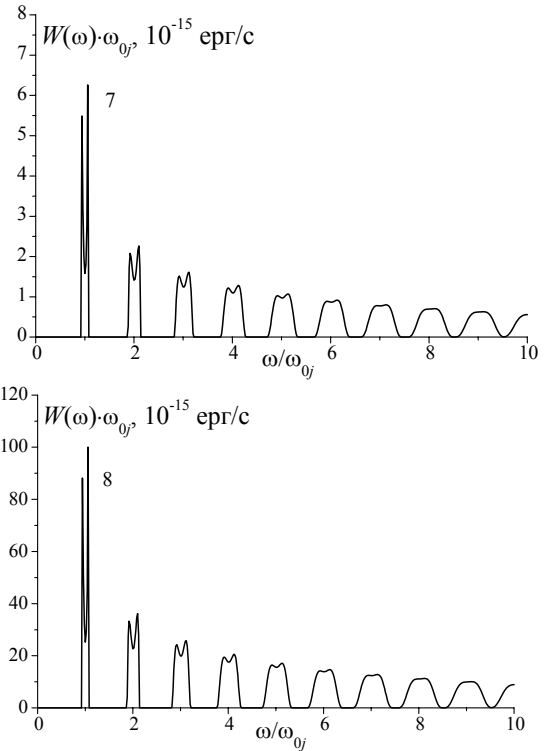


Рис. 5. Спектральний розподіл потужності синхротронного випромінювання у середовищі на низьких гармоніках при  $n=1,3$ ,  $V_{\perp \text{med}} = 0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel \text{med}} = 0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 1 характеризує один електрон з  $P_{\text{med}7}^{\text{int}} = 0,3992 \cdot 10^{-14}$  ерг/с, крива 8 – чотири електрони при  $\Delta t_{12}^8 = \Delta t_{23}^8 = \Delta t_{34}^8 = 0,001\pi/\omega_{08}$  з потужністю  $P_{\text{med}8}^{\text{int}} = 0,6384 \cdot 10^{-13}$  ерг/с

Визначені згідно з (29) потужність випромінювання на межах першої гармоніки у випадку одного електрона при  $m=1,3$ ,  $V_{\perp \text{med}} = 0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel \text{med}} = 0,15 \cdot 10^{10}$  см/с (крива 7 на рис. 5) на нижній межі дорівнює  $W_1^{\text{один}}(\omega_1^{\min})_{\omega_{07}} = 0,5491 \cdot 10^{-14}$  ерг/с, а на верхній межі –  $W_1^{\text{один}}(\omega_1^{\max})_{\omega_{07}} = 0,6255 \cdot 10^{-14}$  ерг/с. Ці величини добре узгоджуються з потужністю, розрахованою згідно з (6), (7) при заміні  $S_4(\omega)$  на  $S_1(\omega) = 1$ .

На всій частотній області числове значення повної потужності випромінювання одного електрона  $P_{\text{med}9}^{\text{tot}} = 0,8546 \cdot 10^{-14}$  ерг/с, знайдене з (25), добре узгоджується з потужністю, отриманою шляхом інтегрування згідно з (6)-(9):  $P_{\text{med}9}^{\text{int}} = \bar{P}_9^{\text{rad}} = 0,8527 \cdot 10^{-14}$  ерг/с (крива 9 на рис. 6).

Для чотирьох електронів, що рухаються по гвинтовій лінії у середовищі при  $V_{\parallel} < c/n$ , функція спектрального розподілу потужності синхротронного випромінювання на межах першої гармоніки набуває вигляду [54]

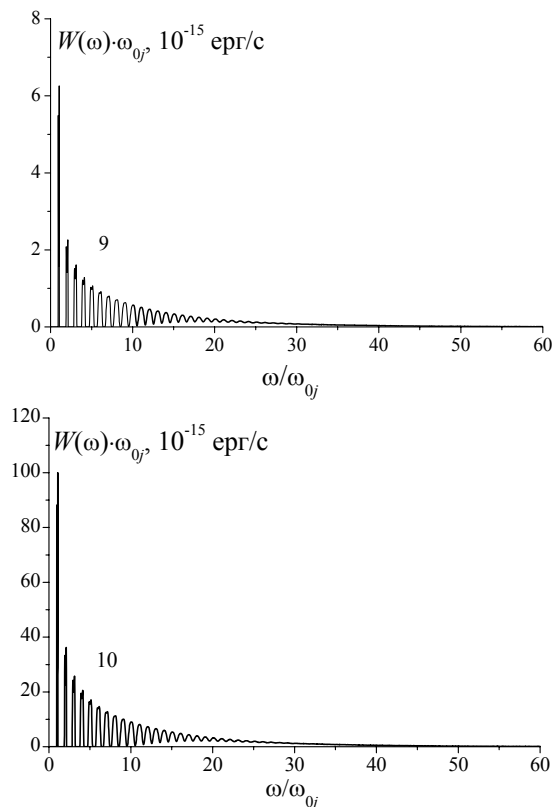


Рис. 6. Спектральний розподіл потужності СВ на всій області частот для одного і чотирьох електронів у середовищі при  $n=1,3$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 9 описує випадок одного електрона з  $P_{med9}^{int}=0,8527 \cdot 10^{-14}$  ерг/с, крива 10 – випадок чотирьох електронів при  $\Delta t_{12}^{10} = \Delta t_{23}^{10} = \Delta t_{34}^{10} = 0,001\pi/\omega_{010}$  і потужності  $P_{med10}^{int}=0,1359 \cdot 10^{-12}$  ерг/с

$$W_1^{чотири}(\omega_1^{min}) = \frac{e^2 V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} \omega_1^{min} \left[ 4 + 2 \cos(\omega_1^{min} \Delta t_{12}) + 2 \cos(\omega_1^{min} \Delta t_{23}) + 2 \cos(\omega_1^{min} \Delta t_{34}) + 2 \cos\{\omega_1^{min} (\Delta t_{12} + \Delta t_{23})\} + 2 \cos\{\omega_1^{min} (\Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} + 2 \cos\{\omega_1^{min} (\Delta t_{12} + \Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} \right], \quad (30)$$

$$\text{де } \omega_1^{min} = \frac{\omega_0}{1 + \frac{n V_{\parallel}}{c}},$$

$$W_1^{чотири}(\omega_1^{max}) = \frac{e^2 V_{\perp}^2}{2c^2 V_{\parallel}} \omega_1^{max} \left[ 4 + 2 \cos(\omega_1^{max} \Delta t_{12}) + 2 \cos(\omega_1^{max} \Delta t_{23}) + 2 \cos(\omega_1^{max} \Delta t_{34}) + 2 \cos\{\omega_1^{max} (\Delta t_{12} + \Delta t_{23})\} + 2 \cos\{\omega_1^{max} (\Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} + 2 \cos\{\omega_1^{max} (\Delta t_{12} + \Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} \right], \quad (31)$$

$$\text{де } \omega_1^{max} = \frac{\omega_0}{1 - \frac{n V_{\parallel}}{c}}.$$

Визначені згідно з (30) та (31) потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку чотирьох електронів для  $n=1,3$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с, при зсуві у часі  $\Delta t_{12}^8 = \Delta t_{23}^8 = \Delta t_{34}^8 = 0,001\pi/\omega_{08}$  (крива 8 на рис. 5) дорівнюють  $W_1^{чотири}(\omega_1^{min})_{\omega_{08}} = 0,8786 \times 10^{-13}$  ерг/с,  $W_1^{чотири}(\omega_1^{max})_{\omega_{08}} = 0,1001 \cdot 10^{-12}$  ерг/с. Ці величини добре узгоджуються з потужністю, розрахованою згідно з (6), (7).

У випадку рівномірного розподілу чотирьох електронів уздовж гвинтової лінії у середовищі, тобто при однакових зміщеннях у часі  $\Delta t_{12}^j = \Delta t_{23}^j = \Delta t_{34}^j = \pi/(2\omega_{0j})$  (криві  $j=11,12$  на рис. 7,8), встановлено, що на частотах  $(4i-3)\omega_{0j}$ ,  $(4i-2)\omega_{0j}$  та  $(4i-1)\omega_{0j}$  ( $j=11,12$ ;  $i=1,2,\dots$ ) випромінювання відсутнє.

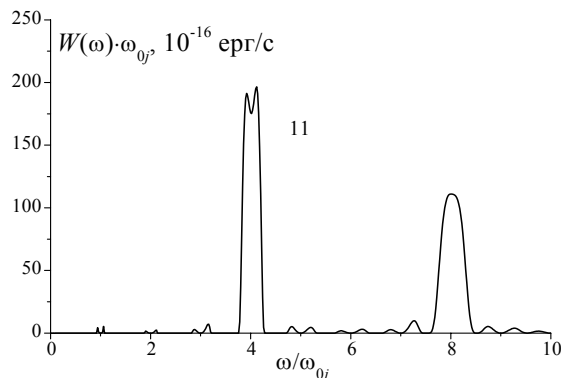


Рис. 7. Спектральний розподіл потужності СВ чотирьох електронів на низьких гармоніках при  $n=1,3$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 11 отримана при  $\Delta t_{12}^{11} = \Delta t_{23}^{11} = \Delta t_{34}^{11} = \pi/(2\omega_{011})$  і потужності  $P_{med11}^{int}=0,1357 \cdot 10^{-13}$  ерг/с

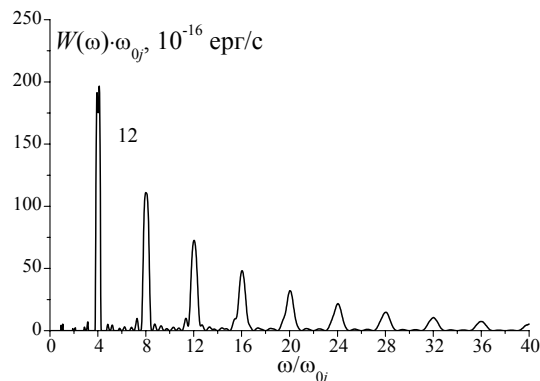


Рис. 8. Спектральний розподіл потужності СВ у прозорому середовищі на низьких та середніх гармоніках при  $n=1,3$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 12 відповідає чотирьом електронам при зсуві у часі  $\Delta t_{12}^{12} = \Delta t_{23}^{12} = \Delta t_{34}^{12} = \pi/(2\omega_{012})$  та потужності  $P_{med12}^{int}=0,3033 \cdot 10^{-13}$  ерг/с

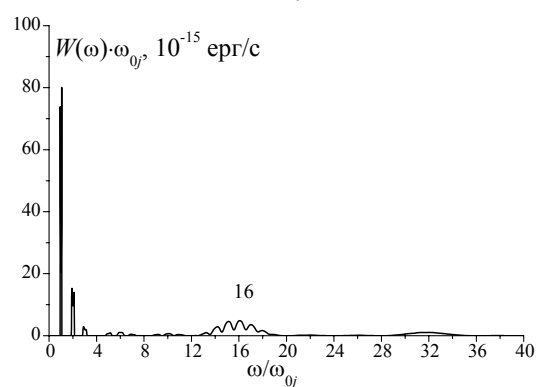
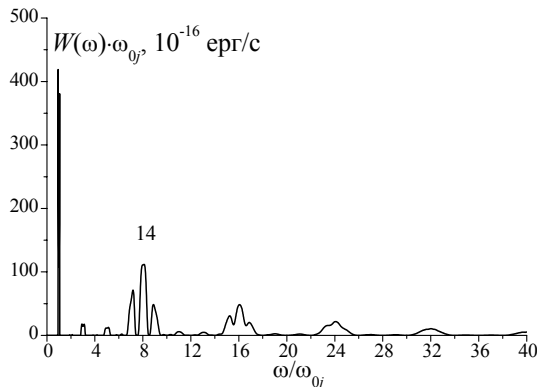
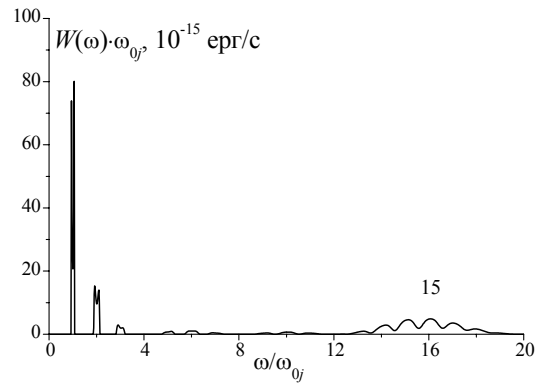
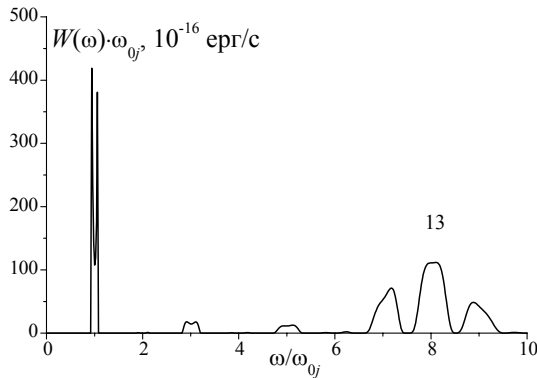


Рис. 9. Спектральний розподіл потужності СВ чотирьох електронів у середовищі при  $n=1,3$ ,  $V_{\perp med} = 0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med} = 0,15 \cdot 10^{10}$  см/с та зсуві у часі  $\Delta t_{12}^j = \Delta t_{23}^j = \Delta t_{34}^j = \pi/(4\omega_{0j})$  ( $j=13, 14$ ). Крива 13 відповідає випадку низьких гармонік із  $P_{med13}^{int} = 0,1559 \times 10^{-13}$  ерг/с, крива 14 – випадку низьких і середніх гармонік із  $P_{med14}^{int} = 0,3001 \cdot 10^{-13}$  ерг/с

Рис. 10. Спектральний розподіл потужності СВ чотирьох електронів у середовищі при  $n=1,3$ ,  $V_{\perp med} = 0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med} = 0,15 \cdot 10^{10}$  см/с для зсуву в часі  $\Delta t_{12}^j = \Delta t_{23}^j = \Delta t_{34}^j = \pi/(8\omega_{0j})$  ( $j=13, 14$ ). Крива 15 відповідає випадку низьких гармонік із  $P_{med15}^{int} = 0,2491 \times 10^{-13}$  ерг/с, крива 16 – випадку низьких і середніх гармонік із потужністю  $P_{vac16}^{int} = 0,2948 \cdot 10^{-13}$  ерг/с.

Визначені згідно з (30) та (31) потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку чотирьох електронів для  $n=1,3$ ,  $V_{\perp med} = 0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med} = 0,15 \cdot 10^{10}$  см/с при зсуві у часі  $\Delta t_{12}^{11} = \Delta t_{23}^{11} = \Delta t_{34}^{11} = \pi/(2\omega_{011})$  (крива 11 на рис.7) дорівнюють  $W_1^{чотири}(\omega_1^{min})\omega_{011} = 0,4417 \cdot 10^{-15}$  ерг/с,  $W_1^{чотири}(\omega_1^{max})\omega_{011} = 0,5303 \cdot 10^{-15}$  ерг/с.

Визначені згідно з (30) і (31) потужності синхротронного випромінювання в прозорому середовищі на межах першої гармоніки у випадку чотирьох електронів для  $n=1,3$ ,  $V_{\perp med} = 0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med} = 0,15 \cdot 10^{10}$  см/с при  $\Delta t_{12}^{13} = \Delta t_{23}^{13} = \Delta t_{34}^{13} = \pi/(4\omega_{013})$  дорівнюють (крива 13 на рис. 9)

$$W_1^{чотири}(\omega_1^{min})\omega_{013} = 0,4188 \cdot 10^{-13} \text{ ерг/с,}$$

$$W_1^{чотири}(\omega_1^{max})\omega_{013} = 0,3808 \cdot 10^{-13} \text{ ерг/с.}$$

Тут, як і скрізь у цьому тексті, розглядається потяг чотирьох електронів, тобто випадок рівномірного розташування чотирьох електронів

вздовж гвинтової лінії. При зсуві в часі  $\Delta t_{12}^j = \Delta t_{23}^j = \Delta t_{34}^j = \pi/(8\omega_{0j})$  ( $j=13, 14$ ) випромінювання відсутнє на частотах  $(8i-6)\omega_{0j}$ ,  $(8i-4)\omega_{0j}$  та  $(8i-2)\omega_{0j}$  ( $j=13, 14; i=1,2,\dots$ ), а на частотах  $8i\omega_{0j}$  ( $j=13, 14; i=1,2,\dots$ ) фактор когерентності  $S_4(\omega) = 16$  (криві 13 та 14 на рис. 9)

Визначені згідно з (30) та (31) потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку чотирьох електронів для  $n=1,3$ ,  $V_{\perp med} = 0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med} = 0,15 \cdot 10^{10}$  см/с при зсуві у часі  $\Delta t_{12}^{15} = \Delta t_{23}^{15} = \Delta t_{34}^{15} = \pi/(4\omega_{015})$  (крива 15 на рис. 10) дорівнюють  $W_1^{чотири}(\omega_1^{min})\omega_{015} = 0,7388 \times 10^{-13}$  ерг/с,  $W_1^{чотири}(\omega_1^{max})\omega_{015} = 0,7981 \cdot 10^{-13}$  ерг/с.

При зсуві у часі  $\Delta t_{12}^j = \Delta t_{23}^j = \Delta t_{34}^j = \pi/(8\omega_{0j})$  ( $j=15, 16$ ) випромінювання відсутнє на частотах  $(16i-12)\omega_{0j}$ ,  $(16i-8)\omega_{0j}$  та  $(16i-4)\omega_{0j}$  ( $j=15, 16; i=1,2,\dots$ ), а на частотах  $16i\omega_{0j}$  ( $j=15, 16; i=1,2,\dots$ )



фактор когерентності  $S_4(\omega)=16$  (криві 15 та 16 на рис. 10).

Зміна величини зсуву в часі між електронами зумовлює істотну зміну функції спектрального розподілу потужності синхротронного випромінювання чотирьох електронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії в середовищі.

З проведених розрахунків, проілюстрованих на рис. 5-10, випливає, що на низьких гармоніках смуги синхротронного випромінювання електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в середовищі, мають дискретний характер у випадку малої поздовжньої компоненти швидкості (компонента, що паралельна вектору магнітної індукції).

### Тонка структура спектра синхротронно-черенковського випромінювання чотирьох електронів

При дослідженні спектра синхротронно-черенковського випромінювання (СЧВ) вище черенковського бар'єра ( $V>c/n$ ) числові розрахунки проведено при  $B^{ext}=1$  Гс,  $\mu=1$ ,  $n=1,7$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \times 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с.

Визначена згідно з (26) потужність синхротронно-черенковського випромінювання на межах першої гармоніки для одного електрона при  $n=1,7$  (крива 17 на рис. 11) на нижній межі дорівнює  $W_1(\omega_1^{\min})=0,5390 \cdot 10^{-14}$  ерг/с, а на верхній –  $W_1(\omega_1^{\max})=0,6392 \cdot 10^{-14}$  ерг/с.

У випадку чотирьох електронів при  $n=1,7$  та зсуві  $\Delta t_{12}^{18} = \Delta t_{23}^{18} = \Delta t_{34}^{18} = 0,001\pi/\omega_{018}$  залежність функції спектрального розподілу потужності випромінювання електронів набуває більш немонотонного характеру (криві 17, 18 на рис. 11).

Визначені згідно з (30), (31) потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку чотирьох електронів для  $n=1,7$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с при зсуві в часі  $\Delta t_{12}^{17} = \Delta t_{23}^{17} = \Delta t_{34}^{17} = 0,001\pi/\omega_{017}$  (крива 18 на рис. 11) дорівнюють  $W_1^{\text{чотири}}(\omega_1^{\min})_{\omega_{017}} = 0,8624 \cdot 10^{-13}$  ерг/с,  $W_1^{\text{чотири}}(\omega_1^{\max})_{\omega_{017}} = 0,1023 \cdot 10^{-12}$  ерг/с.

При незначному зсуві в часі між електронами  $\Delta t_{12}^{18} = \Delta t_{23}^{18} = \Delta t_{34}^{18} = 0,001\pi/\omega_{018}$  (крива 18 на рис. 11) фактор когерентності  $S_4(\omega) \cong 16$ , а чотири електрони на інтервалі від 0 до  $10\omega_{018}$  випромінюють як заряджена частинка з зарядом  $4e$  і

масою  $4m_0$ , тобто в шістнадцять разів більше, ніж один електрон.

Визначені згідно з (30) та (31) потужності випромінювання на межах першої гармоніки у випадку чотирьох електронів для  $n=1,7$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \times 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с при зсуві у часі  $\Delta t_{12}^{21} = \Delta t_{23}^{21} = \Delta t_{34}^{21} = \pi/(2\omega_{021})$  (крива 21 на рис. 13) дорівнюють  $W_1^{\text{чотири}}(\omega_1^{\min})_{\omega_{021}} = 0,8624 \cdot 10^{-13}$  ерг/с,  $W_1^{\text{чотири}}(\omega_1^{\max})_{\omega_{021}} = 0,1023 \cdot 10^{-12}$  ерг/с.

З проведених розрахунків, проілюстрованих на рис. 11-14, випливає, що на низьких гармоніках смуги випромінювання електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії, мають дискретний характер у випадку малої поздовжньої компоненти швидкості (компонента, що паралельна вектору магнітної індукції). На вищих гармоніках максимуми в спектральному розподілі зумовлені переважно накладанням  $m$ -ої та  $m+1$  гармонік, а також внеском інших гармонік. Це узгоджується з результатами досліджень, наведеними у [54; 55].

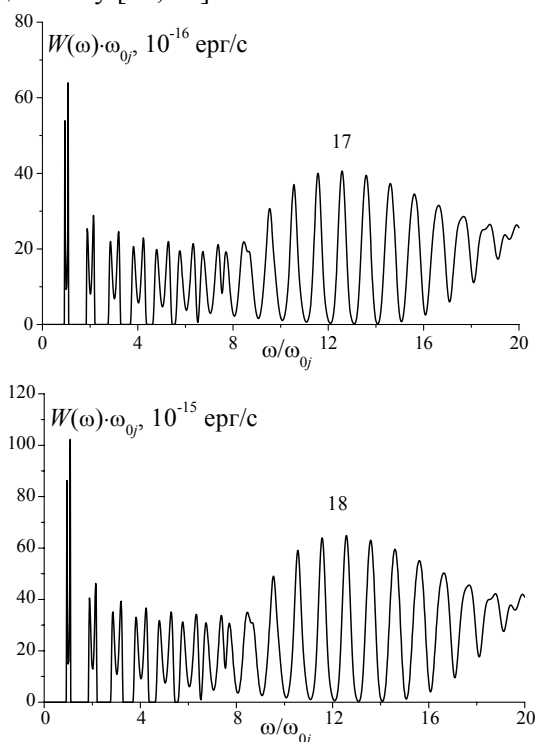


Рис. 11. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких гармоніках при  $n=1,7$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 17 відповідає одному електрону із  $P_{med17}^{int} = 0,2711 \cdot 10^{-13}$  ерг/с. Крива 18 – чотирьом електронам при  $\Delta t_{12}^{18} = \Delta t_{23}^{18} = \Delta t_{34}^{18} = 0,001\pi/\omega_{018}$  із  $P_{med18}^{int} = 0,4328 \cdot 10^{-12}$  ерг/с

Синхротронно-черенковське випромінювання системи чотирьох електронів являє собою єдиний процес і набуває більш немонотонного характеру при зростанні величини їхньої поперечної складової швидкості.

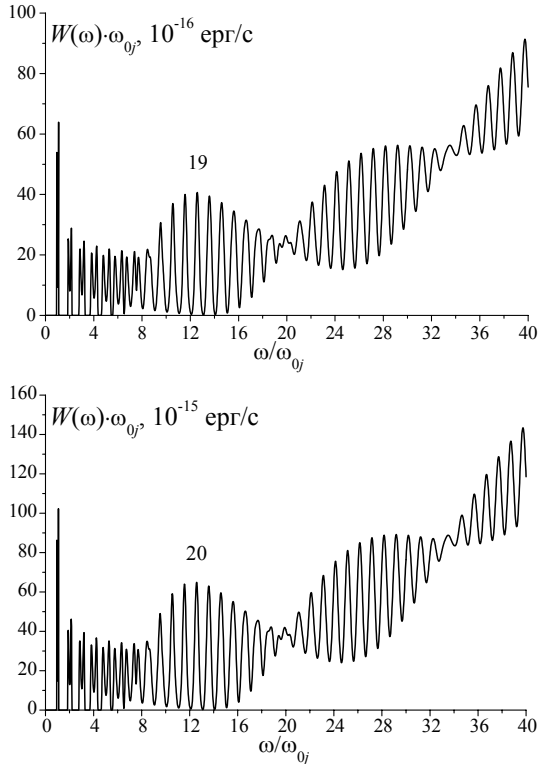


Рис. 12. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких та середніх гармоніках при  $n=1,7$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 19 відповідає одному електрону з  $P_{med20}^{int}=0,1194 \cdot 10^{-12}$  ерг/с, а крива 20 – чотирьом електронам при зсуві в часі  $\Delta t_{12}^{20}=\Delta t_{23}^{20}=\Delta t_{34}^{20}=0,001\pi/\omega_{020}$  із  $P_{med20}^{int}=0,1890 \cdot 10^{-11}$  ерг/с

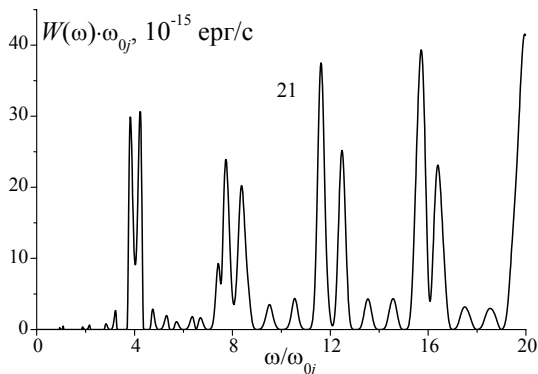


Рис. 13. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання чотирьох електронів на низьких гармоніках при  $n=1,7$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 21 отримана при зсуві в часі  $\Delta t_{12}^{21}=\Delta t_{23}^{21}=\Delta t_{34}^{21}=\pi/(2\omega_{021})$  з потужністю  $P_{med21}^{int}=0,1068 \cdot 10^{-12}$  ерг/с

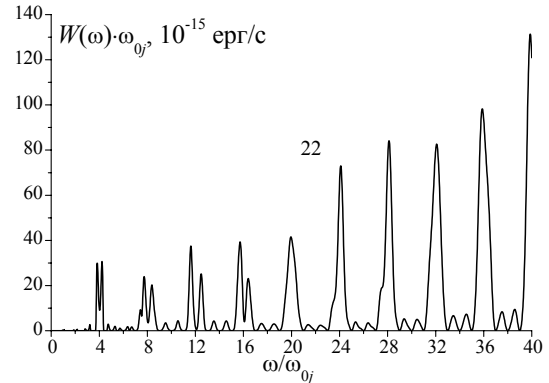


Рис. 14. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких і середніх гармоніках при  $n=1,7$ ,  $V_{\perp med}=0,2 \cdot 10^{11}$  см/с,  $V_{\parallel med}=0,15 \cdot 10^{10}$  см/с. Крива 22 відповідає чотирьом електронам при  $\Delta t_{12}^{22}=\Delta t_{23}^{22}=\Delta t_{34}^{22}=\pi/(2\omega_{022})$  із потужністю  $P_{med22}^{int}=0,4807 \cdot 10^{-12}$  ерг/с

### Висновки

1. На низьких гармоніках смуги випромінювання системи чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії як у вакуумі, так і в середовищі, мають дискретний характер у випадку малої поздовжньої компоненти швидкості. На вищих гармоніках максимуми в спектральному розподілі зумовлені переважно накладанням  $m$ -ої та  $m+1$  гармонік, а також внеском інших гармонік.

2. Межі смуг окремих гармонік у спектрах синхротронного та синхротронно-черенковського випромінювань системи чотирьох електронів визначаються впливом ефекту Доплера.

3. У випадку, коли виконуються умови прояву надвипромінювання, тобто при малому зміщенні в часі, чотири електрони випромінюють як заряджена частинка з зарядом  $4e$  і масою спокою  $4m_0$ , тобто в шістнадцять разів більше, ніж один електрон.

4. При рівномірному розподілі чотирьох електронів вздовж гвинтової лінії при зміщенні в часі  $\Delta t_{12}=\Delta t_{23}=\Delta t_{34}=\pi/(2 \cdot \omega_0)$  на частотах  $(4i-3)\omega_0$ ,  $(4i-2)\omega_0$  і  $(4i-1)\omega_0$  як синхротронне, так і синхротронно-черенковське випромінювання відсутні.

5. Підтверджено той факт, що синхротронно-черенковське випромінювання являє собою єдиний процес. Вплив ефекту Доплера на особливості спектрального розподілу потужності випромінювання системи електронів стає більш істотним поблизу черенковського бар'єра.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Schott G.A.* The radiation of tlectrons groups// *Annalen der Physik.* – 1907. – **24**, No14. – P. 635–660.
2. *Schott G.A.* Electromagnetic radiation and the mechanical reactions arising from it. – Cambridge: University Press, 1912.
3. *Тернов І.М.* Синхротронне випромінювання // *УФН.* – 1995. – **165**, №4. – С. 429-456.
4. *Bordovitsyn V.A., Ternov I.M.* Synchrotron radiation theory and its development in memory of I.M. Ternov. – Singapore: World Scientific, 1999.
5. *Wiedemann H.* Synchrotron radiation. – Berlin and Heidelberg: Springer-Verlag, 2003.
6. *Hofmann A.* The physics of synchrotron radiation. – Cambridge: University Press, 2007.
7. *Schwinger J.* On the classical radiation of accelerated electrons // *Phys. Rev.* – 1949. – **75**, No.12. – P. 1912-1925.
8. *Konstantinovich A.V., Melnychuk S.V., Konstantinovich I.A.* Fine structure of radiation spectrum of charged particles moving in magnetic fields in nonabsorbable isotropic media and in vacuum // *Romanian Journal of Physics.* – 2003. – **48**, No.5-6. – P. 717-725.
9. *Konstantinovich A.V., Melnychuk S.V., Konstantinovich I.A.* Radiation spectrum of an electron moving in a spiral in magnetic field in transparent media and in vacuum // *Journal of Materials Science. Materials in Electronics.* – 2006. – **17**, No.4. – P. 315-320.
10. *Константинович А.В., Фортуна В.В.* К теории излучения систем не взаимодействующих зарядов, движущихся в постоянном магнитном поле в вакууме // *Изв. вузов. Физика.* – 1983. – №12. – С. 102-104.
11. *Konstantinovich A.V., Melnychuk S.V., Konstantinovich I.A.* Radiation power spectral distribution of two electrons moving in magnetic field // *Semiconductor Physics. Quantum Electronics and Optoelectronics.* – 2005. – **8**, No.2. – P. 253-258.
12. *Konstantinovich A.V., Konstantinovich I.A.* Radiation power spectral distribution of the system of electrons moving in a spiral in vacuum // *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials.* – 2006. – **8**, No.6. – P. 2143-2147.
13. *Konstantinovich A.V., Konstantinovich I.A.* Radiation spectrum of electrons moving in magnetic field in vacuum // *Romanian Reports in Physics.* – 2006. – **58**, No.2. – P. 101-106.
14. *Клепиков Н.П.* Силы торможения излучением и излучение заряженных частиц // *УФН.* – 1985. – **146**, №2. – С. 317-339.
15. *Клепиков Н.П.* Классическая теория электромагнитного излучения систем релятивистских частиц // *Ядерная физика.* – 1995. – **58**, №7. – С. 1307-1316.
16. *Klepikov N.P.* Classical theory of electromagnetic radiation emitted by a system of relativistic particles // *Physics of Atomic Nuclei.* – 1995. – **58**, No.57. – P. 1227-1236.
17. *Bordovitsyn V.A., Bulenok V.G., Pozdeeva T.O.* On the coherence of synchrotron radiation // *Nuclear instruments and methods in physics research. Section B: Beam interactions with materials and atoms.* – 2005. – **227**, No.1. – P. 143-151.
18. *Heaviside O.* On the electromagnetic effects due to the motion electrification through a dielectric // *Phil. Mag.* – 1889. – **27**, 5-th series. – P. 324-339.
19. *Des Condres Th.* Zur Theorie des Kraftfeldes elektrischer Ladungen, die sich mit Überlichtgeschwindigkeit bewegen // *Arch. Néer.* – 1900. – **5**. – S. 652-664.
20. *Sommerfeld A.* Zur Elektronentheorie. I. Allgemeine Untersuchung des Feldes eines beliebig bewegten Elektrons // *Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen.* – 1904. – S. 99-130.
21. *Sommerfeld A.* Zur Elektronentheorie. II. Grundlagen für eine allgemeine Dynamik des Elektrons // *Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen.* – 1904. – S. 363-439.
22. *Sommerfeld A.* Zur Elektronentheorie. III. Über Lichtgeschwindigkeits- und Überlichtgeschwindigkeits-Elektronen // *Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen.* – 1905. – S. 201-235.
23. *Sommerfeld A.* Simplified deduction of the field and the forces of an electron, moving in any given way // *Kon. Ned. Akad. Wet. Amsterdam.* – 1905. – **7**. – S. 346-367.
24. *Тамм И.Е., Франк И.М.* Когерентное излучение быстрого электрона в среде // *Доклады АН СССР.* – 1937. – **14**, №3. – С. 107-112.
25. *Черенков П.А.* Видимое свечение чистых жидкостей под действием  $\gamma$ -радиации // *Доклады АН СССР.* – 1934. – **2**, №8. – С. 451-454.
26. *Черенков П.А.* Влияние магнитного поля на видимое свечение жидкостей, вызываемое гамма-лучами // *Доклады АН СССР.* – 1936. – **3**, №9. – С. 413-416.
27. *Черенков П.А.* Видимое свечение чистых жидкостей под действием жестких  $\beta$ -лучей // *Доклады АН СССР.* – 1937. – **14**, №3. – С. 99-102.
28. *Черенков П.А.* Угловое распределение интенсивности свечения, вызываемого в чистых жидкостях  $\gamma$ -лучами // *Доклады АН СССР.* – 1937. – **14**, №3. – С. 103-105.
29. *Франк И.М.* Излучение Вавилова-Черенкова. Вопросы теории. – Москва: Наука, 1988.
30. *Afanasyev G.N.* Vavilov-Cherenkov and synchrotron radiation: Foundations and applications. – Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers, 2004.
31. *Ion D.B., Stocker W.* Nuclear mesonic Cherenkov-like radiation from high energy nucleons // *Phys. Rev. C.* – 1995. – **52**, No.6. – P. 3332-3343.
32. *Цытович В.Н.* К вопросу об излучении быстрых электронов в магнитном поле при наличии среды // *Вестник Моск. ун-та. Физика.* – 1951. – №11. – С. 27-36.
33. *Константинович А.В., Нищович В.М.* Энергетические потери заряда, движущегося по спирали в прозрачном диэлектрике // *Известия вузов. Физика.* – 1973. – №2. – С. 59-62.
34. *Кукуанов А.Б., Константинович А.В.* Об одном

- обобщении метода охватывающих поверхностей в классической теории излучения // Известия вузов СССР. Физика. – 1975. – №8. – С. 7-11.
35. *Schwinger J., Tsai Wu-yang, Erber T.* Classical and quantum theory of synergic Synchrotron-Cherenkov radiation // Ann. of Phys. – 1976. – **96**, No.2. – P. 303-332.
36. *Константинович А.В., Мельничук С.В., Раренко І.М., Константинович І.А., Жаркой В.П.* Спектр випромінювання системи заряджених частинок, що рухаються в непоглинаючому ізотропному середовищі // Журнал фізичних досліджень. – 2000. – **4**, №1. – С. 48-56.
37. *Konstantinovich I.A., Konstantinovich A.V.* Radiation spectrum of charged particles moving in magnetic field in medium // Romanian Journal of Physics. – 2006. – **51**, No.5-6. – P. 547-555.
38. *Константинович А.В., Константинович І.А.* Особливості спектра випромінювання заряджених частинок, що рухаються в магнітному полі в прозорому середовищі // Фізика і хімія твердого тіла. – 2005. – **6**, №4. – С. 535-541.
39. *Konstantinovich A.V., Konstantinovich I.A.* Radiation spectrum of charged particles moving in magnetic field in medium // Romanian Journal of Physics. – 2007. – **52**, No.3-4. – P. 237-244.
40. *Konstantinovich A.V., Konstantinovich I.A.* Radiation power spectral distribution of two electrons moving in a spiral in magnetic field // Romanian Journal of Physics. – 2008. – **53**, No.3-4. – P. 507-513.
41. *Тернов И.М., Михайлин В.В.* Синхротронное излучение. Теория и эксперимент. – Москва: Энергоатомиздат, 1986.
42. *Nakazato T, Oyamada M., Niimura N., Urasawa S., Konno O., Kagaya A., Kato R., Kamiyama T., Torizuka Y., Nanba T., Kondo Y., Shibata Y., Ishi K., Ohsaka T., Ikazawa M.* Observation of synchrotron radiation // Phys. Rev. Lett. – 1989. – **63**, No.12. – P. 1245-1248.
43. *Ishi K., Shibata Y., Takahashi T., Mishiro H., Ohsaka T., Ikezawa M., Kondo Y., Nakazato T., Urasawa S., Niimura M., Kato R., Shibasaki Y., Oyamada M.* Spectrum of Coherent Synchrotron Radiation in the Far-Infrared Region // Phys. Rev. – 1991. – **43A**, No 10. – P. 5597-5804.
44. *Schibata Y., Ishi K., Takahashi T., Arai F., Ikezawa M., Takami K., Matsuyama T., Kobayashi K., Fujita Y.* Observation of coherent synchrotron, Cherenkov and Wake-field radiation at millimetric wavelengths using an L-band linear accelerator // Phys. Rev. – 1991. – **44A**, No.6. – P. 3449-3551.
45. *Klepikov N.P., Ternov I.M., Epp V.Ya.* Coherent radiation of charged particles moving along a closed path // Nucl. Instrum. and Meth. Phys. Phys. Rev. – 1989. – **282A**, No.2-3. – P. 413-416.
46. *Klepikov N.P., Ternov I.M.* Coherent synchrotron radiation of a bunch of particles // Nucl. Instrum. and Meth. Phys. Phys. Rev. – 1991. – **308A**, No.1-2. – P. 113-114.
47. *Клепиков Н.П., Тернов И.М.* Когерентное синхротронное излучение сгустков частиц // Изв. вузов. Физика. – 1990. – №3. – С. 9-15.
48. *Michel F.C.* Intense coherent submillimetric radiation in electron storage rings // Phys. Rev. Lett. – 1982. – **48**, No.9. – P. 580-583.
49. *Michel F.C.* Radio pulsar disk electrodynamics // Astrophys. Journ. – 1985. – **266**, No.1, Pt.1. – P. 188-200.
50. *Dicke R.H.* Coherence in spontaneous radiation process // Phys. Rev. – 1954. – **93**, No.1. – P. 99-110.
51. *Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С., Розенталь Р.М., Шнак В.Г., Яландин М.И., Фелкс А.Д.Р., Кросс А.В.* Генерация суаносекундных микроволновых импульсов на основе эффекта черенковского сверхизлучения // Журн. техн. физ. – 2002. – **72**, №3. – С. 53-60.
52. *Константинович А.В., Константинович І.А.* Спектр випромінювання чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в прозорому середовищі // Матер. XI міжнародної конференції "Фізика і технологія тонких плівок", 7-12 травня 2007. – Івано-Франківськ, Україна. – Т.2. – С. 22-23.
53. *Konstantinovich A.V., Konstantinovich I.A.* The peculiarities on the radiation spectrum of the system of electrons moving in a spiral in magnetic field // Abstract 8<sup>th</sup> International Balkan Workshop on Applied Physics, July 5-7, 2007. – Constanta, Romania. – P. 65-66.
54. *Константинович А.В., Константинович І.А.* Спектр випромінювання чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в прозорому середовищі // Фізика і хімія твердого тіла. – 2007. – **8**, №2. – С. 240-249.
55. *Konstantinovich A.V., Konstantinovich I.A.* The peculiarity of radiation spectrum of the system of four electrons moving in a spiral in transparent medium // Proceedings of LFNM 2008, – 9<sup>th</sup> International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, October 2-4, 2008. – Alushta, Ukraine. – P. 130-132.
56. *Konstantinovich I.A., Konstantinovich A.V.* Radiation power spectral distribution of four electrons moving in a spiral in vacuum // Abstract Romanian Conference on Advanced Materials. ROCAM 2006, Fifth International Edition, September 11-14, 2006. – Bucharest-Magurele, Romania Book. – P. 244.
57. *Ницович В.М., Константинович А.В.* Спектральное распределение мощности излучения заряда, движущегося по спирали в диспергирующем прозрачном ферродиеэлектрике // УФЖ. – 1973. – **18**, №5. – С. 858-859.
58. *Соколов А.А., Жуковский В.Ч., Колесникова М.М., Никитина Н.С., Шишанин О.Е.* К теории синхротронного излучения при движении электрона по спирали // Известия вузов СССР. Физика. – 1969. – **12**, №2. – С. 108-116.