

## КВАЗІСТАЦІОНАРНІ СТАНИ ЕЛЕКТРОНА У ТРИЯМНІЙ РЕЗОНАНСНО-ТУНЕЛЬНІЙ СТРУКТУРІ

У моделі ефективних мас і прямокутних потенціальних бар'єрів методом трансфер-матриці знайдено коефіцієнт прозорості симетричної триямної резонансно-тунельної структури. Показано, що залежність коефіцієнта прозорості від енергії цілком визначає спектральні параметри (резонансні енергії і ширини) квазістаціонарних станів електрона у резонансно-тунельній структурі.

Within the effective masses and rectangular potential barriers using the transfer matrix method it is obtained the permeability coefficient for the symmetric three well resonance tunnel structure. It is shown that the dependence of permeability coefficient on energy is totally defined by spectral parameters (resonance energies and widths) of electron quasi-stationary states in resonance tunnel structure.

### Вступ

Дослідженню резонансно-тунельних структур (РТС) надається значної уваги не лише через академічний інтерес до фізичних процесів у відкритих наносистемах, але й у зв'язку з тим, що на їх основі експериментально створені квантові каскадні лазери терагерцового діапазону частот, резонансно-тунельні діоди та інші нанопристрої, які унікальні і мають перспективи для використання у наноприладах [1-4].

Завданням теорії РТС є визначення динамічної провідності або струму відгуку системи на зовнішню дію. Теорія будувалася у різних моделях із використанням різних математичних способів [5-7] розв'язку повного рівняння Шредингера для системи електронів, які взаємодіють з електромагнітним полем у наноструктурі. Майже у всіх працях, у яких розвивалася теорія квазістаціонарних станів, використовувалося наближення однакових ефективних мас електрона у різних шарах РТС та  $\delta$ -подібних потенціальних бар'єрів. Це дає якісно вірні результати, однак кількісно виникає велика відмінність між результатами, отриманих у моделі різних ефективних мас та прямокутних потенціальних бар'єрів.

Оскільки відомо, що величина динамічної провідності дуже чутлива до зміни резонансних енергій і, особливо, ширин квазістаціонарних станів електрона, то виникає актуальна задача знаходження спектральних параметрів електрона в РТС у реалістичній моделі ефективних мас та прямокутних потенціальних бар'єрів.

Нами вперше досліджується симетрична триямна РТС та спектральні параметри (резонансні енергії та ширини) електрона у такій наноструктурі, знайдені методом коефіцієнта прозорості.

### 1. Коефіцієнт прозорості та квазістаціонарні стани електрона триямної РТС

Розглядається плоска відкрита симетрична триямна РТС із геометричними параметрами, наведеними на рис. 1. Ураховуючи, що величини постійних ґраток ( $a_0, a_1$ ) складових шарів наносистеми незначно відрізняються, то для побудови теорії резонансних енергій і ширин квазістаціонарних станів електрона у такій РТС використовується модель ефективних мас та прямокутних потенціальних бар'єрів.

У декартовій системі координат з віссю  $Oz$ , перпендикулярною до площин усіх шарів наносистеми (рис. 1), ефективна маса  $m(z)$  і потенціальна енергія  $U(z)$  електрона мають вигляд:

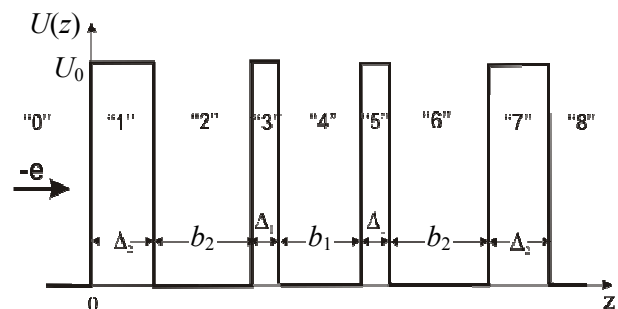


Рис. 1. Енергетична схема симетричної триямної РТС.

$$m(z) = \begin{cases} m_0, & U(z) = \begin{cases} 0, & \text{обл. } 0, 2, 4, 6, 8 \\ U_0, & \text{обл. } 1, 3, 5, 7. \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

Розв'язок стаціонарного рівняння Шредінгера для електрона у РТС

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{m(z)} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right) + U(z) \right] \Psi(x, y, z) = E \Psi(x, y, z) \quad (2)$$

шукаємо у вигляді

$$\begin{aligned} \Psi(x, y, z) &= \Psi(z) \Psi_{k_{\parallel}}(x, y) = \\ &= \frac{1}{L} \Psi(z) e^{i\vec{k}_{\parallel}(x\vec{n}_x + y\vec{n}_y)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут  $\vec{k}_{\parallel}$  – квазіімпульс електрона у площині  $xOy$ ,  $L$  – довжина основної області у цій же площині.

Для функції  $\Psi(z)$ , із урахуванням (2) і (3), отримується рівняння

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \frac{1}{m(z)} \frac{d}{dz} + U_{k_{\parallel}}(z) \right) \Psi(z) = E \Psi(z), \quad (4)$$

де величина

$$U_{k_{\parallel}}(z) = U(z) + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m(z)} = \begin{cases} \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_0}, & \text{обл. } 0, 2, 4, 6, 8 \\ \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_1} + U_0, & \text{обл. } 1, 3, 5, 7 \end{cases} \quad (5)$$

відіграє роль ефективної потенціальної енергії, що залежить від величини поздовжнього (відносно площин) квазіімпульсу  $k_{\parallel}$  електрона.

Далі, вважаючи, що електрон налітає на РТС зліва ( $k_{\parallel} = 0$ ), хвильову функцію запишемо у такому компактному вигляді

$$\begin{aligned} \Psi(z) &= \Psi_0(z)\theta(-z) + \Psi_8(z)\theta(z - z_7) + \\ &+ \sum_{p=1}^7 \Psi_p(z) [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)] = \\ &= (A_0 e^{ik_{\perp}z} + B_0 e^{-ik_{\perp}z})\theta(-z) + A_8 e^{ik_{\perp}z}\theta(z - z_7) + \\ &+ \sum_{p=1}^7 \left( A_p e^{ik_{\perp}(z - z_{p-1})} + B_p e^{-ik_{\perp}(z - z_{p-1})} \right) \times \\ &\times [\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)], \end{aligned} \quad (6)$$

де

$$k_{\perp} = \sqrt{\frac{2m_0 E}{\hbar^2}}, \quad \chi = -i \sqrt{\frac{2m_1}{\hbar^2} (U_0 - E)},$$

$$\begin{aligned} z_0 &= 0; \quad z_1 = \Delta_2, \quad z_2 = b_2 + \Delta_2, \quad z_3 = b_2 + \Delta_2 + \Delta_1, \\ z_4 &= b_2 + b_1 + \Delta_2 + \Delta_1, \quad z_5 = b_2 + b_1 + \Delta_2 + 2\Delta_1, \\ z_6 &= b_2 + \Delta_2 + 2(b_1 + \Delta_1), \quad z_7 = 2(b_2 + b_1 + \Delta_1) + \Delta_2, \\ z_8 &= 2(b_2 + b_1 + \Delta_1 + \Delta_2). \end{aligned}$$

Для знаходження всіх невідомих коефіцієнтів  $A_p, B_p$  ( $p=1, \dots, 7$ ),  $B_0, A_8$  використовується умова нормування хвильової функції (при фіксованому значенні  $k_{\parallel}$ ):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{k_{\perp}}^*(z) \Psi_{k_{\perp}}(z) dz = \delta(k'_{\perp} - k_{\perp}) \quad (7)$$

і граничні умови неперервності хвильових функцій і потоків густин ймовірностей на всіх межах наносистеми

$$\begin{cases} \Psi_i(z_i) = \Psi_{i+1}(z_i); & (i=0, \dots, 7) \\ \frac{1}{m_{0(1)}} \frac{d\Psi_i(z)}{dz} \Big|_{z=z_i} = \frac{1}{m_{0(1)}} \frac{d\Psi_{i+1}(z)}{dz} \Big|_{z=z_i} \end{cases} \quad (8)$$

Система лінійних однорідних рівнянь (8) дозволяє знайти однозначний зв'язок між коефіцієнтами у хвильових функціях, використовуючи метод трансфер-матриці [8], яка для досліджуваної наносистеми визначається добутком

$$T = \prod_{p=0}^5 \begin{pmatrix} t_{11}^{p,p+1} & t_{12}^{p,p+1} \\ t_{21}^{p,p+1} & t_{22}^{p,p+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

де

$$t_{fg}^{p,p+1} = \frac{1}{2} \left[ 1 + (-1)^{f+g} \frac{m_p k_{p+1}}{m_{p+1} k_p} \right] \times \quad (10)$$

$$\times e^{iz_p [(-1)^f k_p + (-1)^{g+1} k_{p+1}]}, \quad (f, g = 1, 2; p = 0, \dots, 7)$$

Згідно квантово-механічного означення [9], коефіцієнт прозорості  $D$  визначається відношенням густини потоку  $\vec{j}_0^+$  падаючої на систему хвилі до потоку  $\vec{j}_8^+$  хвилі, яка пройшла крізь РТС:

$$D(k_{\perp}) = \left| \frac{j_8^+}{j_0^+} \right|. \quad (11)$$

Оскільки потік  $j$  густини ймовірності у стані з хвильовою функцією  $\Psi$  визначається співвідношенням

$$j = \frac{\hbar}{2mi} \left( \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial z} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial z} \right), \quad (12)$$

$$\text{то } j_0^+ = \frac{k_{\perp}}{m_0} |A_0|^2; \quad j_9^+ = \frac{k_{\perp}}{m_0} |A_8|^2. \quad (13)$$

Отже, з урахуванням (11) і (13), для коефіцієнта прозорості РТС отримується точний аналітичний вираз

$$D(k_{\perp}) = \left| \frac{A_8}{A_0} \right|^2 = |t_{11}|^{-2}, \quad (14)$$

який містить лише один елемент Т-матриці (9).

Квазістаціонарні стани електрона та їх спектральні параметри (резонансні енергії і ширини) будемо досліджувати на прикладі симетричної триямної РТС, що складається з  $\text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$  яма та  $\text{In}_{0,52}\text{Al}_{0,48}\text{As}$  бар'єрів з фізичними параметрами  $m_0=0,046m_e$ ,  $m_0=0,089m_e$ ,  $a_0=5,867 \text{ \AA}$ ,  $a_1=5,868 \text{ \AA}$ ,  $U_0=516 \text{ меВ}$  (рис. 1). Вибір наносистеми зумовлений тим, що вона інтенсивно досліджується як експериментально [1, 3, 10-12], так і теоретично [5-8], а її фізичні параметри задовольняють умовам теоретичної моделі.

На рис. 2 наведена залежність коефіцієнта прозорості  $D$  симетричної триямної РТС від енергії при  $b_1=b_2=5a_0$ ,  $\Delta_1=a_0$ ,  $\Delta_2=3a_0$ . На кривій залежності коефіцієнта прозорості спостерігаються піки, максимума яких сягають значення одиниця. Кожний пік відповідає квазістаціонарному стану електрона у РТС. Положення  $n$ -го максимуму на шкалі енергій визначає резонансну енергію  $E_n$ , а ширина піка на шкалі енергії на половині його максимуму визначає резонансну ширину  $\Gamma_n$  квазістаціонарного стану електрона.

Отже, у наближенні ефективних мас та прямокутних потенціалів методом трансфер-матриці знайдений коефіцієнт прозорості симетричної

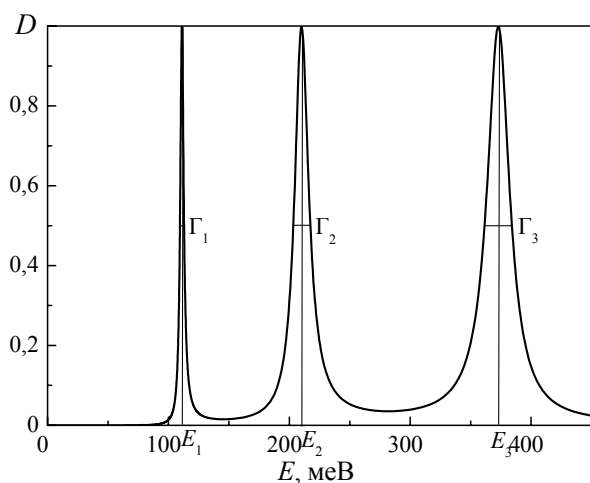


Рис. 2. Залежність коефіцієнта прозорості  $D$  симетричної триямної РТС від енергії та спектральні параметри квазістаціонарних станів електрона: резонансні енергії ( $E_n$ ) і ширини ( $\Gamma_n$ ).

триямної РТС. Показано, що крива залежності коефіцієнта прозорості від енергії цілком визначає резонансні енергії і ширини квазістаціонарних станів електрона у РТС.

Дослідження еволюції спектральних параметрів електрона у залежності від геометричних параметрів наносистеми буде виконано у наших наступних роботах.

Робота виконувалася за рахунок бюджетних коштів МОН України, наданих як грант Президента України для підтримки наукових досліджень молодих учених.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Faist J., Capasso F., Sivco D.L., Sirtori C., Hutchinson A.L., Cho A.Y. Quantum Cascade Laser // Science. – 1994. – **264**. – P.553-556.
2. Kudryashov I.V., Evtikhiev V.P., Tokranov V.E., Kotelnikov E.Yu., Kryganovskii A.K., Titkov A.N. Effect of GaAs(001) surface misorientation on the emission from MBE grown InAs quantum dots // J. Cryst. Growth. – 1999. – **201/202**. – P. 1158.
3. Gmachl C., Capasso F., Sivco D.L., Cho A.Y. Recent progress in quantum cascade lasers and applications // Rep.Prog.Phys. – 2001. – **64**. – P.1533-1601.
4. Алферов Ж.И., Асеев А.Л., Гапонов С.В., Копьев П.С., Панов В.И., Полторацкий Э.А., Сибельдин Н.Н., Суриц Р.А. Наноматериалы и нанотехнологии // Микросистемная техника. – 2003. – **8**. – С.3.
5. Пащковский А.Б. Четность и резкое расширение резонансных уровней в трехбарьерных структурах // Письма ЖЭТФ. – 2005. – **82**. – С. 228.
6. Елесин В.Ф., Катеев И.Ю. Высокочастотные свойства двухъямных наноструктур // ФТП. – 2008. – **42**. – С. 586.
7. Галиев В.И., Круглов А.Н., Полуванов А.Ф., Голдис Е.М., Тангли Т.Л. Многоканальное рассеяние носителей заряда на гетероструктурах с квантовыми ямами // ФТП. – 2002. – **36**. – С.576.
8. Ткач Н.В., Сємі Ю.А. Плоские двухбарьерные резонансно-туннельные структуры: резонансные энергии и резонансные ширини квазістаціонарних состояний електрона // ФНТ. – 2009. – **35**. – С.710.
9. Вакарчук І.О. Квантова механіка. – Львів: ЛНУ, 2004.
10. Blaser S., Rochat M., Beck M., Faist J. Far-infrared emission and Stark-cyclotron resonances in a quantum-cascade structure based on photon-assisted tunneling transition // Phys. Rev. Lett. B. – 2000. – **61**. – P. 8369.
11. Orihashi A., Suzuki B., Asada C. One THz harmonic oscillation of resonant tunneling diodes // Appl. Phys. Lett. – 2005. – **87**. – P.233501.
12. Haas S. et al. Intensity dependence of superradiant emission from radiatively coupled excitons in multiple-quantum-well Bragg structures // Phys. Rev. B. – 1998. – **57**. – P. 14860.