## ©2011 р. Ю.Ю. Вікторовська, Ю.К. Галушко, І.І. Мохунь, К.С. Харитонова, Р.І. Храбатін

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці

# МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕМЕНТАРНИХ НЕОДНОРІДНО ПОЛЯРИЗОВАНИХ ПОЛІВ

Запропонований новий метод комп'ютерного і експериментального моделювання елементарних поляризаційних комірок. Показано, що такі комірки можливо отримати при суперпозиції близьких за інтенсивністю, ортогональних, лінійно-поляризованих хвиль з відносно простими фазовими поверхнями. Подано експериментальну схему для отримання елементарних поляризаційних комірок. Показано, що характеристики поляризаційних комірок можна легко змінювати зміною параметрів інтерферуючих пучків. Наведено результати комп'ютерного моделювання і експериментальні дані елементарних поляризаційних комірок.

Ключові слова: сингулярність, С-точка, поляризація, вектор Умова-Пойнтінга.

Предложен новый метод компьютерного и экспериментального моделирования элементарных поляризационных ячеек. Показано, что такие ячейки могут быть получены в результате суперпозиции близких по интенсивности, ортогональных, линейно-поляризованных волн с относительно простыми фазовыми поверхностями. Приведена экспериментальная схема для получения элементарных поляризационных ячеек. Продемонстрировано, что характеристики поляризационных ячеек можно легко менять изменением параметров интеферирующих пучков. Представлены результаты компьютерного моделирования и экспериментальные данные элементарных поляризационных ячеек.

Ключевые слова: сингулярность, С-точка, поляризация, вектор Умова-Поинтинга.

The new approach for experimental modeling of elementary field cells with heterogeneous polarization is proposed. It is shown that such cells may be obtained by the superposition of orthogonally linearly polarized waves with relatively simple phase surfaces and close intensities. The experimental arrangement for obtaining of the elementary field cells is proposed. The characteristics of polarization cell may be easily changed by the change of superposed beams parameters. The results of computer simulation and experimental investigation are presented.

Keywords: singularities, C-point, polarization, Poynting vector.

Швидкий розвиток відносно нової області сучасної оптики - сингулярної оптики стимулює потребу детальнішого дослідження полів з різними видами оптичних сингулярностей. Тому розробка нових методів моделювання полів, які містять обмежену кількість сингулярностей, параметри і кількість яких можна легко змінювати є, безумовно, актуальною. Ця ситуація стає очевидною, якщо врахувати, що моделювання "елементарних сингулярних структур" пов'язане з одним з прикладних напрямків сингулярної оптики – розробкою оптичних пінцетів [1]. Такі структури були отримані за допомогою техніки комп'ютерно-синтезованих голограм [2,3]. Водночас відомі методи мають декіль-

ка недоліків. Головний недолік полягає в істотних втратах енергії за рахунок дифракції хвиль на голограмі. Цей недолік зникає, якщо використовувати інший тип моделювання сингулярностей – утворення сингулярних структур суперпозицією обмеженої кількості хвиль з відносно простими (регулярними) фазовими фронтами [4,5]. Відомо, що утворення вихрових ланцюгів можливе завдяки інтерференції двох практично плоских хвиль, якщо хоча б одна з них має градієнт інтенсивності [6-8]. Виникає питання, чи можливо отримати елементарні поляризаційні комірки з обмеженою кількістю поляризаційних сингулярностей у результаті інтерференції тільки двох хвиль?



Рис.1. До суперпозиції хвиль U<sub>1</sub> і U<sub>2</sub>.

Відомо, що неоднорідно поляризоване поле отримується при суперпозиції двох ортогонально лінійно поляризованих плоских хвиль [9-11]. У такому випадку інтенсивність результуючого поля залишається постійною, а поляризація поля змінюється від правоциркулярної до лівоциркулярної. Проте, одна ізольована *С*-точка не виникає, тому що виконується лише одна умова, необхідна для її утворення – фазова різниця між ортогональними компонентами дорівнює  $\pm \pi/2$ . Отже, необхідна додаткова вимога, а саме, як мінімум в одній точці поля інтенсивності хвиль, які інтерферують, повинна бути абсолютно однакова.

Іншими словами, повинна спостерігатися "точкова" рівність інтенсивностей у точці де різниця фаз дорівнює  $\pm \pi/2$ . Очевидно, цій вимозі можна задовольнити, якщо одна з хвиль має певний, навіть малий, градієнт інтенсивності [6,8].

# 1. Принципи створення елементарних поляризаційно неоднорідних комірок

Розглянемо суперпозицію двох ортогонально лінійно поляризованих хвиль  $U_1$  і  $U_2$ . Розповсюдження таких хвиль схематично показано на рис.1. Фази таких хвиль  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ і амплітуди  $A_1$ ,  $A_2$  задовольняють апроксимації хвильових фронтів [8]. Тобто, можна вважати, що хвилі  $U_1$  і  $U_2$  розповсюджуються в зоні аналізу "практично без дифракції". В точці (x,y) площини спостереження модулі амплітуд полів відрізняються незначно, і існує розв'язок рівняння  $A_1(x,y)=A_2(x,y)$  у вигляді y=f(x) – лінії рівних інтенсивностей (модулів амплітуди) компонент.

Умова виникнення ізольованої *С*-точки в сумарному полі в точці  $x_i$ ,  $y_i$  має вигляд:

$$\begin{cases} \Phi_1(x_i, y_i) = \Phi_2(x_i, y_i) \pm \pi/2 \\ A_1(x_i, y_i) = A_2(x_i, y_i). \end{cases}$$
(1)

Припустимо, для спрощення, що в зоні суперпозиції (рис.1):

1. Хвилі U<sub>1</sub> і U<sub>2</sub> практично плоскі.

2. Хвилі поляризовані вздовж осей координат *X*, *Y*, відповідно.

3. Інтенсивність змінюється лише у одної з них у напрямку вказаному на рис.1 стрілкою. Для визначеності інтенсивність зменшується у хвилі  $U_2$  у напрямку *Y*.

У такому випадку модуляція поляризації подібна до наведеної на рис.2. Розподіл інтенсивності не змінюється уздовж осі X й однаково змінюється уздовж осі Y відповідно до градієнта інтенсивності хвилі.

Можна показати, що індекс ізольованої *С*-точки  $I_C$  залежить від двох параметрів, а саме, напрямку в якому зростає інтенсивність однієї з хвиль і знаку фазової різниці між  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  у позиції *С*-точки відповідно до правил у таблиці 1.

Таблиця 1. Визначення	індексу	С-точки.
-----------------------	---------	----------

Фазова різниця між U1 і U2	Напрям збіль- шення інтенсив- ності у хвилі U <sub>2</sub>	Знак індексу С-точки
$+\pi/2$	-Y	_
$-\pi/2$	+Y	+

### 2. Результати комп'ютерного моделювання

При створенні елементарних поляризаційно-неоднорідних комірок для модуляції плоскої хвилі  $U_2$  використовувалися два типи розподілу інтенсивностей: "монотонна" модуляція і "квадратична", які наведені на рис.3.

# 2.1. Монотонні зміни інтенсивності в одній з хвиль

На першому етапі моделювання інтенсивності використовувалася хвиля  $U_2$ , з інтенсивністю, що монотонно зменшується вздовж



Рис. 2. Поляризаційна модуляція результуючого поля між лініями (s-контурами), вздовж яких поля  $U_1$  і  $U_2$  мають протилежні фази. Ланцюг *C*-точок розміщується вздовж лінії рівних інтенсивностей полів  $U_1$  і  $U_2$ .



Рис. 3. Розподіл інтенсивності результуючого поля: монотонна (а) і квадратична модуляція інтенсивності однієї з інтерферуючих хвиль (б).

У-напрямку (показано у верхньому лівому куті рис.За). Результуюча інтенсивність пучка наведена на рис.За. Вона не змінюється вздовж осі абсцис через ортогональнк поляризацію пучків.

На рис.4 наведені результати комп'ютерного моделювання елементарних поляризаційних комірок при суперпозиції хвиль  $U_1$  і  $U_2$ . Фазова різниця між  $U_1$  і  $U_2$  у позиції *С*точки дорівнює  $+\pi/2$ . Як визно з рис.4б, польова структура навколо *С*-точки в "основній" області (обведена кільцем) практично ізотропна. Іншими словами, в основній області при обході по контуру навколо *С*точки азимут змінюється практично лінійно.

Поведінка поперечної компоненти вектора Умова-Пойнтінга є типовою поблизу *С*-точки, яка формується ортогональними ми компонентами з фазовою і амплітудною асиметріями [9]. Фазова асиметрія введена у *Х*-напрямку, інтенсивність змінюється вздовж *Y*-напрямку, зміщення П-сингулярності відбувалося у *Y*-напрямку. Ця П-сингулярність – вихрова, тому що *C*-точка негативна [8].

Остання колонка рис.4 відповідає випадку формування позитивної *С*-точки. Відповідно пасивна П-сингулярність розташована поблизу *С*-точки [8]. Зауважимо, що в двох перших випадках амплітуда і фаза компенсують одна одну. Водночас, у випадку позитивної *С*-точки, зміщення П–сингулярності викликане двома видами асиметрії і розглядається як сума "чистих" переміщень.

Загалом величину загального переміщення визначає відношення між знаком фазової різниці у позиції *С*-точки і напрямком збільшення інтенсивності.

Із рис.5, на якому наведені три періоди суперпозиції, видно, що позитивні і негативні *С*-точки чергуються відповідно до переходу від одного до іншого періоду суперпозиції.

Вертикальні прямі лінії на рис.5а, б відповідають *s*-контурам, де фазова різниця дорівнює 0 або  $\pi$  а поляризація лінійна.

### 2.2. Квадратичні зміни інтенсивності хвилі

Інший вид модуляції амплітуди –модуляція, подібна до гаусівської кривої, яка наведена в лівому верхньому куті рис.36. Результуюча інтенсивність наведена на тому ж рисунку. Квадратична модуляція інтенсивності однієї з інтерферуючих хвиль наведена на рис.6.

## 2.3. Квадратичне фазове зміщення і монотонна модуляція інтенсивності в одному з пучків

Наступний приклад результуючого поля наведений для випадку, коли в одній з хвиль додатково введена "квадратична" фазова модуляція і монотонна модуляція амплітуди. Внаслідок цього, *s*-контури замкнуті і в кожному періоді поляризаційної модуляції спостерігаються дві *C*-точки.

Як видно з рис.7в, існують дві С-точки різних знаків. Відповідно в області суперпозиції з'являються вихрова і пасивна Псингулярності.



Рис. 4. Монотонна модуляція амплітуди  $U_2$ . Результати моделювання поляризаційної комірки: азимутальні карти (а, б, в); поведінка поляризації в результуючому полі (г, д, е);  $\Box \Box =$  позитивні і негативні *С*-точки відповідно; поведінка поперечної компоненти вектора Умова-Пойнтінга ( $\epsilon$ , ж, з); утворення негативної *С*-точки (а, б, г, д,  $\epsilon$ , ж); градієнт інтенсивності на (б, д, ж) більший, ніж для (а, г,  $\epsilon$ ) в 1,5 рази; утворення позитивної *С*-точки (в, е, з);  $\Box \Box =$  вихрова і пасивна  $\Pi$ -сингулярності, відповідно.



Рис. 5. Три періоди суперпозиції: азимутальна карта (а); поведінка поляризації в результуючому полі (б); □,□ – позитивні і негативні *С*-точки відповідно; поведінка поперечної компоненти вектора Умова-Пойнтінга (в); □,□ – вихрова і пасивна П–сингулярності, відповідно.



Рис. 6. Квадратична модуляція інтенсивності однієї з інтерферуючих хвиль: азимутальна карта (а); поведінка поляризації в результуючому полі (б); □,□ – позитивні і негативні *С*-точки відповідно; поведінка поперечної компоненти вектора Умова-Пойнтінга (в); □,□ – вихрова і пасивна П-сингулярності.



Рис. 7. Квадратичне фазове зміщення і монотонна модуляція інтенсивності в одному з пучків: азимутальна карта (а,г); поведінка поляризації в результуючому полі (б,д); 🗐, 🗐 - позитивні і негативні *С*точки відповідно; поведінка поперечної компоненти вектора Умова-Пойнтінга (в,е).

### 3. Експериментальне моделювання елементарних поляризаційних сингулярностей

Схема експериментального дослідження елементарних поляризаційних сингулярностей, що утворюються в результаті інтерференції близьких за інтенсивністю ортогонально поляризованих пучків, наведена на рис.9.

Розширений циркулярно-поляризований

гауссівський лазерний пучок спрямовується у "подвійний" інтерферометр Маха-Цандера. У плечах внутрішнього інтерферометра, в якому формується сумарне поле, розміщено схрещені поляризатори 7, 10. Такий інтерферометр формує суперпозицію лінійно ортогонально поляризованих пучків.

Параметри елементів схеми вибиралися так, щоб максимуми інтенсивності цих пучків були приблизно однакові.



Рис.9. Результат суперпозицій ортогонально поляризованих компонент: розподіл інтенсивності в ортогонально поляризованих пучках (а, б), розподіл інтенсивності результуючого поля (в). Білим позначена лінія рівних інтенсивностей ортогонально поляризованих компонент.



Рис. 8. Експериментальна схема дослідження елементарних поляризаційних сингулярностей. 1, 15 – пластинки λ/4; 2-4 – розширювач пучка; 5,6,11,13 – світлоподільники; 7,10 – схрещені поляризатори, 14 – вихідний поляризатор; 8,9,12 – дзеркала.

Якщо в площині суперпозиції влаштувати поперечний зсув (за допомогою елементів інтерферометра 8,9,11) між цими пучками, то обов'язково буде існувати лінія, вздовж якої інтенсивності будуть абсолютно однакові.

Ортогонально-поляризовані пучки близької інтенсивності і їх сумарна інтенсивність з позначеною лінією однакової інтенсивності для кожного наведені на рис.9.

Природно, що внаслідок суперпозиції ортогонально-поляризованих пучків, модуляції за інтенсивністю у сумарній полі спостерігатися не буде, проте сумарне поле промодульоване за поляризацією. Характер модуляції поля подібний до наведеного на рис.2. Для візуалізації цієї модуляції, *С*– точок і *s*–контурів використовуються різні комбінації вихідних елементів схеми: поляризатора 14 і чвертьхвильової пластинки 15.

Канал зовнішнього інтерферометра за допомогою елементів 5,12,13 формує плоску опорну хвилю, яка дозволяє провести інтерферометричне тестування як результуючого поля, так і його компонент.

#### 4. Візуалізація систем С-точок

Зауважимо, що азимут лінійної поляризації результуючого поля буде  $45^{\circ}$  або– $45^{\circ}$ в точках, де *s*-контур перетинає лінію рівних інтенсивностей, внаслідок того, що саме там амплітуди компонент однакові. Відповідно, якщо встановити вісь вихідного поляризатора під кутом ±45° до одного з поляризаторів (7 або 10) внутрішнього інтерферометра, то можна отримати нулі амплітуди в точках, де *s*-контур перетинає лінію рівних інтенсивностей. Такі скалярні вихорі поля у вихідному полі зовнішнього інтерферометра будуть проявлятися як характерні інтерференційні вилочки.

Водночас введення чвертьхвильової пластинки 15, вісь якої складає  $\pm 45^{\circ}$  з віссю поляризаторів 7 і 10 приведе до того, що саме в позиціях *С*-точок поляризація з циркулярної перетвориться на лінійну з азимутом  $\pm 45^{\circ}$ . У такому випадку, введення поляризатора 14, вісь якого орієнтована так само, як і в попередній ситуації, знову ж приведе до виникнення нулів амплітуди у сумарному полі. Проте такий нуль амплітуди буде виникати лише для системи *С*-точок, які розташовані в області з певним напрямком циркуляції електричного вектора, наприклад, в



Рис. 10. Результати експериментального дослідження систем С-точок у сумарному полі: ідентифікація С-точок в області лівої (а) і правої поляризації (б); позиції С-точок знайдені з аналізу інтерферограм (в); □, □ – С-точки в області лівої і правої поляризації, відповідно. Стрілками вказаний напрямок лінії рівних інтенсивностей.

області з правою поляризацією. Природно, що такі нулі амплітуди, а значить і *С*-точки, можуть бути легко ідентифіковані в інтерференційному експерименті, як характерні розгалуження інтерференційних смуг, в точках з координатами *С*-точок. Відповідно, поворот чвертьхвильової пластинки 15 (або поляризатора 14) на 90° приведе до того,що нулі амплітуди будуть виникати у позиціях *С*-точок, які розташовані в областях з іншим напрямком циркуляції електричного вектора.

Отже, використовуючи відповідні комбінації чвертьхвильової пластинки 15, поляризатора 14 і опорну хвилю, яка формується в зовнішньому інтерферометрі, обидві системи *С*-точок можуть бути легко візуалізовані як характерні вилочки вихідного розподілу інтенсивності.

Результати експериментальної візуалізації систем *С*-точок, отриманих як суперпозиція близьких за інтенсивністю ортогонально лінійно поляризованих полів, наведені на рис.10а, що відповідає результатам візуалізації системи ліво-циркулярно поляризованих *С*-точок, а рис.10б – системі право-циркулярно поляризованих *С*-точок.

Відзначимо, що знаки вихорів у ланцюгах, що відповідають лівій або правій поляризації однакові. Це стає зрозумілим, якщо звернутися до таблиці 1. Дійсно, знак топологічного індексу C-точки  $I_C$  змінюється на протилежний при переході від одного періоду суперпозиції до іншого, залишаючись таким самим для областей з однаковим напрямком циркуляції електричного вектора.

Водночас, топологічний заряд C-точки  $S_C$  пов'язаний з індексом C-точки простим співвідношенням [8]:

$$S_C = h I_C \,, \tag{2}$$

де h – спінорний фактор, що дорівнює +1 для області з правою поляризацією і –1 для регіонів поля з лівою поляризацією.

Відповідно при переході від одного періоду суперпозиції до іншого (від області з правою поляризацією в область з лівою), і навпаки, знак топологічного заряду  $S_C$  залишається сталим. Як наслідок залишається сталим знак вихорів, які утворюються при різній орієнтації вихідної чвертьхвильової пластинки (або вихідного поляризатора).

#### Висновки

1. Системи *С*-точок можна створити завдяки суперпозиції двох ортогонально лінійно поляризованих хвиль з плавною модуляцією інтенсивності.

2. Знак топологічних індексів *С*-точок чергується з переходом від одного до іншого періоду суперпозиції.

3. Знак топологічного індексу *С*-точки визначається напрямом збільшення інтенсивностей і фазової різниці взаємодіючих хвиль у позиції *С*-точки.

4. Позиції С-точок і П-сингулярностей не співпадають. Зміщення між ними визначає величина градієнта модуляції інтенсивності, величина кута між пучками і додаткової фазової модуляції взаємодіючих хвиль. Робота виконана в рамках гранта Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України № 0111U001161. Автори також вельми вдячні доценту Архелюку А.Д. за допомогу в проведенні експериментальних досліджень.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1. *Lang M.J., Block S.M.* Resource Letter: LBOT-1: Laser-based optical tweezers. // Am. J. Phys. 2003. **71**. P. 201.
- Nye J.F. Natural focusing and fine structure of light. Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 1999.
- Heckenberg N.R., McDuff R., Smith C.P., White A.G. Generation of optical singularities by computergenerated holograms // Opt. Lett. – 1992. – 17. – P.223.
- Rozanov N.N. Radiation formation with wavefront dislocations // Opt. and Spectroscopy. – 1993. – 75. – P.867.
- Masajada J., Dubik B. Optical vortex generation by three plane wave interference // Opt. Comm. – 2001. – 198. – P.27.
- Angelsky O.V., Besaha R.N., Mokhun I.I. Appearance of wave front dislocations under interference among beams with simple wave fronts // Optica Aplicata. – 1997. – 27. – P.278.
- Izdebskaya Ya., Shvedov V., Volyar A. Generation of higher-order optical vortices by a dielectric wedge // Opt. Lett. – 2005. – 30. – P.2474.
- Mokhun I. Introduction to linear singular optics. / Optical correlation techniques and applications / Ed. by O.V.Angelsky. – Washington, USA: SPIE press, Bellingham, 2007. Chapter 1.
- Angelsky O.V., Dominikov N.N., Maksimyak P.P., Tudor T. Experimental revealing of polarization waves // Appl. Opt. – 1999. – 38. – P.3117.
- Angelsky O.V., Zenkova C.Yu., Gorsky M.P., Gorodin'ska N.V. Feasibility of estimating the degree of waves at the near field // Appl. Opt. – 2009. – 48. – P.2788.
- Angelsky O. V., Gorsky M. P., Maksimyak P. P. et all. Investigation of optical currents in coherent and partially coherent vector fields // Optics Express. – 2011. – 19. – P. 672.