

Мачехин Ю.П., Курской Ю.С., Замлелый А.Р.

## ЭНТРОПИЙНАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ОХЛАЖДЁННЫХ ЧАСТИЦ

*В работе рассмотрена задача лазерного доплеровского охлаждения частиц (атомов, ионов и молекул), которая имеет важное прикладное значение для физики и метрологии. Показано, что лазерное охлаждение представляет собой процесс взаимодействия детерминированной системы лазерного излучения с хаотичной системой движущихся частиц. Для оценки параметров охлаждённых частиц и контроля процесса охлаждения предложено использовать методы и инструменты нелинейной метрологии, разработанные для измерения параметров нелинейных динамических систем. Получено выражение для оценки энтропии лазерного излучения, как функции его частоты. Результаты работы дают возможность оценки изменения энтропии системы охлаждённых частиц после заданного количества циклов «поглощение – спонтанное излучение фотонов», что открывает возможность контроля процесса охлаждения и оценки температур с малыми дискретными значениями.*

**Ключевые слова:** лазерное охлаждение частиц, нелинейная метрология, энтропия Шеннона.

### Актуальность исследования

Одной из ярких задач физики последней четверти XX века стало охлаждение газообразных веществ до температуры близкой к абсолютному нулю путём торможения броуновского движения частиц (атомов, ионов, молекул) лазерным излучением. Успешная реализация процессов охлаждения и удержания частиц имеет важное значение для физики, метрологии, электроники. Охлаждённые до остановки теплового движения частицы можно наблюдать в течении гораздо большего времени, чем движущиеся, что важно для спектроскопии высокого разрешения и стабилизации частот лазеров. При достижении температур, близких к 0°K возможно получение состояния сверхтекучести и конденсата Бозе-Эйнштейна, который планируется использовать для создания квантовой памяти. Развитие технологий охлаждения и удержания охлаждённых частиц открывает новые возможности для метрологической науки по усовершенствованию эталонной базы, позволяет получить новые реперные точки стандартов частоты, повышать точность глобальных навигационных систем. К перспективным метрологическим задачам относится создание оптических часов на охлажденных одиночных ионах в электромагнитных ловушках и на атомах, захваченных в оптическую решетку. Предполагается, что относительная неопределенность частоты в таких часах достигнет значений  $10^{-17} - 10^{-18}$  [1].

Процесс лазерного охлаждения основан на квантово-механических представлениях о поглощении и излучении энергии частицами. Локализованные движущиеся частицы облучаются лазерным излучением с частотой, меньшей частоты атомного перехода на величину доплеровского сдвига. Частица, поглотив фотон, переходит из основного энергетического состояния в возбужденное состояние. При этом её скорость меняется на величину скорости отдачи частицы. Затем частица, возвращаясь в основное состояние, излучает фотон, но уже с частотой, большей частоты поглощённого фотона. Это приводит к потере энергии и замедлению частицы и, как следствие, к снижению температуры вещества. Таким образом, импульс фотона передаётся частице при стимулированном поглощении и последующем спонтанном излучении фотона. Для следующего цикла «возбуждение — спонтанное излучение фотона» частота лазерного излучения уменьшается, подстраивается под скорость движения частиц. За  $N$  циклов частица теряет импульс равный  $\hbar k$ , где  $\hbar k$  — импульс фотона. Количество циклов и частота охлаждающего излучения определяются электронной конфигурацией и скоростью движения частиц.

Это первый этап «доплеровское лазерное охлаждение». Он позволяет достичь температуры в сотни мкК. К примеру, после доплеровского охлаждения атомов щелочных металлов их температура составляет около 100 мкК. Для получения более низких температур применяются другие механизмы лазерного охлаждения: субдоплеровское и охлаждение ниже уровня отдачи. Минимальная температура при субдоплеровском охлаждении атомов составляет около 1 мкК. Лазерное охлаждение ниже однофотонного уровня отдачи позволяет получить температуру около 100 нК.

Теория лазерного охлаждения и последующей локализации частиц была предложена и развита А. Летоховым и В. Балькиным в 1970-х годах [2]. В 1997 году С. Чу, К. Коэн-Таннуджи и У. Филипс получили Нобелевскую премию за исследование в области охлаждения и улавливания атомов с использованием лазерных технологий.

Практическая реализация лазерного охлаждения и удержания охлажденных частиц требует разработки методов оценки и контроля их состояния. Группа охлаждаемых частиц может быть представлена в виде открытой нелинейной динамической системы с диссипацией энергии (НДС). Понимание особенностей динамики таких систем привело к созданию методов и инструментов нелинейной метрологии [3]. Универсальность подходов, моделей и инструментов измерения динамических переменных НДС позволяет их применять для систем различного, как физического, так и биологического происхождения.

Важным инструментом нелинейной метрологии является информационная энтропия Шеннона, как характеристика степени упорядоченности или хаотичности системы. В рамках теории измерения параметров НДС предложены энтропийные шкалы для оценки и управления параметрами НДС. Применение этого инструмента к оценке параметров охлаждённых частиц позволит повысить достоверность получаемой информации и обеспечить контроль, и управление нужными параметрами.

Целью работы является исследование применения подходов и инструментов нелинейной метрологии, в частности энтропии Шеннона, для оценки параметров частиц (атомов, ионов и молекул) в процессе доплеровского лазерного охлаждения.

### Взаимодействие двух систем

Рассмотрим процесс доплеровского лазерного охлаждения частиц как взаимодействие двух систем. Первая система это ансамбль из локализованных  $N$  молекул одного вещества — система «атом». Система характеризуется средней скоростью движения молекул  $\langle v \rangle$  и температурой  $T$ , связанными между собой выражением:

$$T = \frac{\pi m}{8R} \langle v \rangle^2, \quad (1)$$

где:  $m$  — молекулярная масса частиц;  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Если рассматриваемая система является равновесной, то распределение частиц по скоростям выражается законом распределения Максвелла.

$$p(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left[ -\frac{mv^2}{2kT} \right] v^2. \quad (2)$$

где:  $k$  — постоянная Больцмана.

Броуновское движение частиц системы «атом», поглощение и излучение фотонов в процессе охлаждения позволяет отнести её к открытым, хаотичным, диссипативным НДС.

Вторая система представляет собой лазерное излучение, характеризующееся частотой излучения  $f_0$  и уширением линии излучения  $\Delta f_0$ , — система «лазер». При этом распределение интенсивности излучения по частотам  $f$  подчиняется нормальному закону распределения Гаусса [4]:

$$p(f) = \frac{1}{\Delta f_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(f - f_0)^2}{2\Delta f_0^2} \right]. \quad (3)$$

Стабилизированное по частоте лазерное излучение характеризуется высокой степенью когерентности  $\Delta f_0/f_0$  (в научных лабораториях полученные на специальных установках значения  $\Delta f_0/f_0$  достигают  $\sim 10^{-15} - 10^{-17}$ ). Поэтому систему «лазер», можно отнести к детерминированным системам. Её параметры остаются в известных рамках в течение времени наблюдения. Лазер работает в импульсном режиме, длительность импульса определяется временем взаимодействия лазерного излучения с частицами [2].

Рассмотрим взаимодействие систем с позиций информационной теории измерения. Для контроля состояния систем введём информационную энтропию Шеннона, связанную с плотностью распределения вероятности  $p(X)$ , где  $X$  — исследуемая величина, выражением  $H = -p(X) \ln p(X)$ . Энтропия Шеннона рассматривается как мера упорядоченности или, наоборот, хаотичности системы. Наименьшее значение энтропия принимает в случае нормального распределения величины, наибольшее значение — в случае равномерного распределения величины. Энтропия лазерного излучения мала, для монохроматического излучения равна нулю. Энтропия ансамбля частиц определяется распределением Максвелла. Её значение занимает промежуточное место между значениями энтропии для нормального и равномерного распределений.

В начальный момент времени  $t_0$  система «атом» характеризуется средней скоростью движения частиц  $v_0$ , температурой  $T_0$ , и энтропией  $H_A(v_0, t_0)$ . Система «лазер» характеризуется частотой излучения  $f_0 \pm \Delta f_0$ , и энтропией  $H_L(f_0, t_0)$ . После прекращения взаимодействия в момент времени параметры систем меняются. Скорость движения молекул уменьшается, а частота спонтанного излучения  $f$  по сравнению с частотой  $f_0$  возрастает, уширяется спектральная линия излучения  $\Delta f$ . Система «атом» приобретает характеристики:  $v, T$  и  $H_A(v, t)$ ; система «лазер» характеристики:  $f \pm \Delta f$  и  $H_L(f, \tau)$ . Такое взаимодействие продолжается количество циклов, необходимое для достижения заданной температуры вещества. Для системы «атом» и системы «лазер» выражения для энтропии Шеннона в моменты времени и имеют вид:

$$H_A(v, t_0) = -p(v_0) \ln p(v_0), H_L(f, t_0) = -p(f_0) \ln p(f_0), \quad (4)$$

$$H_A(v, \tau) = -p(v) \ln p(v), H_L(f, \tau) = -p(f) \ln p(f), \quad (5)$$

При этом:  $H_L(v, \tau) > H_L(v, t_0)$  и система «атом» становится более упорядоченной;  $H_L(f, \tau) > H_L(f, t_0)$  система «лазер» становится более хаотичной. Это объясняется зависимостью энтропии Шеннона от вида плотности распределения функции и интервала значений величин. Так, после испускания частицами фотонов с большей частотой, чем частота поглощённых фотонов, скорость движения частиц уменьшается, пик функции распределения Максвелла (2) возрастает и смещается в сторону уменьшения скоростей. Энтропия системы «атом» уменьшается. Пик функции распределения интенсивности лазерного излучения смещается в сторону более высоких частот и соответствует резонансной частоте перехода для данного типа частиц. При этом происходит увеличение значения  $\Delta f_0$  вследствие доплеровского уширения, значение уширения линии излучения растёт.

Изменение состояния систем можно выразить через информацию, которая приобретается (информация о системе «атом»  $I_A$ ) или теряется (информация о системе «лазер»  $I_L$ ) в процессе взаимодействия систем [5]:

$$I_A = H_A(v, t_0) - H_A(v, \tau) = \Delta H_A, \quad I_L = H_L(f, t_0) - H_L(f, \tau) = \Delta H_L. \quad (6)$$

Воспользовавшись законом сохранения информации, согласно которому «количество информации в замкнутой системе остаётся неизменной» [5], из выражений (6) получим равенство:

$$|\Delta H_A| = |\Delta H_L|. \quad (7)$$

Согласно выражению (7) изменение энтропии системы «лазер» по модулю равно изменению энтропии системы «атом». Это равенство позволяет, анализируя изменение параметров системы «лазер», оценивать параметры системы «атом».

Минимальное значение энтропия системы «атом»  $H_A(v) = 0$  принимает при отсутствии теплового движения частиц  $v = 0$ . Выражение (7) в любой момент времени можно представить в виде:

$$|\Delta H_A(\Delta T)| = |\Delta H_L(\Delta f)| \quad (8)$$

Решение выражения (8) с учётом выражений (2), (3), (6) позволит определить связь между изменением энтропии системы «лазер», энтропии и температуры системы «атом»:

$$\Delta T = \Delta T [|\Delta H_L(\Delta f)|] \quad (9)$$

Выражения (3) — (9) позволяют определить изменения энтропии и температуры системы «атом» в моменты времени  $t_0$  и  $\tau$ , а также выражение для разности энтропии (6)  $\Delta H_L$ :

$$H_L(f, t_0) = \ln(\Delta f_0 \sqrt{2\pi e}), \quad H_L(f, \tau) = \ln(\Delta f \sqrt{2\pi e}), \quad (10)$$

$$|\Delta H_L(\Delta f)| = \left| \ln \frac{\Delta f_0}{\Delta f} \right|.$$

Таким образом, на значение энтропии системы «лазер» влияет изменение значения уширения линии излучения  $\Delta f$ . Измеряя частоту спонтанного излучения и оценивая изменение его энтропии (10), имеется возможность оценки изменения энтропии и температуры системы охлаждённых частиц после любого количества циклов «поглощение — спонтанное излучение фотона», что открывает возможности контроля процесса охлаждения и оценки температур с малыми дискретными значениями  $\Delta T$ .

## Выводы

Рассмотрена задача лазерного доплеровского охлаждения частиц (атомов, ионов, молекул), имеющая важное теоретическое и прикладное значение для физики и метрологии.

Показано, что лазерное охлаждение представляет собой процесс взаимодействия детерминированной системы лазерного излучения с хаотичной динамической системой частиц.

Для оценки параметров охлаждённых частиц и контроля процесса охлаждения предложено использовать подходы и инструменты нелинейной метрологии, разработанные для измерения параметров нелинейных динамических систем.

Получено выражение для оценки энтропии лазерного излучения, как функции его частоты. Результаты работы дают возможность оценивать изменение энтропии системы охлаждённых частиц после любого количества циклов «поглощение — спонтанное излучение фотонов», что открывает возможности контроля процесса охлаждения и оценки температур с малыми дискретными значениями.

## Литература

1. Бражников Д.В. Исследование возможности глубокого лазерного охлаждения атомов магния для создания стандарта частоты нового поколения Вестник НГУ, серия «Физика», 2012, Т. 7, вып. 14, с. 6\18
2. Балькин В.И., Летохов В.С., Миногин В.Г. Охлаждение атомов давлением лазерного излучения. Успехи физических наук. 1985. том 147, вып. 1. С. 117–156.
3. Мачехин Ю.П., Курской Ю.С. Основы нелинейной метрологии: LAP Lambert Academic Publishing, 2014– 240 с.
4. Звелто О. Принципы лазеров. – М.: Лань, 2008, – 720 с.
5. Волькенштейн М.В. Энтропия и информация. – М.: Наука, 1986. – 192 с.

*В роботі розглянуто задачу лазерного доплерівського охолодження частинок (атомів, іонів і молекул), яка має важливе прикладне значення для фізики та метрології. Показано, що лазерне охолодження являє собою процес взаємодії детермінованою системи лазерного випромінювання з хаотичною системою рухомих частинок. Для оцінки параметрів охолоджених часток і контролю процесу охолодження запропоновано використовувати методи і інструменти нелінійної метрології, розроблені для вимірювання параметрів нелінійних динамічних систем. Отримано вираз для оцінки ентропії лазерного випромінювання, як функції його частоти. Результати роботи дають можливість оцінки зміни ентропії системи охолоджених часток після заданої кількості циклів «поглинання - спонтанне випромінювання фотонів», що відкриває можливості контролю процесу охолодження і оцінки температур з малими дискретними значеннями.*

**Ключові слова:** лазерне охолодження частинок, нелінійна метрологія, ентропія Шеннона.

*In the paper we consider the problem of laser Doppler cooling of particles (atoms, ions and molecules), which has important applications to physics and Metrology. It is shown that laser cooling is the process of a deterministic system interaction of laser radiation with the chaotic system of moving particles. To estimate the parameters of chilled particles and the control of the cooling process is proposed to use methods and tools nonlinear Metrology, designed for measurement of parameters of nonlinear dynamic systems. The resulting expression for the estimation of the entropy of laser radiation, as a function of its frequency. The results allow us to evaluate the change of entropy of the cooling of the particles after a given number of cycles "absorption – spontaneous emission of photons", which opens the possibility of control of process cooling and temperature estimates with small discrete values.*

**Keywords:** laser cooling of solids, nonlinear Metrology, the Shannon entropy.

Ю.П. Мачехин, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедры физических основ электронной техники,

Ю.С. Курской, кандидат технических наук, доцент кафедры физических основ электронной техники, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, г. Харьков

А.Р. Замлель, студент, Харьковского национального университета радиоэлектроники.

**Machekhin Yu.P., Курской Yu.S., Zamlely A.R.**

## **ENTROPY EVALUATION OF COOLED PARTICLES PARAMETERS**

*In the article the task of laser Doppler cooling of particles (atoms, ions and molecules), which has important applications for physics and metrology, is considered. It is shown that the laser cooling is the interaction process between a deterministic system of laser radiation and a chaotic system of moving particles. For monitoring and estimation of the cooling particles' parameters it's proposed to use the methods and instruments of Nonlinear Metrology that were designed for measurement of nonlinear dynamic systems parameters. The formula for estimating of the laser radiation Shannon entropy, as a function of a laser frequency, is obtained. The results allow to evaluate the change of the entropy of the cooling particles system after a given number of cycles "absorption – spontaneous emission of photons", which opens the new possibility for control of laser cooling process and estimate of temperature with small discrete values.*

**Keywords:** laser cooling, Nonlinear Metrology, Shannon entropy.

### **The relevance of research**

One of the outstanding tasks in physics of the last quarter of the XX century was the task of cooling of gaseous substances to absolute zero temperature by braking the Brownian motion of particles (atoms, ions, molecules) using a laser radiation. The successful implementation of the cooling and retention of particles is important for physics, metrology and electronics. The particles, cooled to stop the thermal motion, can be observed more longer than moving particles, that is important for the high-resolution spectroscopy and the stabilization of laser frequency. When the temperature of particles' ensemble becomes close to 0oK it's possible to obtain the superfluidity status and the Bose-Einstein condensate, which can be used to create the quantum memory. The development of the cooling technology and retain of the cooled particles opens the new opportunities for metrological science to improve standard base, allows to obtain new reference points of frequency standards and improves the accuracy of global navigation systems. The perspective metrological tasks include the creating of optical clocks based on cooled single ions in electromagnetic traps and atoms trapped in the optical grid. It is assumed that the relative uncertainty of such clock frequency reaches values in  $10^{-17} - 10^{-18}$  [1].

The laser cooling process bases on quantum-mechanical ideas about the absorption and radiation of energy by particles. Localized moving particles are irradiated by laser radiation with a frequency that is lower than a frequency of the atomic transition by the Doppler shift quantity. The particle absorbs a photon, is transferred from the primary energy state to an excited energy state. The particle's speed changes by the quantity of the recoil velocity. Then a particle, returning to the ground state, emits a photon with a frequency greater than the frequency of the absorbed photon. This process causes the loss of energy, slowdown the particles and, consequently, the decrease of substance's temperature. Thus, an impulse of a photon is passed to a particle when stimulated absorption and subsequent spontaneous emission of a photon.

For the next "excitation — spontaneous emission of photon" cycle the laser radiation frequency is reduced, adjusts to the particles' velocity. For N cycles, the one particle loses the impulse equal  $\hbar k$ , here  $\hbar$  – the impulse of a photon. The number of cycles and the frequency of the cooling radiation are determined by the electronic configuration and velocity of particles [2]. This is the first stage of the laser cooling — the "Doppler laser cooling". It allows reach the temperature at the hundreds of  $\mu$ K. For example, after Doppler cooling of the atoms of alkali metals their temperature is about 100  $\mu$ K. For more low temperatures other mechanisms of laser cooling are used: the subdoppler and cooling below the recoil level mechanisms. The minimum temperature at subdoppler colling atoms is about 1  $\mu$ K. Laser cooling below the one-photon level of recoil allows to obtain a temperature about 100 nK.

The theory of laser cooling and subsequent localization of the particles was proposed and developed by A. Letokhov and V Balykin in the 1970-s [2]. In 1997 S. Chu, C. Cohen-Tannoudji and W. Phillips were awarded the Nobel prize for research in the sphere of cooling and trapping of atoms using the laser technologies.

The practical realization of laser cooling and retaining of cooled particles requires a development of special methods for assessing and monitoring of particles' condition. The group of cooled particles may be represented in the form of an open nonlinear dynamic system with energy dissipation (NDS). Understanding of a specific character of such systems has led to create the methods and instruments of Nonlinear Metrology [3]. The universality of approaches, models and measurement instruments of variables of Nonlinear Metrology allows use them for measurement in various NDS physical and biological origin.

Like an important instrument of Nonlinear Metrology theory the information Shannon entropy is accepted. It's used like a degree of order or chaotic condition of a system. In the framework of Nonlinear Metrology theory proposed the entropy scales for assessment and management of NDS's parameters. The application of this instrument for estimation of cooled particles parameters will improve the reliability of the received information and to ensure control and management of desired parameters.

The research of using the Nonlinear Metrology approaches and instruments (Shannon entropy) for estimate of the particles' parameters during the Doppler laser cooling process is the task of this work.

### **The Interaction of Two Systems**

Let consider the Doppler laser cooling process as the interaction of two corresponded systems. The first system is an ensemble of  $N$  localized particles of the same substance — the "atom" system. The "atom" system is characterized by the mean velocity of particles and by the temperature  $T$ , which related by next expression:

$$T = \frac{\pi m}{8R} \langle v \rangle^2, \quad (1)$$

here:  $m$  — the molecular mass of the particles;  $R$  — the universal gas constant.

If the "atom" system is in equilibrium, the velocity distribution of particle  $p(v)$  is expressed by the Maxwell distribution law.

$$p(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left[ -\frac{mv^2}{2kT} \right] v^2. \quad (2)$$

here:  $k$  — the Boltzmann constant.

The Brownian motion of "atom" system's particles, absorption and emission of photons during the cooling process let describe such system like an open, chaotic and dissipative NDS.

The second system is a laser radiation that characterized by a radiation frequency  $f_0$  and the radiation line broadening  $\Delta f_0$ , — the "laser" system. In this case, the frequency distribution of intensity obeys the normal law or the Gaussian distribution [4]:

$$p(f) = \frac{1}{\Delta f_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(f - f_0)^2}{2\Delta f_0^2} \right]. \quad (3)$$

The frequency stabilized laser radiation is characterized by a high degree of coherence  $\Delta f_0/f_0$  (in scientific laboratories values  $\Delta f_0/f_0$  obtained at special units reach  $\sim 10^{-15} - 10^{-17}$ ). So the "laser" system can be described like a deterministic system. Its parameters stay in the certain frameworks during the time of observation. The laser operates in a pulsed mode, the pulse duration is determined by the interaction of laser radiation with particles [2].

Let consider the interaction of two systems from the position of the Information theory of measurement. For control of the systems conditions let use the information Shannon entropy that associated with the probability density  $p(X)$ , where  $X$  — the researched variable, by next expression  $H = -p(X) \ln p(X)$ . As it was said before it's often used like a degree of order or chaotic condition of NDS. The minimal value the Shannon entropy takes in the case of the normal Gaussian distribution, the maximum value — in the case of the uniform distribution. The entropy of a laser radiation is small, in a case of monochromatic radiation it equates zero. The entropy of an ensemble of particles is determined by the Maxwell distribution. Its value is intermediate between the entropy values for the normal and uniform distributions.

At the initial moment of time the "atom" system is characterized by the average velocity of the particles  $v_0$ , temperature  $T_0$ , and entropy  $H_A(v_0, t_0)$ . The "laser" system is characterized by the frequency of radiation  $f_0 \pm \Delta f_0$ , and entropy  $H_L(f_0, t_0)$ . After stop of interaction at the moment of time  $t = \tau$  the systems' parameters are changed. The velocity of the particles decreases, the frequency of the spontaneous emission  $f$  increases in comparison with the frequency  $f_0$  the spectral line of radiation  $\Delta f$  broadens. The "atom" system takes the next characteristics:  $v, T$  and  $H_A(v, \tau)$ ; the "laser" system takes the next characteristics:  $f \pm \Delta f$  и  $H_L(f, \tau)$ . This interaction continues for the number of cycles required to reach a given temperature of the material. For the "atom" system and the "laser" system the formulas for the Shannon entropy at the moments of time and have the next form:

$$H_A(v, t_0) = -p(v_0) \ln p(v_0), H_L(f, t_0) = -p(f_0) \ln p(f_0), \quad (4)$$

$$H_A(v, \tau) = -p(v) \ln p(v), H_L(f, \tau) = -p(f) \ln p(f), \quad (5)$$

Here:  $H_L(v, \tau) > H_L(v, t_0)$  and the "atom" system becomes more orderly;  $H_L(f, \tau) > H_L(f, t_0)$  the "laser" system becomes more chaotic. This situation is caused by the dependence of the Shannon entropy from the distribution density functions and the interval of values. Thus, when particles emit the photons with the frequency higher than the frequency of absorbed photons the particles velocity decreases, the peak of the Maxwell distribution function (2) increases and displaces to the direction of the small velocities. The entropy of the "atom" system reduces. The peak of the distribution function for laser intensity shifts toward the higher frequencies and corresponds to the resonant transition frequency for a given type of particles. Thus the value of  $\Delta f_0$  increases in the due to the Doppler broadening, the value of line radiation broadening increases too.

The changing of systems conditions can be expressed using an information, which is acquired (information about the "atom" system  $I_A$ ) or is lost (information about the "laser" system  $I_L$ ) in the process of systems interaction [5]:

$$I_A = H_A(v, t_0) - H_A(v, \tau) = \Delta H_A, I_L = H_L(f, t_0) - H_L(f, \tau) = \Delta H_L. \quad (6)$$

Using the information conservation law according to which "the amount of information in a closed system remains constant" [5] from the (6) we obtain the equality:

$$|\Delta H_A| = |\Delta H_L|. \quad (7)$$

According to expression (7) the change of the "laser" system entropy by the module equals to the entropy change of the "atom" system. This equality allows analyzing the "laser" system settings change to estimate the parameters of the "atom" system.

The "atom" system entropy takes the minimum value  $H_A(v) = 0$  in the case when a thermal motion of the particles stops. The expression (7) at any moment of time can be represented in the next form:

$$|\Delta H_A(\Delta T)| = |\Delta H_L(\Delta f)|. \quad (8)$$

The expression (8) solution taking into account expressions (2), (3), (6) will allow to determine the connection between the entropy change of the "laser" system, the entropy and temperature of the "atom" system:

$$\Delta T = \Delta T [|\Delta H_L(\Delta f)|]. \quad (9)$$

The expressions (3)–(9) allow to determine the entropy and temperature change of the "atom" system at the moments  $t_0$  and  $\tau$ , the expression for the entropy difference (6)  $\Delta H_L$ :

$$H_L(f, t_0) = \ln(\Delta f_0 \sqrt{2\pi e}), H_L(f, \tau) = \ln(\Delta f \sqrt{2\pi e}),$$

$$|\Delta H_L(\Delta f)| = \left| \ln \frac{\Delta f_0}{\Delta f} \right|. \quad (10)$$

Thus, the value of the "laser" system entropy depends of  $\Delta f$  changing (the value of the line radiation broadening). Measuring the frequency of spontaneous radiation and evaluating the entropy change (10) it's a possible to estimate the changes of entropy and temperature of the cooling particles system after any number of cycles "absorption – spontaneous emission of photons". It opens the new possibility for control of the cooling process and temperature estimates with small discrete values  $\Delta T$ .

### The Conclusions

The task of laser Doppler cooling of particles (atoms, ions and molecules), which has important applications for physics and metrology, is considered. It is shown that the laser cooling is the interaction process between a deterministic system of laser radiation and a chaotic system of moving particles.

For monitoring and estimation of the cooling particles' parameters it's proposed to use the methods and instruments of Nonlinear Metrology that were designed for measurement of nonlinear dynamic systems parameters.

The formula for estimating of the laser radiation Shannon entropy, as a function of a laser frequency, is obtained. The results allow to evaluate the change of the entropy of the cooling particles system after a given number of cycles "absorption – spontaneous emission of photons", which opens the new possibility for control of laser cooling process and estimate of temperature with small discrete values.

### References

1. Brazhnikov, D.V. Research of possibility of deep laser cooling of magnesium atoms for creating of new generation frequency standard. // Bulletin of NSU, Series "Physics", 2012, Vol. 7, Iss. 14, p.p. 6–18.
2. Balykin V. I., Letokhov V. S., V. G. Minogin. Cooling of atoms by laser radiation pressure. // Phys.—1985. — Vol. 147, Iss. 1. — p.p. 117-156.
3. Machekhin Yu.P., Kurskoy Y.S. Fundamentals of nonlinear metrology. // LAP Lambert Academic Publishing. — 2014. — 240 p.
4. Zvelto O. Principles of lasers. — M.: Lan, 2008, — 720 p.
5. Wolkenstein M.V. Entropy and information. — M.: Nauka, 1986. — 192 p.

Yu.P. Machekhin, Doctor of Technical Science, Professor, Head of Physical Foundations of Electronic Engineering Department,

Yu.S. Kurskoy, Candidate of Technical Science, Assistant Professor of Physical Foundations of Electronic Engineering Department, Kharkov National University of Radioelectronics, Kharkov,

A.R. Zamlely, student, Kharkov National University of Radioelectronics.