

# КОНТРОЛЬ, АВТОМАТИКА ТА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

УДК 004.942:62-83

## BOND GRAPH МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З ВРАХУВАННЯМ НАСИЧЕННЯ МАГНІТОПРОВОДУ ТА ЕФЕКТУ ВИТІСНЕННЯ СТРУМУ В РОТОРІ

*В.С. Костишин, П.О. Курляк*

*ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел.(03422) 48003,  
e-mail: pkurlyak@gmail.com*

*Розроблено комп'ютерно-орієнтовану Bond Graph модель асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором, яка дає можливість враховувати ефекти насичення магнітопроводу та витіснення струму в роторі. Запропонована модель асинхронного двигуна відрізняється від існуючих аналогів здатністю відобразити потоки енергії між конструктивними елементами реальної машини та аналізувати її динамічні режими роботи. Проведено дослідження пускових режимів роботи двигуна головного привода насосного агрегату нафтоперекачувальної станції «Плецивка» філії «Магістральні нафтопроводи «Дружба» ВАТ «Укртранснафта».*

*Ключові слова: асинхронний двигун, Bond Graph модель, ефект насичення магнітопроводу, ефект витіснення струму в роторі, пускові режими роботи.*

*Разработана компьютерно-ориентированная Bond Graph модель асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, позволяющая учитывать эффекты насыщения магнитопровода и вытеснения тока в роторе. Предложенная модель асинхронного двигателя отличается от существующих аналогов способностью отражать потоки энергии между конструктивными элементами реальной машины и анализировать ее динамические режимы работы. Проведено исследование пусковых режимов работы двигателя главного привода насосного агрегата нефтеперекачивающей станции «Плецивка» филиала «Магистральные нефтепроводы «Дружба» ОАО «Укртранснефть».*

*Ключевые слова: асинхронный двигатель, Bond Graph модель, эффект насыщения магнитопровода, эффект вытеснения тока в роторе, пусковые режимы работы.*

*A computer-based Bond Graph model of an induction motor with squirrel cage, which allows to take into account the magnetic circuit saturation and the rotor skin effect, was created. The proposed induction motor's model differs from the existing analogue by ability to reflect energy flow between the structural elements of the real machine and to analyze the dynamic modes of operation. The start-up mode of Ukrtransnafta branch "Trunk oil pipelines "Druzhba" pumping station "Pleschivka" the induction motor of main pump's drive unit was investigated.*

*Keywords: Induction motor, Bond Graph model, magnetic circuit saturation effect, rotor skin effect, starting modes.*

**Постановка проблеми.** Асинхронні двигуни (АД) з короткозамкненим (КЗ) ротором знайшли широке застосування серед технологічних об'єктів нафтогазового комплексу. Умови експлуатації таких двигунів, як правило, характеризуються частими пусками та швидкою зміною режимів їх роботи і супроводжуються значним енергоспоживанням. Тому одним із пріоритетних завдань на сьогодні, в умовах постійного зростання цін на енергоносії є моделювання та дослідження енергетичних процесів, які виникають при динамічних режимах роботи електроприводних агрегатів насосів, компресорів, вентиляторів тощо. Протікання перехід-

них режимів безумовно призводить до нестійкості параметрів АД, пов'язаних із зміною насичення магнітопроводу і ефектом витіснення струму в роторі. Для адекватного аналізу електромагнітних процесів необхідне розроблення ефективних комп'ютерно-орієнтованих моделей асинхронних машин, які б враховували зміну параметрів АД в перехідних режимах його роботи, та давали можливість аналізувати потоки енергії між його конструктивними елементами.

**Аналіз результатів останніх досліджень.** В роботі [1] авторами була розроблена

комп'ютерно-орієнтована Bond Graph модель АД з КЗ ротором, елементи якої безпосередньо відповідають конструктивним елементам реальної машини та у графічній формі візуалізують енергетичні зв'язки між ними. Математичний опис електромеханічних процесів АД в моделі представлений системою диференціальних рівнянь першого порядку, що пришвидшує їх розв'язання за допомогою ЕОМ. Однак дана модель є лінійною, з постійними коефіцієнтами та не враховує зміну параметрів АД в перехідних режимах його роботи.

**Задачі досліджень.** Метою роботи є розроблення Bond Graph моделі АД з КЗ ротором із врахуванням явищ насичення магнітопроводу та витіснення струму в роторі для дослідження ефективності динамічних режимів роботи електроприводних агрегатів нафтогазової промисловості.

**Виклад основного матеріалу.** Математичний опис процесів перетворення енергії в електричних машинах має велике значення, оскільки застосування комп'ютерного моделювання дає можливість розв'язувати складні системи рівнянь електромеханіки, які не мають аналітичного розв'язку.

Структура Bond Graph моделі АД з короткозамкненим ротором (рис.1) містить трифазну статорну обмотку, живлення якої здійснюється від симетричного джерела синусоїдальної напруги  $u_a, u_b, u_c$ . Елементи моделі TF1-TF5, два 0- і два 1-з'єднань відображають координатний перехід від трифазної системи координат  $A, B, C$  до двофазної  $\alpha, \beta$ , а багатопортова індуктивність  $I_a, I_b$  виражає електромагнітну взаємодію між статором і ротором [1].

Процеси електромеханічного перетворення енергії в Bond Graph моделі АД з КЗ ротором [1] описують системою диференціальних рівнянь рівноваги напруг за другим законом Кірхгофа (1), рівнянням електромагнітного моменту двигуна за законом Ленца (2), визначеним через потокозчеплення і струми ротора та рівнянням руху електропривода (3)

$$\begin{cases} u_{\alpha}^s = R_{\alpha}^s i_{\alpha}^s + L_{\alpha}^s \frac{di_{\alpha}^s}{dt} + M \frac{di_{\alpha}^r}{dt}, \\ u_{\beta}^s = R_{\beta}^s i_{\beta}^s + L_{\beta}^s \frac{di_{\beta}^s}{dt} + M \frac{di_{\beta}^r}{dt}, \\ 0 = R_{\alpha}^r i_{\alpha}^r + L_{\alpha}^r \frac{di_{\alpha}^r}{dt} + M \frac{di_{\alpha}^s}{dt} + \omega^r (L_{\beta}^r i_{\beta}^r + M i_{\alpha}^s), \\ 0 = R_{\beta}^r i_{\beta}^r + L_{\beta}^r \frac{di_{\beta}^r}{dt} + M \frac{di_{\beta}^s}{dt} - \omega^r (L_{\alpha}^r i_{\alpha}^r + M i_{\beta}^s); \end{cases} \quad (1)$$

$$T_e = p \left[ i_{\alpha}^r (M i_{\beta}^s + L^r i_{\beta}^r) - i_{\beta}^r (M i_{\alpha}^s + L^r i_{\alpha}^r) \right]; \quad (2)$$

$$T_e = J \frac{d\omega^r}{dt} + c\omega^r + T_L; \quad (3)$$

де:  $u_{\alpha}^s, u_{\beta}^s$  –  $\alpha, \beta$  складові напруг обмоток статора;  $i_{\alpha}^s, i_{\beta}^s, i_{\alpha}^r, i_{\beta}^r$  –  $\alpha, \beta$  складові струму відповідно в обмотках статора і ротора;  $R_{\alpha}^s, R_{\beta}^s, R_{\alpha}^r, R_{\beta}^r$  – активні опори обмоток статора і ротора;  $L_{\alpha}^s, L_{\beta}^s, L_{\alpha}^r, L_{\beta}^r$  – повні індуктивності обмоток статора і ротора;  $M$  – взаємна індуктивність;  $\omega^r$  – кутова швидкість обертання ротора;  $T_e$  – електромагнітний момент двигуна;  $p$  – кількість пар полюсів;  $J$  – обертовий момент інерції ротора двигуна;  $c$  – коефіцієнт тертя вала в підшипниках;  $T_L$  – момент навантаження на валу.

В рівняннях (1,3) напруги статора  $u_{\alpha}^s, u_{\beta}^s$  і момент навантаження  $T_L$  є незалежними змінними, які відповідно характеризують параметри джерела живлення і режим роботи приводного механізму, а струми статора і ротора  $i_{\alpha}^s, i_{\beta}^s, i_{\alpha}^r, i_{\beta}^r$  та кутова швидкість  $\omega^r$  – залежні змінні, які відображають динамічний стан двигуна. Коефіцієнти перед залежними змінними є параметрами двигуна, які в свою чергу, залежать від різного роду чинників. Так, активні опори статора і ротора  $R^s, R^r$  змінюються від температури нагрівання обмоток та за рахунок ефекту витіснення струму. Однак в пускових режимах роботи їх залежність від температури є незначною і зазвичай не враховується. Витіснення струму в провідниках обмотки статора також є незначним, а тому теж не враховується. Ефект витіснення струму найбільше проявляється в пазах обмотки ротора, активний та індуктивний опір якої залежить від ковзання двигуна [2].

Повні індуктивності обмоток статора і ротора в перехідних режимах роботи АД залежать від насичення сталі магнітопроводу. Їх визначають із співвідношень

$$L^s = L_{\sigma}^s + M, \quad L^r = L_{\sigma}^r + M, \quad (4)$$

де  $L_{\sigma}^s$  і  $L_{\sigma}^r$  – відповідно індуктивності розсіювання обмоток статора і ротора. В машинах загального призначення потік розсіювання складає 3-8 % основного потоку і замикається через повітря, тому в першому наближенні можна вважати, що індуктивності розсіювання статорної і роторної обмоток не залежать від насичення. Явище насичення магнітної системи машини найбільше проявляє себе при зміні значень взаємної індуктивності, що характеризує нелінійний зв'язок між головним її потокозчепленням  $\psi_m$  і намагнічувальним струмом  $i_m$ . Дана залежність визначається кривою намагнічування машини  $\psi_m = f(i_m)$  [2, 3].

В запропонованій Bond Graph моделі АД з КЗ ротором (рис. 1) прийнято припущення, що вектор потоку взаємоіндукції  $\vec{\Phi}_m$  і відповідний

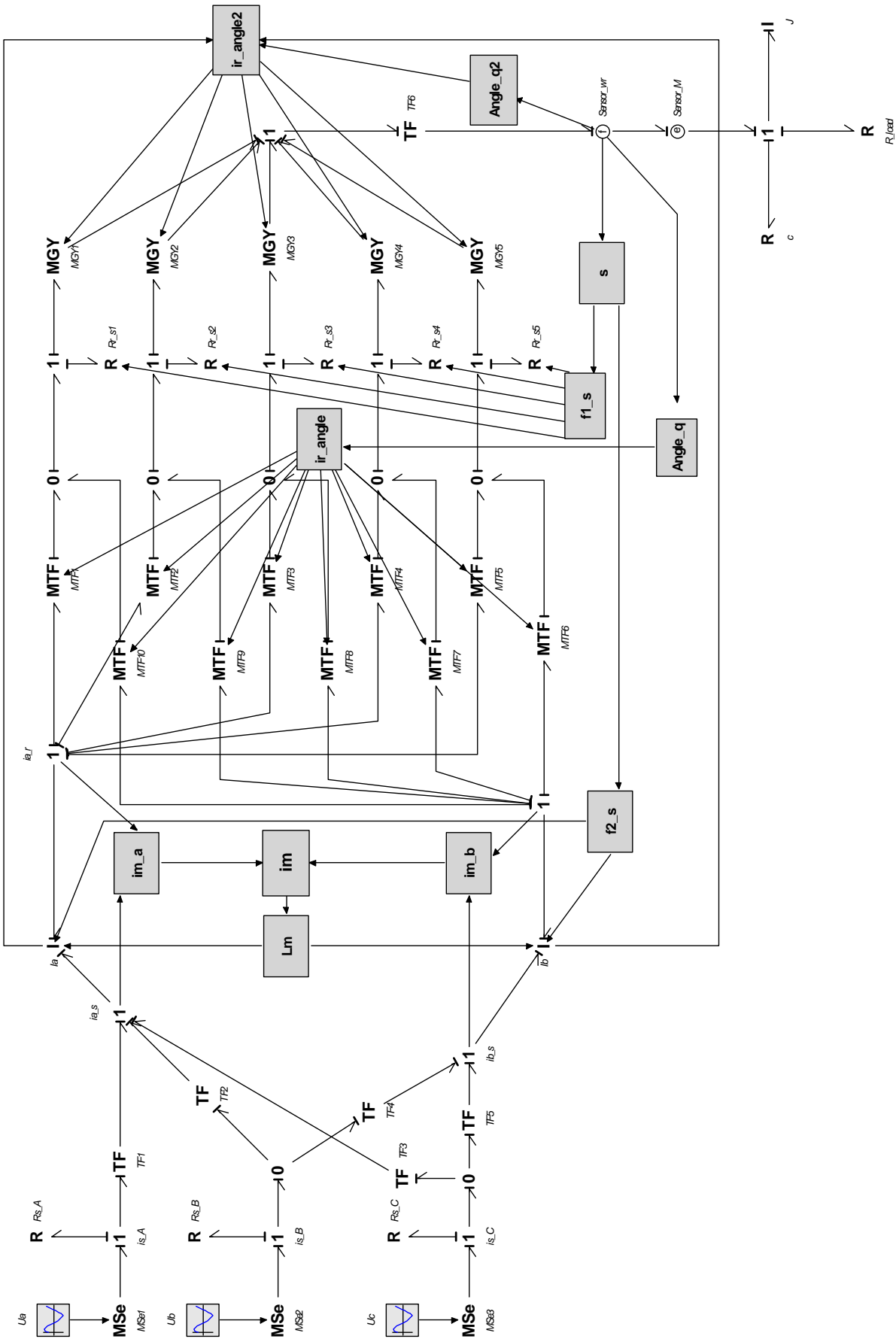


Рисунок 1 – Bond Graph модель асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором

Йому вектор потокозчеплення  $\vec{\Psi}_m$  колінеарні вектору струму намагнічування  $\vec{i}_m$ , що дозволяє не враховувати гістерезис, тобто магнітопровід насичується рівномірно. Для врахування зміни насичення магнітопроводу АД його взаємодуктивність представлено у вигляді неперервної функції намагнічувального струму  $M = f(i_m)$ . Дана залежність одержана шляхом числового диференціювання універсальної кривої намагнічування для АД з КЗ ротором [4] і представлена поліноміальною залежністю

$$M(i_m) = b + 2ci_m + 3di_m^2 + 4ei_m^3 + 5fi_m^4 + 6gi_m^5 + 7hi_m^6 + 8ii_m^7 + 9ji_m^8 + 10ki_m^9, \quad (5)$$

де:  $b = 1.19374$ ;  $c = 1.92147$ ;  $d = -8.96316$ ;  $e = 20.37677$ ;  $f = -28.87155$ ;  $g = 25.42833$ ;  $h = -13.87778$ ;  $i = 4.57354$ ;  $j = -0.83575$ ;  $k = 0.06518$  – коефіцієнти, одержані шляхом апроксимації універсальної кривої намагнічування за допомогою програми TableCurve 2D.

Значення просторового вектора намагнічувального струму  $i_m$  обчислюємо через знаходження його проєкцій  $i_\alpha^m$ ,  $i_\beta^m$  на координанті осі  $\alpha, \beta$  [2, 5]

$$i_\alpha^m = i_\alpha^s + i_\alpha^r; \quad i_\beta^m = i_\beta^s + i_\beta^r; \quad i_m = \sqrt{i_\alpha^m + i_\beta^m}. \quad (6)$$

Оскільки Bond Graph модель АД з КЗ ротором відображає конструктивні елементи реальної машини, в якій немає самостійної вітки протікання намагнічувального струму, то співвідношення (5, 6) реалізуємо шляхом ведення в модель відповідних обчислювальних підмоделей  $L_m$ ,  $im\_a$ ,  $im\_b$ , та  $im$  (рис. 1).

Ефект витіснення струму в стержнях обмотки ротора проявляється внаслідок виникнення під час перехідних режимів роботи АД вихрових струмів, які змінюють розподіл густини струму по перерізу ротора. В результаті активний опір ротора  $R^r$  збільшується, а індуктив-

ність розсіювання  $L_\sigma^r$  зменшується. Таку зміну параметрів обмотки ротора найчастіше визначають за допомогою коефіцієнтів  $k_r, k_x$ , які є функціями ковзання  $s$  двигуна [2]. У запропонованій Bond Graph моделі АД таку зміну параметрів обмотки ротора враховуємо згідно методики [6]. Активний опір обмотки ротора за будь-якого ковзання визначаємо із співвідношення

$$R^r(s) = \begin{cases} R_n^r, & 0 \leq s < s_n \\ R_a + R_b f_1(s), & s_n \leq s < 1 \end{cases} \quad (7)$$

індуктивність розсіювання обмотки ротора в залежності від ковзання

$$L_\sigma^r(s) = \begin{cases} L_{\sigma n}^r, & 0 \leq s < s_n \\ L_a + L_b f_2(s), & s_n \leq s < 1 \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{де: } R_a = \frac{R_i^r - R_i^r f_1(s_f)}{1 - f_1(s_f)}, \quad R_b = \frac{R_i^r - R_i^r}{1 - f_1(s_f)},$$

$$L_a = \frac{L_{\sigma i}^r - L_{\sigma i}^r f_2(s_f)}{1 - f_2(s_f)}, \quad L_b = \frac{L_{\sigma i}^r - L_{\sigma i}^r}{1 - f_2(s_f)}$$

розрахункові значення опорів та індуктивностей обмотки ротора згідно з [6];

$R_n^r, R_n^r, L_{\sigma n}^r, L_{\sigma n}^r$  – відповідно активні опори та індуктивності розсіювання ротора для номінального та пускового режимів роботи, розраховані згідно з [6, 7];

$f_1(s), f_2(s)$  – функції, одержані апроксимацією усереднених залежностей коефіцієнтів  $k_r, k_x, i$  згідно з методикою [6] відповідно рівні

$$f_1(s) = \frac{0.0185s - 0.375s^2 + s^2\sqrt{s}}{0.035 + 0.612s^2\sqrt{s}}, \quad (9)$$

$$f_2(s) = \frac{0.0358s - 0.556s^2 + s^2\sqrt{s}}{0.0187 - 0.0151s^2 + 0.446s^2\sqrt{s}}.$$

У Bond Graph моделі АД (рис. 1) співвідношення (9) реалізовано за допомогою обчислювальних підмоделей  $f1\_s, f2\_s$ . Зміна ковзання двигуна формується підмоделлю  $s$ , на вхід якої подається сигнал зміни кутової швидкості обертання ротора  $\omega^r$ . КЗ ротор АД у Bond Graph моделі представлений окремими стержнями зі з'єднаними на кінцях роторними кільцями. Залежності (7,8) розраховують безпосередньо як конструктивні рівняння підмоделей елементів, які відображають активний опір стержня КЗ обмотки ротора  $Rr\_1 - Rr\_5$  та його індуктивності розсіювання  $Ia, Ib$ . Підмоделі  $ir\_angle, angle$  та  $ir\_angle2, angle2$  враховують залежність струмів в кожному стержні КЗ ротора від його кута повороту  $\theta$  відносно статора.

Момент навантаження на валу  $T_L$  у Bond Graph моделі АД (рис.1) формується активним опором  $R\_load$ , який відображає передачу механічної енергії від двигуна приводному механізму. Значення цього опору для номінального навантаження АД з КЗ ротором визначаємо із співвідношення

$$R\_load = \frac{P_{\dot{m}}}{(\omega_{\dot{m}}^r)^2}; \quad (10)$$

де  $P_{\dot{m}}$ ,  $\omega_{\dot{m}}^r$  – відповідно потужність та кутова швидкість обертання валу за номінального навантаження двигуна.

Параметри Bond Graph моделі АД з КЗ ротором можуть бути визначені, якщо відомі розміри активної зони і обмоткові дані двигуна, які є практично недоступними пересічному досліднику. Єдиною доступною інформацією про двигуни є їх каталогові дані. Тому вказані параметри для конкретної марки двигуна розраховуємо згідно з методиками [6, 7] за його каталоговими даними.

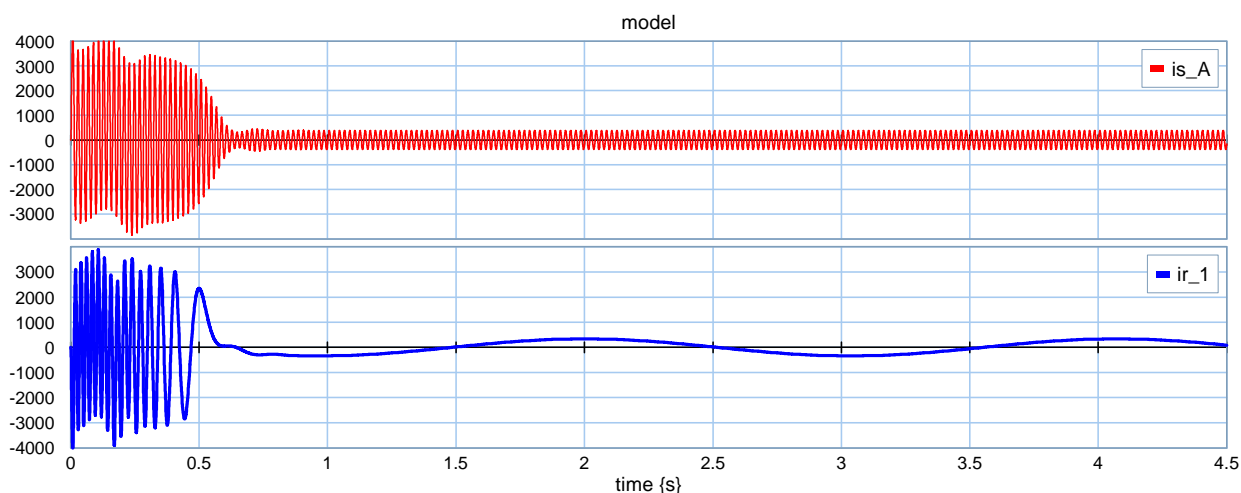


Рисунок 2 – Залежності зміни фазного струму статора  $i_{s\_A}$  та приведенного струму в обмотці ротора  $i_{r\_1}$  під час пуску двигуна

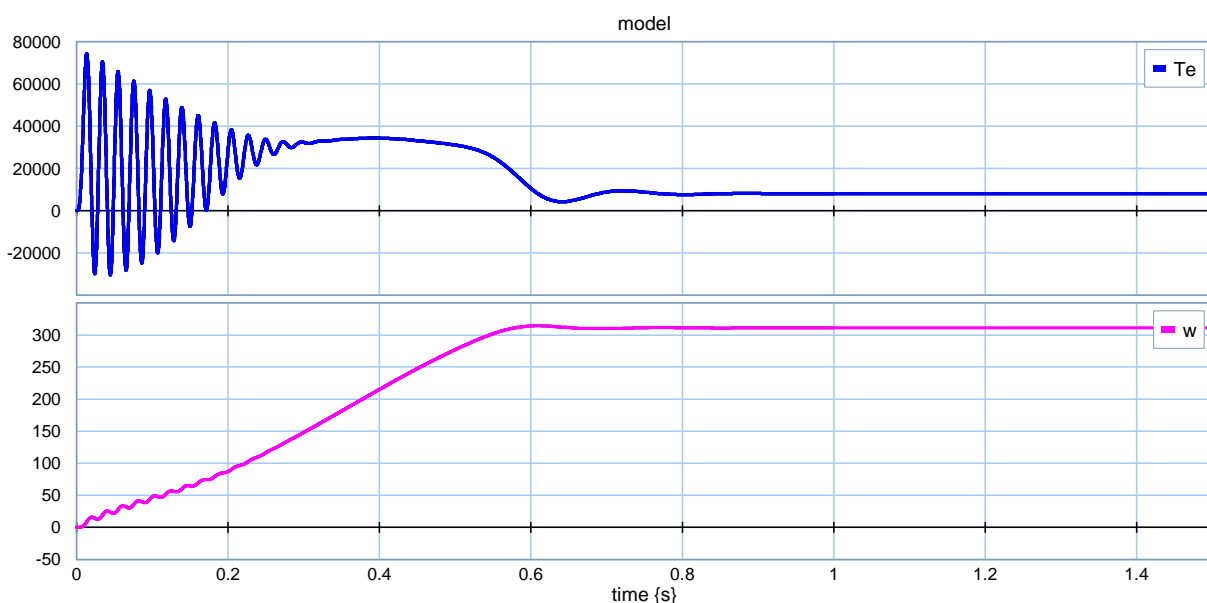


Рисунок 3 – Залежності обертового моменту  $T_e$  і кутової швидкості  $w$  під час пуску двигуна

Для реалізації запропонованої Bond Graph моделі АД застосуємо програму-симулятор 20-sim 4.0 Professional, яка дає можливість на основі причино-наслідкових зв'язків моделі синтезувати і розв'язувати системи диференціальних рівнянь, та відобразити у вигляді графічних залежностей змінних стану поведінку досліджуваного об'єкта.

За допомогою даної Bond Graph моделі проведено дослідження пускових режимів роботи за номінального навантаження АД з КЗ ротором 4АЗМВ-2500/6000-У2, що використовується у приводі насосного агрегату нафтоперекачувальної станції «Плещівка» філії «Магістральні нафтопроводи «Дружба» ВАТ Укртранснафта. На рисунках 2-3 зображено результати моделювання. Зокрема на рисунку 2 - залежності фазного струму статора  $i_a^s = f(t)$  та приведенного струму в обмотці ротора  $i_1^r = f(t)$ . Одержані криві фазних струмів ста-

тора і ротора підпорядковуються відомій залежності частот цих струмів від ковзання -  $f_2 = f_1 s$ . На рисунку 3 – залежності зміни обертового моменту  $T_e = f(t)$  і кутової швидкості  $\omega = f(t)$  під час пуску двигуна за номінального навантаження на валу. Для підтвердження адекватності Bond Graph моделі одержані результати моделювання порівнювалися із паспортними даними дослідного двигуна. Відносна похибка одержаних результатів не перевищувала 5% для стаціонарних і 15 % для перехідних режимів роботи двигуна.

### Висновки

Розроблено уточнену Bond Graph модель АД з КЗ ротором, яка дає можливість враховувати насичення магнітопроводу та ефект витіснення струму в роторі, внаслідок чого підвищується точність одержаних результатів моделювання.

За допомогою Bond Graph моделі проведено імітаційне моделювання пускових режимів роботи за номінального навантаження АД з КЗ ротором 4АЗМВ-2500/6000-У2, що використовується у приводі насосного агрегату нафтоперекачувальної станції «Плещівка» філії «Магістральні нафтопроводи «Дружба» ВАТ Укртранснафта.

Перевагою запропонованої Bond Graph моделі є те, що в якості змінних в ній використовуються миттєві значення струмів і напруг фаз обмоток статора і ротора, та в явному вигляді представлена механічна частина двигуна із миттєвими змінними кутової швидкості і обертового моменту.

### Література

1 Костишин В.С. Розроблення комп'ютерно-орієнтованих Bond Graph моделей асинхронних електродвигунів з метою дослідження усталених та перехідних режимів їх роботи [Текст] / В.С. Костишин, П.О. Курляк // Нафтогазова енергетика. – 2009. – № 2(11). – С.88-93.

2 Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин [Текст]: учеб. для вузов; 3-е изд. перераб. и доп. / И.П. Копылов. – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.

3 Браславский И.Я. Энергозберегающий асинхронный электропривод: учеб. для вузов [Текст] / И.Я. Браславский, З.Ш. Ишматов, В.Н. Поляков. – М.: АСАДЕМА, 2004. – 202 с.

4 Сыромятников И.А. Режимы работы асинхронных и синхронных двигателей [Текст] / И.А. Сыромятников. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 240 с.

5 Беспалов В.Я. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат [Текст] / В.Я. Беспалов, Ю.А. Мощинский, А.П. Петров // Электричество. – 2002. – №8. – С. 33–39.

6 Мощинский Ю.А. Определение параметров схемы замещения асинхронной машины по каталожным данным [Текст] / Ю.А. Мощинский, В.Я. Беспалов, А.А. Кирыкин // Электричество. – 1998. – № 4. – С. 38-42.

7 SimPowerSystems. Моделирование электротехнических устройств и систем в Simulink, И.В.Черных. – режим доступа: [http://matlab.exponenta.ru/simpower/book1/1\\_7.php](http://matlab.exponenta.ru/simpower/book1/1_7.php)

*Стаття надійшла до редакційної колегії  
04.11.11*

*Рекомендована до друку Оргкомітетом  
науково-технічної конференції  
«Нафтогазова енергетика – 2011»,  
яка відбулася в ІФНТУНГ  
10-14 жовтня 2011 р.*