

УДК 330.43:338.3

Юрчук Н.П.

кандидат економічних наук,  
доцент кафедри економічної кібернетики  
Вінницького національного аграрного університету

## ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ЕКОНОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ВИРОБНИЧОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВ

У статті досліджено основи побудови економетричних моделей, визначено їх особливості. Проаналізовано актуальність використання виробничих функцій в сучасних економічних дослідженнях. Наведено основні властивості функції Кобба-Дугласа. Розглянуто модель розвитку виробництва Р. Солоу.

**Ключові слова:** економетричне моделювання, модель, виробнича функція, виробництво, функція Кобба-Дугласа, модель Р. Солоу.

### Юрчук Н.П. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ

В статье исследованы основы построения економетрических моделей, определены их особенности. Проанализирована актуальность использования производственных функций в современных экономических исследованиях. Приведены основные свойства функции Кобба-Дугласа. Рассмотрена модель развития производства Р. Солоу.

**Ключевые слова:** економетрическое моделирование, модель, производственная функция, производство, функция Кобба-Дугласа, модель Р. Солоу.

### Yurchuk N.P. THEORETICAL ASPECTS OF ECONOMETRIC MODELING IN PRODUCTION ACTIVITY

In the article the bases of econometric models discovered and defined by their features. It is analyzed the relevance of using production functions in modern economic research. The basic features of the Cobb-Douglas are shown. The model of production by R. Solow is investigated.

**Keywords:** econometric modeling, model, production function, production, Cobb-Douglas production function, Solow-Swan model.

**Постановка проблеми.** На сучасному етапі розвитку економіки України зростає роль своєчасного та якісного аналізу діяльності підприємств, яка значною мірою залежить від того, наскільки достовірно вони можуть передбачити перспективи свого розвитку на майбутнє. Ефективним інструментом такого аналізу є економетричні методи та моделі. Економетрія базується на вивченні взаємодії різних економічних процесів і показників та відображення цієї взаємодії у формалізованому виді й побудові моделей. Застосування економетричних моделей в умовах ринкової економіки дає можливість підвищити ефективність використання виробничих потужностей, продуктивність праці та знизити собівартість продукції.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Теоретичні та методичні проблеми аналізу і прогнозування діяльності підприємств за допомогою економетричних методів та моделей досліджено у наукових працях таких відомих вітчизняних і зарубіжних економістів, як І. Ансофф, В. Геєць, Б. Грабовецький, Д. Ділон, Н. Дрейпер, М. Кизим, М. Мескон, Б. Михалевський, М. Портер, Г. Савицька, Р. Сайфулін та ін. Проте існує об'єктивна необхідність подальшого дослідження методичних і прикладних основ економетричного моделювання виробничої діяльності підприємств з врахуванням особливостей розвитку ринкової економіки.

**Мета статті** полягає у теоретичному обґрунтуванні основ побудови економетричних моделей, визначенні їх особливостей, етапів побудови і розгляді виробничої функції та її використання для прогнозування.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Економетричні моделі представляють собою системи регресійних рівнянь і тотожностей, які враховують імовірний характер економічних процесів, кожне із них використовується для визначення одного показника, що досліджується. При цьому показники, які виступають в одних рівняннях в якості змінних, в других використовуються в якості аргументу, який впли-

ває на значення решти змінних. Рівняння економетричної моделі містять також і випадкові змінні, а її параметри встановлюються статистично на основі часових рядів або других, наприклад, вибіркових даних [1, с. 25].

Економетричні методи можна поділяють на чотири групи:

- методи оцінювання параметрів класичної економетричної моделі за методом найменших квадратів, їх верифікація;

- методи оцінювання параметрів узагальненої моделі, коли порушуються деякі передумови використання методу найменших квадратів;

- методи оцінювання параметрів динамічних економетричних моделей, їх верифікація;

- методи оцінювання параметрів економетричних моделей, які побудовано на основі системи одночасових структурних рівнянь.

У науковій літературі виділяють такі основні етапи економіко-математичного моделювання [2, с. 22–25]:

I етап (постановочний): формуються мета дослідження, набір економічних змінних, що будуть брати участь у побудові моделі;

II етап (апріорний): проводяться аналіз сутності об'єкта, що вивчається, формування та формалізація апріорної інформації, відомої до початку моделювання. Однією з основних проблем використання математичного моделювання в економічних дослідженнях є наявність якісної інформації. Точність і повнота первинної інформації, реальні можливості її одержання та оброблення визначають вибір типу математичної моделі і можливості її використання. До суттєвих показників якості інформації відносять:

- репрезентативність – правильність відбору та формування інформації з метою адекватного відображення необхідних властивостей економічних систем;

- змістовність – відношення кількості семантичної інформації до обсягу даних;

– повнота – інформація містить мінімальний, але достатній для прийняття необхідного рішення набір економічних показників;

– доступність – інформація повинна бути зрозумілою та зручною у використанні;

– актуальність – ступінь збереження цінності інформації у момент її використання, який залежить від динаміки зміни параметрів економічних систем;

– стійкість – властивість інформації реагувати на зміни вхідних даних, зберігаючи при цьому необхідну точність;

– точність – ступінь близькості статистичного значення показника до його істинного значення, при цьому розглядають такі чотири класифікаційні поняття точності: формальна точність, реальна точність, досяжна точність, необхідна точність;

– достовірність – властивість інформації відображати реальні значення параметрів економічної системи з необхідною точністю;

– цінність – міра інформації на прагматичному рівні;

III етап (параметризація): здійснюється безпосереднє моделювання, тобто вибір загального вигляду моделі;

IV етап (інформаційний): в економетричному дослідженні важливе значення має інформація, на підставі якої будують модель, тому на даному етапі збирають необхідну статистичну інформацію;

V етап (ідентифікація моделі): здійснюються математико-статистичний аналіз моделі та оцінювання її параметрів;

VI етап (верифікація моделі): здійснюється перевірка істинності, адекватності моделі. З'ясовують, наскільки вдало розв'язано проблеми специфікації, ідентифікації, точності розрахунків за даною моделлю.

Найпоширенішим підходом до визначення найдодільнішої комбінації виробничих ресурсів у виробничому процесі для отримання максимального прибутку є методологія побудови та верифікації виробничих функцій, які є класичним прикладом економетричного моделювання.

Виробнича функція – це економетрична модель, яка кількісно описує зв'язок основних результативних показників виробничо-господарської діяльності з факторами, що визначають ці показники. До основних показників можна віднести дохід, прибуток, рентабельність, продуктивність праці, собівартість і т. ін.

Перше поняття виробничої функції пов'язане з математичним моделюванням технологічної залежності між обсягом продукції, що випускається, і кількісними характеристиками витрат ресурсів. Звідси і назва функції – «виробнича».

За умови, коли будь-який обсяг суспільного продукту може бути досягнутий шляхом різноманітних комбінацій виробничих факторів, виробнича функція називається функцією із змінними коефіцієнтами. Виробничий коефіцієнт – це кількість певного фактору, необхідного для виробництва одиниці продукції.

Якщо для створення певної кількості продукції необхідно витратити визначену кількість факторів виробництва, то така виробнича функція називається функцією з постійним коефіцієнтом.

Якщо кількість виробничих факторів зростає у тій же пропорції, що і обсяг продукції, то така виробнича функція відображає постійність масштабу віддачі. Якщо обсяг продукту зростає швидше, ніж кількість виробничих факторів, то виробнича функ-

ція є виразом зростання віддачі. Нарешті, якщо обсяг продукції зростає у менших пропорціях, ніж зростають фактори виробництва, то така функція відображає скорочення масштабу віддачі.

Уперше така функція була побудована американськими дослідниками Коббом і Дугласом у 1928 р. за даними про функціонування обробної промисловості США протягом двадцяти років і є класичним прикладом економетричного моделювання [3].

Функція Кобба-Дугласа (CDPF) належить до найвідоміших виробничих функцій, що набули широкого застосування в економічних дослідженнях, особливо на макrorівні. Класична виробнича функція Кобба-Дугласа має вигляд [1, с. 125]:

$$P = DL^\alpha K^\beta, \quad (1)$$

де L – витрати праці;

D – витрати капіталу;

D,  $\alpha$  і  $\beta$  – позитивні константи, причому  $\alpha$  і  $\beta$  не перевищують одиницю.

Виробнича функція, крім наведених вище форм зв'язку, може бути описана і лінійним рівнянням, яке нескладне у математичному і обчислювальному відношенні, достатньо добре узгоджується зі змістовним, якісним уявленням про взаємодію ресурсів і залежність виробництва продукції від затрат [5].

Функція Кобба-Дугласа має такі основні властивості [1, с. 125; 4, с. 25]:

– є однорідною функцією ступеня  $\alpha + \beta$ :

якщо  $\alpha + \beta = 1$ , то має місце постійна віддача від масштабу виробництва;

якщо  $\alpha + \beta < 1$ , то має місце спадна віддача від масштабу виробництва;

якщо  $\alpha + \beta > 1$ , то має місце зростаюча віддача.

– гранична норма технологічного заміщення працею капіталу пропорційна капіталоозброєності праці:

$$MRTS_{LK} = \frac{\alpha}{\beta} \times \frac{K}{L}, \quad (2)$$

– еластичність заміщення рівна одиниці, тобто для збільшення граничної норми технологічного заміщення на 1% капіталоозброєність праці повинна бути збільшена на 1%.

– рівноважний (максимальний) випуск досягається, якщо витрати праці й капіталу пов'язані співвідношенням:

$$K = \frac{\beta w}{\alpha r} L, \quad (3)$$

де w – ціна праці, r – ціна капіталу. Приведена формула задає лінію оптимального зростання;

– еластичність виробничої функції по праці дорівнює  $\alpha$ , еластичність по капіталу дорівнює  $\beta$ :

$$E_L = \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta L}{L}} = \alpha; \quad (4)$$

$$E_K = \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta K}{K}} = \beta. \quad (5)$$

Це означає, що при збільшенні витрат праці на 1%, при незмінних витратах капіталу, випуск збільшиться на  $\alpha\%$ , а при збільшенні витрат капіталу на 1% при незмінних витратах праці, він збільшиться на  $\beta\%$ . Звідси витікає, що коефіцієнт  $\alpha$  характеризує «роль» праці у виробництві, а коефіцієнт  $\beta$  – «роль» в ньому капіталу;

– в окремому випадку, коли граничні продукти праці і капіталу залежать від капіталоозброєності праці,

$$MP_L = D\alpha \left(\frac{K}{L}\right)^{1-\alpha} \quad (6)$$

Розглянемо модель розвитку виробництва Р. Солоу [2], в якій випуск задається виробничою функцією Кобба-Дугласа з постійною віддачею від масштабу виробництва:

$$P = DL^\alpha K^{1-\alpha} \quad (7)$$

При цьому припускається, що:

– частина виготовленого продукту йде на заробітну плату працівників підприємства (споживання), а частина, що залишилася, – на придбання капіталу (заощадження, інвестиції), причому інвестиції ( $I$ ) складають фіксовану частину випуску. Частка інвестицій у випуску називається нормою заощаджень і позначається через:

$$I = \phi \times P, \quad (8)$$

– амортизація (засоби на відновлення зношеного капіталу) складають фіксовану частку капіталу. Ця частка називається нормою амортизації і позначається через  $\lambda$ :

$$\Phi = \mu \times K. \quad (9)$$

Приріст капіталу визначається як різниця між величиною інвестицій і амортизацією;

– обсяг праці (чисельність персоналу підприємства), що витрачається, зростає щорічно на свою  $\lambda$ -частину;

– умова динамічної рівноваги підприємства полягає в рівності темпів зростання обсягів праці і капіталу, що витрачається. Ця умова виходить з властивості однорідності виробничої функції Кобба-Дугласа.

Доведено, що характер наближення підприємства до стану динамічної рівноваги залежить від початкового значення капіталоозброєності праці та її стаціонарного значення, яке дорівнює

$$k^* = \left(\frac{\phi \times D}{\mu + \lambda}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (10)$$

Обсяг споживання (фонд заробітної плати) в умовах динамічної рівноваги підприємства може регулюватися зміною норми заощаджень. «Золоте правило» накопичення полягає в тому, що максимальний об'єм споживання досягається при нормі заощаджень, рівній  $1 - \alpha$ . Таким чином, чим більше роль капіталу у виробництві, тим більша частина випуску повинна інвестуватися для досягнення максимального споживання [6, с. 39–45].

Модифікація виробничої функції Кобба-Дугласа пішла у двох напрямках:

– відмова від постійної ефективності факторів незалежно від масштабів суспільного виробництва;

– врахування інших факторів виробництва, зокрема природних ресурсів, підприємницької діяльності, технічного прогресу.

В управлінні виробництвом виробничі функції використовуються переважно для проведення факторного аналізу, побудови прогнозів, визначення оптимального сполучення ресурсів.

Апарат виробничої функції оперує переважно з факторами, які відображають причинно-наслідкові зв'язки, що дозволяє поглибити економічний аналіз, зробити його більш дієвим і ефективним. Порядок включення факторів у рівняння виробничої функції не впливає на силу взаємодії їх з результативним показником.

Рівняння виробничої функції дозволяє оцінити як ізольований вплив окремих факторів на досліджуваній показник, так і їх сукупний вплив. Включення

у модель первинних факторів дозволяє в найбільшій мірі розкрити резерви виробництва.

Оскільки рівняння виробничої функції відображає в деякій мірі реально існуючий процес (явище), воно саме може стати об'єктом аналізу, виконуючи тим самим аналітичні функції. Зокрема, в процесі реалізації моделей формується система основних і проміжних параметрів, в яких закладений певний економічний зміст і аналіз яких дозволяє розкрити резерви виробництва, оцінити оптимальні сполучення окремих ресурсів. До таких показників відносяться коефіцієнт еластичності, гранична продуктивність, гранична норма заміщення тощо [7].

Факторним аналізом і прогнозуванням тільки виробництва продукції не обмежується використання виробничих функцій в економічних дослідженнях. Зазначений інструментарій успішно апробований у дослідженнях інших техніко-економічних і фінансових показників. Зокрема, продуктивності праці, фондів віддачі, собівартості продукції, рентабельності ряду галузей промисловості України [8].

**Висновки.** Проведення моделювання діяльності підприємств на основі економетричних моделей дає змогу отримати прогнози за великою кількістю показників, але при цьому показники є збалансованими, не суперечать одне одному та взаємопов'язані в систему. В економетричних моделях припускається, що інституції (закони, ділова практика, економічна політика тощо) залишаються незмінними в часі, або ж їхні зміни контролюються. Вони більш придатні для екстраполяції вже встановлених тенденцій розвитку.

Наведений приклад виробничої функції показує, що дана економетрична модель дає змогу досить детально проаналізувати виробничу діяльність, встановити причинно-наслідкові зв'язки між факторами, оцінити ефективність використання ресурсів, здійснити прогнозування результатів діяльності підприємства.

Перспективи подальших розвідок полягають у дослідженні можливостей економетричного моделювання регіональних виробничих процесів.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Завгородня Т.П. Економетрія / Т.П. Завгородня. – К., 2006. – 762 с.
2. Економетрія : [навч. посіб.] / [А.О. Азарова та ін.] ; Вінниц. нац. техн. ун-т. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – Ч. 1. – 2011. – 98 с.
3. Cobb C.W. Theory of production / C.W. Cobb, P.H. Dauglas // American Economic Review, Supplement. – 1928. – March. – P. 139–165.
4. Присенко Г.В. Прогнозування соціально-економічних процесів : [навч. посіб.] / Г.В. Присенко, Є.І. Равікович ; Київ. нац. екон. ун-т. – К., 2005. – 377 с.
5. Грабовецький Б.Є. Використання виробничих функцій в дослідженнях підприємств молокопереробної промисловості / [Б.Є. Грабовецький, Н.М. Тарасюк, О.В. Безсмертна] // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – № 5. – С. 32–36.
6. Козьменко О.В. Економіко-математичні методи та моделі (економетрика) : [навч. посіб.] / О.В. Козьменко, О.В. Кузьменко. – Суми : Університетська книга, 2014. – 406 с.
7. Грабовецький Б.Є. Виробничі функції в економічних дослідженнях / Б.Є. Грабовецький, І.В. Шварц // Вісник Сум. держ. ун-ту. Серія «Економіка». – 2013. – № 1. – С. 60–68.
8. Грабовецький Б.Є. Виробничі функції: теорія, побудова, використання в управлінні виробництвом : [монографія] / Б.Є. Грабовецький ; Вінниц. нац. техн. ун-т. – Вінниця : Універсум-Вінниця, 2006. – 138 с.