

## СЕКЦІЯ 10

# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 336.76

**Сльозко О.О.**

*кандидат економічних наук,  
старший науковий співробітник,  
провідний науковий співробітник  
сектору міжнародних фінансових досліджень  
Інституту економіки та прогнозування  
Національної академії наук України*

### СИСТЕМНО-ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ ФІНАНСОВИХ РИНКІВ ПОСТРАДЯНСЬКИХ КРАЇН

Статтю присвячено розробці системно-динамічної моделі функціонування фінансових ринків пострадянських країн, яка розглядається через економіко-математичне моделювання функціональної залежності грошового агрегату  $M2$  від загального державного боргу для знаходження коридору безпечного рівня загального державного боргу країни.

**Ключові слова:** фінансові ринки, пострадянські країни, державний борг, грошовий агрегат  $M2$ , безпечний рівень державного боргу.

#### Слѝзко Е.А. СИСТЕМНО-ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ ПОСТСОВЕТСКИХ СТРАН

Статья посвящена разработке системно-динамической модели функционирования финансовых рынков постсоветских стран, которая рассматривается через экономико-математическое моделирование функциональной зависимости денежного агрегата  $M2$  от общего государственного долга для нахождения коридора безопасного уровня общего государственного долга страны.

**Ключевые слова:** финансовые рынки, постсоветские страны, государственный долг, денежный агрегат  $M2$ , безопасный уровень государственного долга.

#### Slozko O.O. SYSTEM-DYNAMIC MODEL OF FINANCIAL MARKETS POST-SOVIET COUNTRIES

Article consecrated development system - dynamic model of financial markets Soviet countries in question through economic modeling of functional dependence monetary aggregate  $M2$  of the total public debt of the corridor for a safe level of general government debt.

**Keywords:** financial markets, the post-Soviet countries, public debt, monetary aggregate  $M2$ , the safe level of public debt.

**Постановка проблеми.** Дослідження приросту грошового агрегату  $\Delta M2$  будемо проводити за умови переходу від абсолютних величин до безрозмірних, тому пропонується розглядати коефіцієнт монетизації, який дорівнює

$$M2^* = \frac{M2}{GDP}, \quad (1)$$

Зауважимо, що коефіцієнт монетизації показує забезпечення ВВП грошовою масою (у даному разі що відповідає грошовому агрегату  $M2$ ). У розвинених країнах значення цього коефіцієнту коливається в інтервалі  $(0,5;1)$ .

Розглянемо відношення загального державного боргу країни до ВВП (debt to GDP ratio):

$$DB^* = \frac{DB}{GDP}, \quad (2)$$

що дає можливість співставити об'єм загального державного боргу країни з її економічним потенціалом, хоча цей показник не можна вважати єдиним чинником, що визначає рівень фінансового ризику країни.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На рис. 2 представлена динаміка загального державного боргу (у % до ВВП) для таких країн, як США, Китай, Ізраїль, Польща, Росія, Україна, Естонія, Білорусія за період 2011–2016 рр.

Проблемам росту і фінансового розвитку присвячено праці Venhabib J., Spiegel [1], розвитку теорії та розробці механізмів фінансових ринків – роботи

Levine R. [2]. Наукова школа Wurgler J., Farrel D. надає фундаментальні основи знань фінансових ринків [3].

**Мета статті.** Висунемо гіпотезу про функціональну залежність між грошовим агрегатом  $M2^*$  та загальним державним боргом країни  $M2^*(DB^*)$ .

**Виклад основного матеріалу дослідження.** за гіпотезою поведінка функції  $M2^*(DB^*)$  наближається до S-образної кривої або до однієї з її видів – кривої Гомперця. Настає момент, який характеризується тим, що під час зростання державного боргу грошовий агрегат країни в безрозмірному вигляді уповільнює свій ріст, тоді необхідно приймати фінансові та політичні рішення. за благоприємності прийняття таких рішень повинна з'явитися можливість початку нового циклу розвитку функціональної залежності, як показано на рис. 3.

Взагалі, управління державним боргом включає методи: рефінансування; конверсії; консолідації; уніфікації; обміну за регресивним співвідношенням; відстроєння погашення; реструктуризації та анулювання.

Кожний із цих методів застосовується тоді, коли настає ризик непогашення боргу, тому в економіці ввели поняття безпечного рівня загального державного боргу – такого рівня, за якого держава може:

1) своєчасно і в повному обсязі виконувати свої боргові зобов'язання без допомоги міжнародних фінансових організацій (чи інших суб'єктів), без проведення реструктуризації цих зобов'язань чи оголошення дефолту;

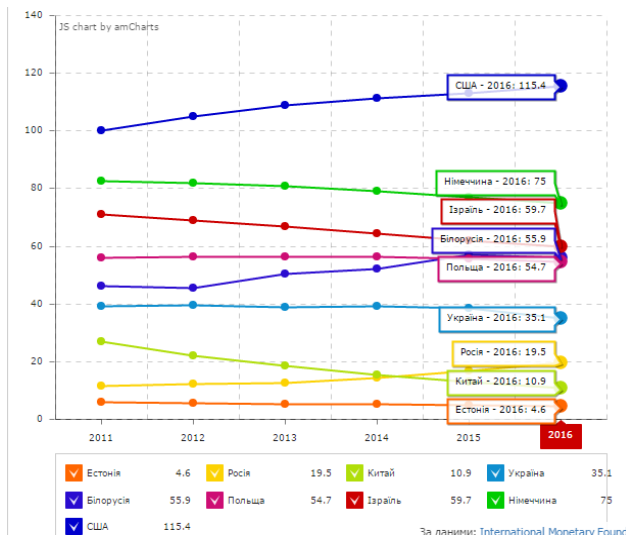


Рис. 2. Динаміка загального державного боргу, % до ВВП

2) здійснювати державні запозичення на ринках капіталу за прийнятними відсотковими ставками.

На сьогодні не існує чіткого методичного підходу до визначення безпечного рівня загального державного боргу, граничне значення якого, на нашу думку, повинне визначатися тим моментом часу, коли з ростом боргу уповільнюється ріст грошового агрегату  $M2$  країни. Тоді після прийняття дієвих рішень збільшиться початкове значення агрегату (без боргу) і крива

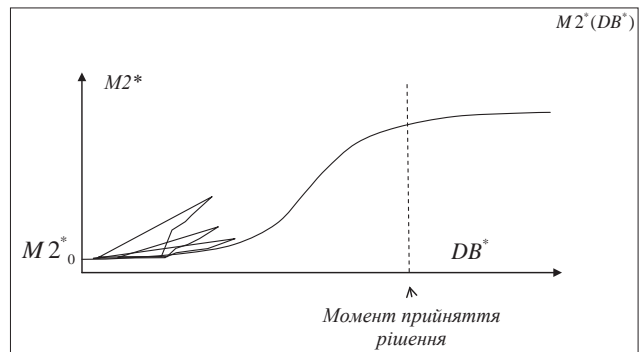


Рис. 3. Функціональна залежність  $M2^*(DB^*)$

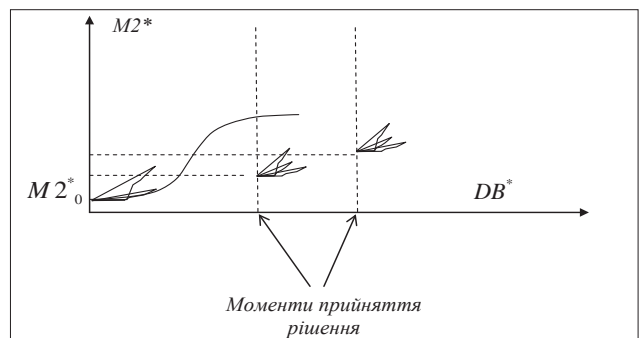


Рис. 4. Циклічність у зміні  $M2^*(DB^*)$ , що пов'язана з новими фінансовими та політичними рішеннями

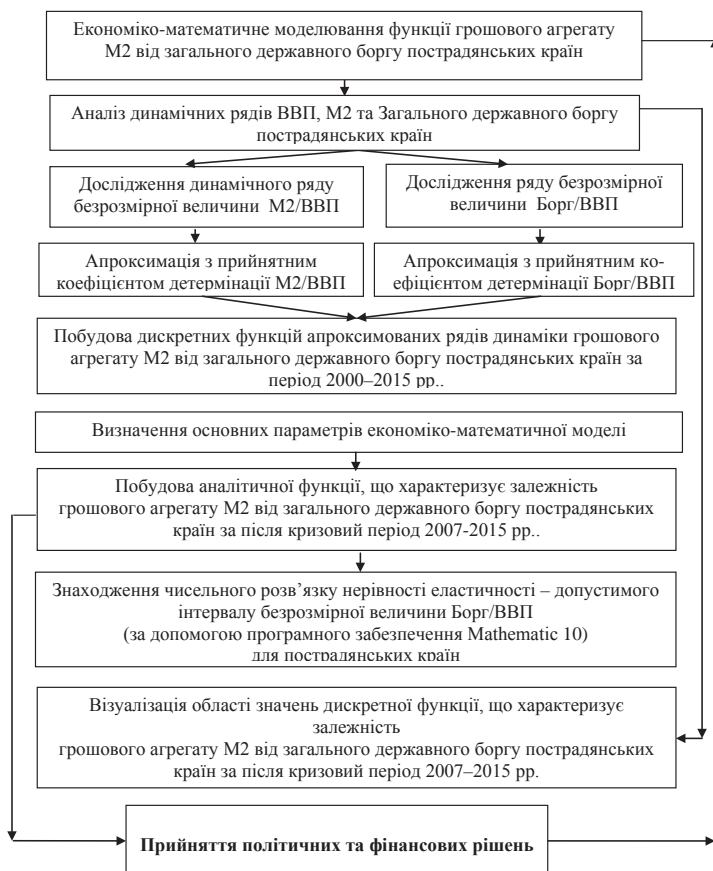


Рис. 1. Логічно-структурна схема економіко-математичного моделювання функції грошового агрегату  $M2$  від загального державного боргу пострадянських країн

входить до нового циклу розвитку. Своєчасне дослідження такого граничного значення безпечного коридору є актуальною проблемою. На нашу думку, процес еластичності функції можна охарактеризувати так: функція грошового агрегату залежно від державного боргу в коридорі безпечного рівня загального державного боргу – еластична, а за межами цього коридору – нееластична. Тому формалізуємо математично задачу для знаходження такої функціональної залежності і знайдемо інтервал її еластичності, що і буде визначати безпечний рівень загального державного боргу.

Отже, граничне значення функції грошового агрегату за приріст часу можна означити, як похідну функцію за умови її неперервності у вигляді:

$$\lim_{\Delta DB^* \rightarrow 0} \frac{\Delta M2^*}{\Delta DB^*} = M2^{*'}(x), \quad (3)$$

Складемо диференціальне рівняння, що описує економічний процес швидкості відносних змін грошового агрегату відносно загального державного боргу:

$$\frac{M2^{*'}(DB^*)}{M2^*(DB^*)} = INDEX \left( 1 - \frac{M2^*(DB^*)}{M2^*_{lim}} \right), \quad (4)$$

Уведемо початкові умови, що означають належність грошового агрегату за умови відсутності державного боргу:

$$M2^*(0) = M2^*_0, \quad (5)$$

де  $M2^*_{lim}$  – граничне можливе значення грошового агрегату  $M2$  країни;

$INDEX$  – корегуючий індекс прямої пропорційності середньої швидкості грошового агрегату  $M2$  країни та потенційного значення грошового агрегату, що може бути держава.

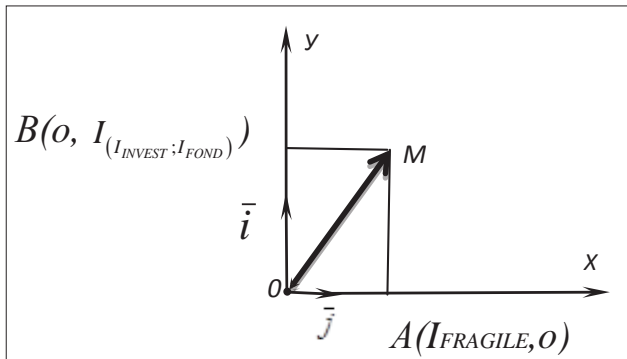


Рис. 5. Представлення вектору корегуючого індексу в декартовій системі координат

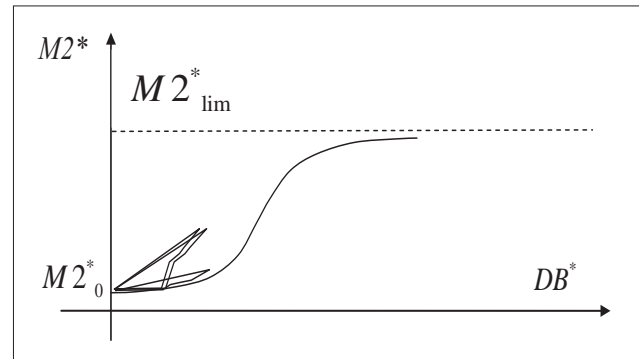


Рис. 6. Функція, що задана формулою (9)

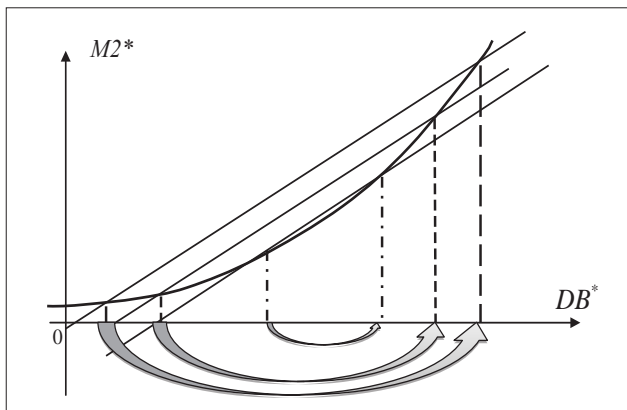


Рис. 7. Знаходження граничних значень безпечного рівня державного боргу

Зауважимо, що фондові індекси – це складові показники зміни цін певної групи цінних паперів, причому значення мають зміни індексу з плином часу, оскільки вони дають змогу судити про загальний напрям руху ринку навіть тоді, коли ціни акцій усе-

редині індексного кошика змінюються різноспрямовано. Залежно від вибірки показників, фондовий індекс може відображати поведінку якоїсь групи цінних паперів або інших активів, або ринку (сегмента ринку) в цілому.

Розглянемо вектор корегуючого індексу з координатами (рис. 1):

$$\overline{INDEX} = (I_{FRAGILE}; I_{(I_{INVEST}; I_{FOND})}), \quad (6)$$

де  $I_{FRAGILE}$  – Fragile States Index – індекс, що характеризує фінансові ризики держав, врахування якого дає змогу регулювати напрямні стратегії стійкої фінансової безпеки держави;

$I_{(I_{INVEST}; I_{FOND})}$  – індекс, який є середнім значенням індексів  $I_{INVEST}$  інвестиційної привабливості держави (International Business Compass, розраховується міжнародною консалтинговою мережею BDO) та  $I_{FOND}$  фондових індексів, які розраховуються з урахуванням фондового ринку в країнах, що аналізуються.

Зауважимо, що інвестиційна привабливість країни – це сукупність політичних, соціальних, інституціональних, екологічних, макро- і мікроекономічних умов функціонування національної економіки, що забезпечують стабільність інвестиційної діяльності вітчизняних і зарубіжних інвесторів.

Таблиця 5

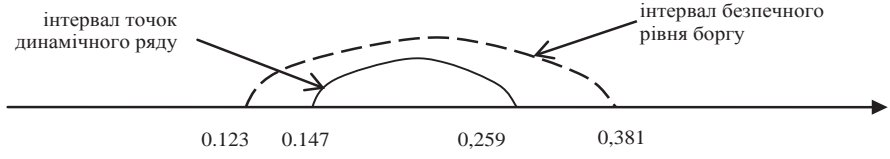
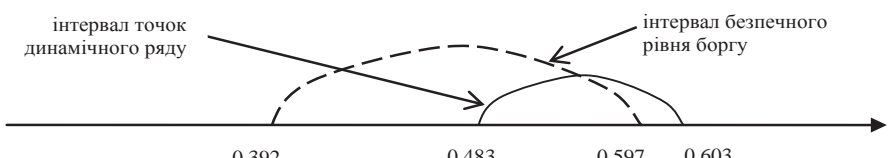
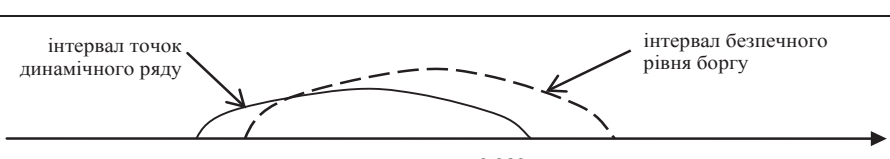
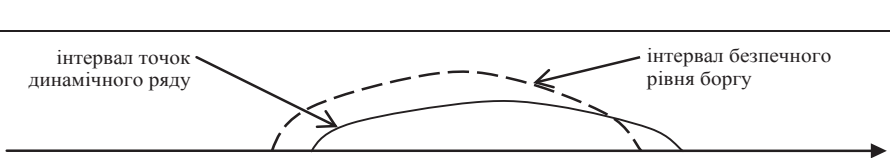
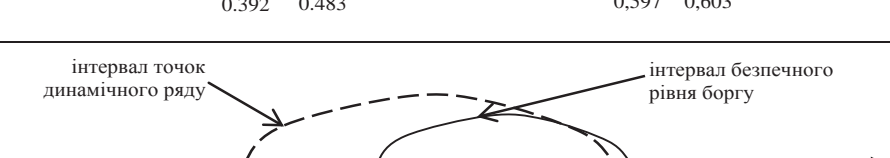
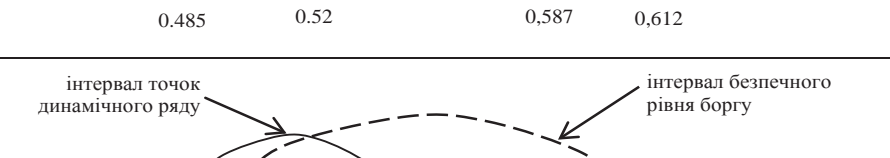
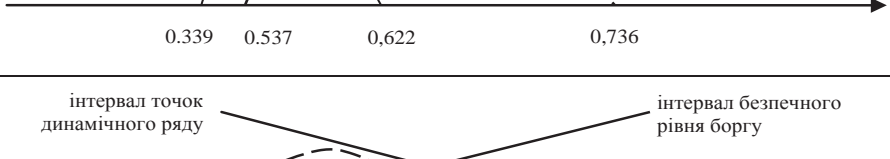
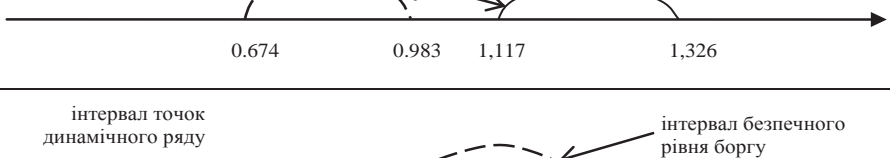
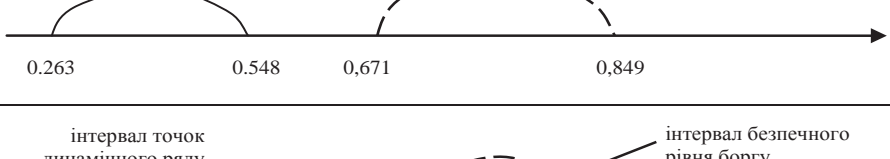
Належність інтервалам безпечного рівня державного боргу для пострадянських країн

Країна	Інтервали безпечного рівня держ. боргу	Належність до інтервалу безпечного рівня державного боргу	Висновки
Вірменія	(0,623; 1,486)	Не належать, підходять до нижньої допустимої межі	Необхідність упровадження інтенсивної державної політики з її зміною та переглядом для збільшення значень державного боргу для переходу в інтервал еластичності
Україна	(0,485; 0,587)	Належать, окрім одного значення, що перевищує допустимі норми	Фінансова політика, яка повинна бути без подальшого збільшення державного боргу, необхідність зміни прийняття рішень
Білорусія	(0,172; 0,375)	Належать частково, точки концентруються біля нижньої допустимої межі	Достатня політика співпраці з МВФ та інвестиціями, яку можна проводити більш інтенсивно, збільшуючи значення держборгу
Росія	(0,392; ,597)	Належать повністю, крім деякого значення, що перевищує верхню межу	Фінансова політика, за якої більше не можна збільшувати значення державного боргу, необхідність зміни прийняття рішень
Молдова	(0,671; 0,849)	Не належить	Необхідність упровадження інтенсивної державної політики з її зміною та переглядом для збільшення значень державного боргу для переходу в інтервал еластичності
Азербайджан	(0,092; 0,327)	Належать повністю інтервалу	Збалансована фінансова політика
Киргизія	(0,537; 0,736)	Належать майже повністю, концентруючись біля нижньої межі інтервалу	Необхідність упровадження державної політики для збільшення значень державного боргу для переходу в інтервал еластичності
Таджикистан	(0,674; 0,983)	Не належить, перевищує допустимий рівень верхньої межі	Необхідність зміни вектора фінансової політики, що дасть змогу вийти на новий цикл

Джерело: розраховано автором на основі: [4–12]

Таблиця 6

Візуалізація належності інтервалам безпечного рівня державного боргу для пострадянських країн

Країна	Візуалізація
Латвія	 <p>інтервал точок динамічного ряду</p> <p>інтервал безпечного рівня боргу</p> <p>0.123 0.147 0.259 0.381</p>
Росія	 <p>інтервал точок динамічного ряду</p> <p>інтервал безпечного рівня боргу</p> <p>0.392 0.483 0.597 0.603</p>
Білорусь	 <p>інтервал точок динамічного ряду</p> <p>інтервал безпечного рівня боргу</p> <p>0.158 0.172 0.232 0.375</p>
Азербайджан	 <p>інтервал точок динамічного ряду</p> <p>інтервал безпечного рівня боргу</p> <p>0.392 0.483 0.597 0.603</p>
Україна	 <p>інтервал точок динамічного ряду</p> <p>інтервал безпечного рівня боргу</p> <p>0.485 0.52 0.587 0.612</p>
Киргизія	 <p>інтервал точок динамічного ряду</p> <p>інтервал безпечного рівня боргу</p> <p>0.339 0.537 0.622 0.736</p>
Таджикистан	 <p>інтервал точок динамічного ряду</p> <p>інтервал безпечного рівня боргу</p> <p>0.674 0.983 1.117 1.326</p>
Молдова	 <p>інтервал точок динамічного ряду</p> <p>інтервал безпечного рівня боргу</p> <p>0.263 0.548 0.671 0.849</p>
Вірменія	 <p>інтервал точок динамічного ряду</p> <p>інтервал безпечного рівня боргу</p> <p>0.23 0.48 0.623 1.486</p>

Джерело: розраховано автором

Таблиця 7

Ранжування пострадянських країн за належністю інтервалом безпечного рівня державного боргу за період 2008–2015 рр.

Країна	Рейтинг за попаданням в інтервал безпечного рівня Державного боргу
Латвія	1
Росія	2
Білорусь	3
Азербайджан	4
Україна	5
Киргизія	6
Таджикистан	7
Вірменія	8
Молдова	9

Джерело: розраховано автором

На рис.4 представлено вектор  $\overline{OM} = \overline{INDEX}$  у декартовій системі координат:

$$\overline{OM} = \overline{INDEX} = \overline{OA} + \overline{OB} = I_{FRAGILE} \cdot \vec{i} + I_{(INVEST; FOND)} \cdot \vec{j}, \quad (7)$$

Величину вектора корегуючого індексу знаходимо за формулою:

$$INDEX = \sqrt{(I_{FRAGILE})^2 + (I_{(INVEST; FOND)})^2} = \sqrt{(I_{FRAGILE})^2 + (\sqrt{I_{INVEST} \cdot I_{FOND}})^2} = \sqrt{(I_{FRAGILE})^2 + I_{INVEST} \cdot I_{FOND}} \quad (8)$$

Рівняння (4) є нелінійним диференціальним рівнянням, розв'язок якого запишемо у вигляді:

$$M 2^* = \frac{M 2^*_{lim}}{1 + \frac{M 2^*_{lim} - M 2^*_0}{M 2^*_0 \cdot M 2^*_{lim}} \cdot e^{-INDEX \cdot DB^*}} \quad (9)$$

На рис. 5 представлена геометрична інтерпретація функції грошового агрегату від державного боргу, що задається формулою (9), яка одержана як розв'язок диференціального рівняння (4).

Функція грошового агрегату  $MD^*(DB^*)$  у вигляді (9) є розв'язком нелінійного диференціального рівняння першого порядку (4) з початковими умовами (5), що дає можливість аналізувати цю функціональну залежність на прикладі пострадянських країн для дослідження коридору безпечного рівня загального державного боргу, використовуючи теорію еластичності економічних функцій.

Знаходимо еластичність  $E_{DB^*}(M 2^*)$  функції грошового агрегату  $MD^*(DB^*)$  (Додаток А):

$$\frac{M 2^*_{lim} - M 2^*_0}{M 2^*_0 \cdot M 2^*_{lim}} \cdot (INDEX \cdot M 2^* - 1) > e^{INDEX \cdot M 2^*}, \quad (10)$$

Ліва частина нерівності (10) – це пряма лінія, а права частина – експоненціальна функція, тому нерівність (10) не може бути розв'язана в явному вигляді, а тільки чисельно. Ці чисельні значення будуть визначати межі безпечного рівня загального державного боргу країни (рис. 6).

Для знаходження параметрів функцію (9) лінеаризуємо шляхом логарифмування і будемо емпіричне рівняння регресії, припускаючи, що між ознаками безрозмірних величин існує лінійний зв'язок, що дає змогу визначити параметри моделі.

За допомогою моделі було прораховано інтервали безпечних рівнів державного боргу для пострадянських країн.

Отже, дослідження належності інтервалам безпечного рівня державного боргу за період з 2008–2015 рр. приведено в табл. 5.

Візуалізацію дослідження належності інтервалам безпечного рівня державного боргу за період з 2008–2015 рр. приведено в табл. 6.

Ранжування пострадянських країн за належністю інтервалам безпечного рівня державного боргу за період 2008–2015 рр. приведено в табл. 7.

**Висновки.** Незважаючи на те що 25 років у наукових колах іде обговорення проблеми функціонування фінансових ринків пострадянських країн, реалізація ідеї сталого розвитку фінансових ринків не призвела поки до появи цілісної системи наукових поглядів на механізм її рішення. Управління фінансовими ринками базується на обґрунтованому прогнозі майбутнього цих ринків. Однак у сучасних умовах наростаючої нестабільності і невизначеності вироблення стратегії на основі одного-єдиного прогнозу буде ризикованим, тому що існує безліч можливих варіантів майбутнього. за досліджуваний період 2008–2015 рр. виявлено, що найбезпечніший рівень зовнішнього боргу мають Латвія, Росія, Білорусь та Азербайджан. Україна має рівень зовнішнього боргу, який постійно коливається з безпечного на небезпечний. У зоні ризикового рівня державного боргу знаходяться Киргизія, Таджикистан, Молдова та Вірменія.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Benhabib J., Spiegel MM The Role of Financial Development in Growth and Investment // Journal of Economic Growth. – 2000. – № 5. – P. 341–360.
2. Levine R. Finance and Growth: Theory, Evidence, and Mechanisms. Handbook of economic growth. Elsevier, 2005. – 107 p.
3. Wurgler J. Financial Markets and the Allocation of Capital // Yale ICF Working Paper. – 1999. – № 8. – 39 p.
4. Farel D. New Thinking for a New Financial Order. [Electronic Resource] / Harvard Business Review, 2008. September. – Mode of access : URL : <http://harvardbusinessonline.hbsp.harvard.edu/>.
5. Global financial stability report – Washington, DC : International Monetary Fund, 2008. STATISTICAL APPENDIX. Table Selected Indicators on the Size of the Capital Markets, 2007. – P. 181.
6. Global financial stability report – Washington, DC : International Monetary Fund, 2009. STATISTICAL APPENDIX. Table Selected Indicators on the Size of the Capital Markets.
7. Global financial stability report – Washington, DC : International Monetary Fund, 2010. STATISTICAL APPENDIX. Table Selected Indicators on the Size of the Capital Markets.
8. Global financial stability report – Washington, DC : International Monetary Fund, 2011. STATISTICAL APPENDIX. Table Selected Indicators on the Size of the Capital Markets.
9. Global financial stability report – Washington, DC : International Monetary Fund, 2012. STATISTICAL APPENDIX. Table Selected Indicators on the Size of the Capital Markets.
10. Global financial stability report – Washington, DC : International Monetary Fund, 2013. STATISTICAL APPENDIX. Table Selected Indicators on the Size of the Capital Markets.
11. Global financial stability report – Washington, DC : International Monetary Fund, 2014. STATISTICAL APPENDIX. Table Selected Indicators on the Size of the Capital Markets.
12. Global financial stability report – Washington, DC : International Monetary Fund, 2015. STATISTICAL APPENDIX. Table Selected Indicators on the Size of the Capital Markets.