

УДК 622.87: 622.831:550.3

Н.А. Иконникова

Государственное высшее учебное заведение „Национальный горный университет“, г. Днепропетровск, Украина, e-mail: ikonnikovm@gmail.com

## ОСОБЕННОСТИ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ РАБОТЫ ШАХТНЫХ ГЕОТЕХНИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

N.A. Ikonnikova

State Higher Educational Institution “National Mining University”, Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail: ikonnikovm@gmail.com

## FEATURES OF MINE GEOTECHNICAL AND ELECTROMECHANICAL SYSTEMS RELIABILITY EVALUATION BASED ON MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING OF DYNAMIC PROCESSES

**Цель.** Целью работы является математическое моделирование динамических процессов для решения задач оценки состояния геотехнических систем.

**Методика.** Исследования осуществлялись путем комплексного подхода к оценке статического и динамического состояний горных технических систем на основе совершенствования методов математического и компьютерного моделирования динамических процессов, численного спектрального анализа результатов натурных измерений разработанными и стандартными методами со статистической обработкой результатов исследований.

**Результаты.** Определены особенности математического моделирования в детерминировано-хаотических системах, в том числе параметры, критерии и допустимые погрешности итераций. Практическое значение моделирования в этом случае состоит в том, что оно позволяет учесть количество элементов в системе, конкретные массы и упругие связи между элементами, разнообразие этих связей, задать виртуально любые возбуждающие воздействия, оценить реакцию на эти воздействия при моделировании динамических процессов в геотехнических и геомеханических системах. Обоснованы параметры генератора хаоса для натурального моделирования хаотических воздействий. Разработана и апробирована авторская программа генератора Лоренца с параметрическими коэффициентами из ряда чисел  $2^{\pm k}$  для микроконтроллера, отличающегося тем, что операции масштабирования реализуются переносом байтов операндов, что существенно ускорило расчеты и позволило моделировать влияние детерминированного хаоса в режиме реального времени.

**Научная новизна.** Разработаны математические модели динамических процессов в виде простых, полностью связанных и с заранее заданными нелинейностями  $k$ -массовых систем пружинных маятников. Получены выражения для определения траекторий движения элементов системы для прогнозирования динамического состояния системы „горный технический объект – породный массив“.

**Практическая значимость.** Разработанные автором математические модели позволили осуществить моделирование динамических процессов для определения параметров нарезки стенок шпуров с целью повышения несущей способности рамно-анкерного крепления подготовительных выработок, проведенных в неустойчивых породах глубоких шахт. На этой основе разработан и внедрен способ закрепления анкера в породах горной выработки, защищенный патентом. Разработаны и утверждены в установленном порядке „Методические рекомендации по экспресс-определению упругих и прочностных свойств необработанных образцов горных пород и элементов геоконструктивных конструкций методами неразрушающего контроля“.

**Ключевые слова:** математическое и компьютерное моделирование, динамические процессы, геотехнические системы, анкерная крепь

**Постановка проблемы.** Надежность работы горных геотехнических и электромеханических систем зависит, прежде всего, от горно-геологических и горнотехнических условий их работы; выбора системы разработки, вида и типа крепи; отклонения фактического энергопотребления от расчетного, задержки ввода или вывода вспомогательного оборудования, снижения ресурсов; отказов элементов самой системы

и ошибок персонала. Действие этих факторов частично компенсируется за счет: выбора определенной структуры (оптимизация разработки вентиляции, транспортных средств, конфигурации электрической сети, мощностей и т.д.); повышения надежности и улучшения технических показателей как самого оборудования, так и его элементов; резервирования запасов надежности во всех звеньях системы (производства, преобразования, передачи и распределения электрической энергии), включая обеспечение запасов

энергоресурсов и взаимодействие внутри системы; выбора средств контроля и автоматического управления системой; улучшения организации эксплуатации оборудования, включая совершенствование системы планово-предупредительных ремонтов [1].

Особенно остро стоит задача оценки накопления повреждений в геомеханических системах с целью предупреждения и предотвращения их работы в аварийных режимах. Несмотря на высокий уровень выполненных исследований в этом направлении, целый ряд вопросов требует дальнейшей углубленной обработки. Во-первых, необходимо установить причинно-следственные связи между техническими параметрами элементов системы и характеристиками ее работы, которые, безусловно, меняются в зависимости от горно-геологических условий и физико-механических свойств пород. Во-вторых, требует дальнейшего совершенствования методическая база оценки динамического состояния геотехнических систем. В-третьих, необходимо заблаговременно обосновать технологические подходы к управлению динамическими процессами для повышения эффективности работы геомеханических систем.

**Цель.** Разработка математических моделей, отражающих особенности системы „горный технический объект – породный массив“ и позволяющих моделировать динамические процессы при допустимой погрешности, а также апробация разработанных математических моделей при решении геомеханических задач крепления и поддержания протяженных горных выработок в слабых породах.

**Изложение основного материала.** Показатели надежности для энергетической системы со слабыми связями (шахтной, рудной, карьера, добычного участка, обогатительной фабрики и так далее) для конкретной реализации определяют методами линейного программирования. Такие физические процессы имеют причинно-следственный характер. До сих пор предполагалось, что, моделируя постепенные отказы, персонал имеет возможность подготовить вывод элемента из работы. В этих случаях, как правило, возможность нарушения устойчивости системы практически исключается. При внезапных же отказах, например, обвалах пород кровли в выработках, коротких замыканиях на линиях электропередачи, возможны нарушения устойчивости, а при неблагоприятных условиях – и дальнейшее развитие аварии. При определении показателей надежности в таких условиях должны учитываться как прогнозируемые, так и внезапные отказы элементов, однако при этом уже более важен не просто сам факт отказа, а его вызывающий вид повреждения. Причем, если изначально переходные процессы носят стохастический характер, то при наложении детерминированных динамических явлений вступают в работу синергетические процессы, связанные с самоорганизацией явлений и процессов как с положительными, так и отрицательными свойствами, которые приводят к нестандартным ситуациям и внезапным отказам элементов системы [2, 3].

В горных технических системах, прежде всего, в силу специфики геологического строения породных массивов, высокой фрактальной размерности горных пород и полезных ископаемых, являющихся одновременно объектами, вмещающими шахты, рудники и подземные сооружения, и объектами добычи и переработки, возможно как самопроизвольное возникновение процессов самоорганизации, так и процессов динамического хаоса. Эти процессы могут быть доминирующими или частичными, а в зависимости от положения равновесия – устойчивыми или неустойчивыми. Потеря устойчивости может быть мягкой или жесткой [4, 5].

При мягкой потере устойчивости устанавливается колебательный периодический режим, который на начальном этапе мало чем отличается от состояния равновесия [6]. При жесткой потере устойчивости система скачком уходит из стационарного режима равновесия и переходит на другой режим движения, как правило, установившийся колебательный периодический режим. Режим, установившийся после потери устойчивости равновесного состояния, называется „странный аттрактор“ (не равновесие и не предельный цикл). Такой режим означает, что в системе наблюдаются сложные непериодические колебания, для внешнего экспериментатора – турбулентные. Переход от устойчивого состояния равновесия к „странному аттрактору“ может совершаться как непосредственно сразу скачком при жесткой потере устойчивости, так и после возникновения мягкой потери устойчивости. Если хаотический режим не является необходимым технологическим режимом работы, то доводить динамическую систему до хаотического режима весьма опасно. Оценка устойчивости такой системы можно выполнить с помощью моделирования [7].

В геотехнических и электродинамических системах возможно возникновение всего многообразия колебаний, в том числе параметрических, феррорезонансных и хаотических. Параметрический механизм колебаний возникает за счет того, что рабочее оборудование, системы охлаждения и другие компоненты постоянно, даже при проектных режимах работы, подвергаются вибрации со стороны вращающихся механизмов (турбины, генераторы, двигатели, насосы, дробилки, мельницы) и перекачиваемой рабочей среды. Особо следует подчеркнуть, что все эти механизмы имеют высокую добротность. Феррорезонансные колебания накладываются на параметрические и срывают их, затем на фоне феррорезонансных колебаний возникают субгармонические (комбинационные) и, наконец, хаотические колебания [8, 9].

Область гармонических вынужденных колебаний возникает при низких напряжениях, затем возникают субгармонические колебания и только при высоких напряжениях возникают хаотические неуправляемые колебания. В этом случае под высокими напряжениями как электрических сетей, так и механических конструкций следует понимать не просто их величину, а напряжения, при которых в электрической или

механической системе возникают нелинейные эффекты за счет нелинейного изменения каких-либо характеристик системы, а именно, за счет магнитного насыщения, диссипации энергии или волн, гистерезисных или пластических свойств материала, разрушения материала и конструкций и так далее [9]. Поэтому в нелинейных системах вид колебаний зависит не только от их частоты, но и от изменения как электрических, так и механических напряжений.

Задача разработки новых математических моделей моделирования динамической системы „горный технический объект – породный массив“ решается поэтапно. Главные этапы следующие: идентификация элементов технического оборудования как объектов моделирования; обособление информативных параметров реакции диагностируемых объектов на возбуждающее воздействие; определение параметров микропроцессорных средств моделирования, которые обеспечивают реализацию предложенных алгоритмов; анализ натурных исследований геомеханических систем на основе предложенных методов и средств моделирования.

Для определения допустимой погрешности итераций и порядка вычислений величин угловых ускорений эксцентрически смещенных масс внутри одной итерации на поведение динамических систем методами аналитической механики выполнено математическое моделирование материальной системы, состоящей из трех связанных идеальных математических маятников, причем дополнительно рассмотрен вариант, в котором первый маятник жестко соединен с маховиком. Если такая система обладает идеальными связями, то ее движение математически можно описать уравнениями Лагранжа второго рода

$$Q_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha_i},$$

где  $Q_i$  – обобщенные силы;  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $T$  – кинетическая энергия системы;  $\dot{\alpha}_i$  – обобщенные скорости;  $\alpha_i$  – обобщенные координаты. Обобщенные силы можно найти как коэффициенты при вариациях обобщенных координат из выражения для виртуальной работы

$$\delta A = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot \delta \alpha_i = Q_1 \cdot \delta \alpha_1 + Q_2 \cdot \delta \alpha_2 + \dots + Q_n \cdot \delta \alpha_n.$$

Кинетическую энергию можно выразить через обобщенные скорости  $\dot{\alpha}_i$  и обобщенные координаты  $\alpha_i$

$$T = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) \cdot l_1^2 \cdot \dot{\alpha}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 + m_3) \cdot l_2^2 \cdot \dot{\alpha}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot l_3^2 \cdot \dot{\alpha}_3^2 + (m_2 + m_3) \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \dot{\alpha}_2 \times \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + m_3 \cdot l_1 \cdot l_3 \cdot \dot{\alpha}_1 \cdot \dot{\alpha}_3 \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_3) + m_3 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \dot{\alpha}_2 \cdot \dot{\alpha}_3 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_3).$$

Виртуальная работа равна

$$\delta A = -(m_1 + m_2 + m_3) \cdot g \cdot l_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot \delta \alpha_1 - (m_2 + m_3) \times g \cdot l_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot \delta \alpha_2 - m_3 \cdot g \cdot l_3 \cdot \sin \alpha_3 \cdot \delta \alpha_3,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения. Добавим к оси вращения первого маятника маховик, момент инерции которого может быть равен суммарному моменту инерции ротора электродвигателя (пневмодвигателя) и вращающихся частей зубчатой передачи, приведенному к оси вращения первого плеча маятника. Теперь к кинетической энергии системы маятников добавится энергия маховика. Подставив обобщенные силы, частные производные кинетической энергии системы и выполнив некоторые математические операции, получим окончательные уравнения движения материальной системы

$$-(m_1 + m_2 + m_3) \cdot g \cdot l_1 \cdot \sin \alpha_1 = ((m_1 + m_2 + m_3) \cdot l_1^2 + J) \times \ddot{\alpha}_1 + (m_2 + m_3) \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \ddot{\alpha}_2 + m_3 \cdot l_1 \cdot l_3 \times \cos(\alpha_1 - \alpha_3) \cdot \ddot{\alpha}_3 + (m_2 + m_3) \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \dot{\alpha}_2^2 + m_3 \cdot l_1 \cdot l_3 \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_3) \cdot \dot{\alpha}_3^2;$$

$$-(m_2 + m_3) \cdot g \cdot l_2 \cdot \sin \alpha_2 = (m_2 + m_3) \cdot l_2^2 \cdot \ddot{\alpha}_2 + (m_2 + m_3) \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \ddot{\alpha}_1 + m_3 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_3) \cdot \ddot{\alpha}_3 - (m_2 + m_3) \cdot l_1 \cdot l_2 \times \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \dot{\alpha}_1^2 + m_3 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_3) \cdot \dot{\alpha}_3^2;$$

$$-m_3 \cdot g \cdot l_3 \cdot \sin \alpha_3 = m_3 \cdot l_3^2 \cdot \ddot{\alpha}_3 + m_3 \cdot l_1 \cdot l_3 \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_3) \cdot \ddot{\alpha}_1 + m_3 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_3) \cdot \ddot{\alpha}_2 - m_3 \cdot l_1 \cdot l_3 \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha_3) \cdot \dot{\alpha}_1^2 - m_3 \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_3) \cdot \dot{\alpha}_2^2,$$

где  $J$  – момент инерции маховика.

Угловые ускорения маятников являются взаимозависимыми величинами, поэтому для их определения используем метод итерационных приближений. Очевидно, что для систем, используемых в технических приложениях, т. е. для систем с конечными массами и ограниченными геометрическими размерами, а также для упрощенных моделей таких систем, сходимость итерационных вычислений обеспечивается в любом случае. Однако важными являются вопросы выбора допустимой погрешности итераций и порядка вычислений величин угловых ускорений внутри одной итерации. Если изменить порядок, то также изменяются полученные значения угловых ускорений, хотя и на меньшую величину, чем допустимая погрешность итераций. Тем не менее, эти незначительные изменения могут оказаться существенными для определения текущих координат центров масс в конкретный момент времени, поскольку динамические системы являются весьма чувствительными к начальным условиям.

Критерием адекватности модели можно считать постоянство полной энергии замкнутой системы. Выполнено моделирование трехмассовой системы маятников при различных значениях шага интегрирования и допустимой погрешности итераций. Установлено, что уменьшение допустимой погрешности итераций с 0,01 о. е. до 0,0001 о. е. практически не улучшает качество моделирования. В этой связи, при ограниченном быстродействии ЭВМ предлагается принимать допустимую погрешность итераций, равной 0,01 о. е. Если же время вычислений не является критичным параметром, то допустимую погрешность итераций можно принять равной 0,001 или 0,0001 о. е. Однако при этом уменьшение шага интегрирования по времени обеспечит более существенный эффект, чем дальнейшее уменьшение допустимой погрешности итераций.

Как известно, в технике часто встречаются объекты, которые при определенных допущениях можно условно представить как  $k$ -массовую систему пружинных математических или физических маятников (рудничные и шахтные составы, транспортные системы непрерывного действия, гидротранспорт пульпы, внутримельничная загрузка, линии электропередач, различные строительные сооружения, в том числе подземные выработки, протяженные мосты, перекрытия, арочные конструкции и тому подобное). Рассмотрим материальную систему, состоящую из трех грузов с массами  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  и пружин с жесткостями  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$ . Прямая, по которой движутся грузы, горизонтальная и абсолютно гладкая. За обобщенные координаты целесообразно принять расстояния центров грузов в текущем положении относительно положения, при котором все пружины находятся в свободном состоянии. Тогда можно пренебречь размерами грузов при условии их центральной симметрии и длинами пружин, если они достаточно велики, чтобы исключить соударения грузов. Уравнения движения такой системы известны. Получим уравнения движения центров масс для  $k$ -массовой системы пружинных маятников. Кинетическая  $T$  и потенциальная  $\Pi$  энергии системы равны

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \dots + \frac{1}{2} m_j \dot{x}_j^2 + \dots + \frac{1}{2} m_k \dot{x}_k^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} c_1 x_1^2 + \dots + \frac{1}{2} c_j (x_j - x_{j-1})^2 + \dots$$

$$+ \frac{1}{2} c_k (x_k - x_{k-1})^2, j \in 2 \dots k-1$$

где  $m_j$  – масса  $j$ -го груза;  $x_j$  – мгновенная координата его центра, совпадающая с центром тяжести;  $c_j$  – жесткость пружины, соединяющей текущий  $j$ -й груз с грузом под номером  $j-1$ ;  $k$  – количество грузов в одномерной цепочке. Составив функцию Лагранжа  $L = T - \Pi$ , находим ее частные производные по координатам и скоростям изменения координат во времени

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -c_1 x_1 + c_2 (x_2 - x_1), \dots;$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = -c_j (x_j - x_{j-1}) + c_{j+1} (x_{j+1} - x_j), \dots;$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_k} = -c_k (x_k - x_{k-1});$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1, \dots, \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_j} = m_j \dot{x}_j, \dots, \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_k} = m_k \dot{x}_k.$$

Итак, уравнения движения центров масс грузов в рассматриваемой системе имеют вид

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 x_1 - c_2 (x_2 - x_1) = 0, \dots;$$

$$m_j \ddot{x}_j + c_j (x_j - x_{j-1}) - c_{j+1} (x_{j+1} - x_j) = 0, \dots;$$

$$m_k \ddot{x}_k + c_k (x_k - x_{k-1}) = 0.$$

В общем случае для  $k$ -массовой полносвязной системы пружинных маятников получаем  $k$  уравнений

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_0 x_1 - \sum_{j=2}^k c_{1j} (x_j - x_1) = 0;$$

$$m_i \ddot{x}_i + c_0 x_i + \sum_{j=1}^{i-1} c_{ji} (x_i - x_j) - \sum_{j=i+1}^k c_{ij} (x_j - x_i) = 0,$$

для  $i = 2, 3, \dots, k-1$ ;

$$m_k \ddot{x}_k + c_0 x_k + \sum_{j=1}^{k-1} c_{jk} (x_k - x_j),$$

где  $i$  – номер уравнения.

Траектории центров масс системы трех связанных маятников даже в приложении к плоской задаче образуют сложные фигуры, имеющие фрактальный характер, которые могут рассматриваться как гладкие отображения поверхностей на плоскость, имеющие складки и сборки. Следовательно, движение таких систем можно анализировать с точки зрения теории катастроф для выявления (а в технических приложениях – для прогнозирования и предупреждения) скачкообразных изменений, возникающих в виде внезапных ответов на плавное изменение условий (в технических приложениях – постепенный износ деталей, плавное увеличение нагрузок, нарушение температурных режимов, ухудшение параметров изоляции, плавное насыщение магнитных систем и др. факторы по отдельности и в комплексе).

Рассмотрены возможности математического моделирования на основе  $k$ -массовых систем простых и полносвязанных пружинных маятников без и с введением дополнительной нелинейности для оценки и прогноза динамического состояния реальных горных технических систем, отработки параметров контроля хаотических и синергетических процессов. Установлено, что, несмотря на то, что старший ляпуновский

показатель для системы пружинных маятников близок к нулю, он все-таки положителен и увеличивается при увеличении количества маятников в системе. Поэтому в протяженных горных выработках, закрепленных однотипной арочной крепью, при динамических воздействиях возможно возникновение хаотического распределения зональности разрушения породного массива.

Для натурального и полунатурного моделирования влияния хаотических воздействий обоснованы параметры генератора динамического хаоса на основе микроконтроллера. Разработана и апробирована авторская программа генератора для микроконтроллера, описываемая системой уравнений Е. Лоренца, отличающейся тем, что операции арифметического умножения (деления) заменены логическим сдвигом операнда, а это существенно ускорило расчеты и позволило моделировать влияние детерминированного хаоса в „режиме реального времени“ [10].

Для оптимизации программы по времени вычисления предложен способ выбора параметрических коэффициентов-множителей, кратный двум, с заменой операций умножения и деления линейными

сдвигами. Методика такого выбора отсутствует, поэтому работа генератора изучена при различных комбинациях коэффициентов в пределах области хаотизации с помощью метода математического моделирования в оболочке MathCad с определением фрактальной размерности по известной теореме (рисунок). Для создания модели запишем систему уравнениями в конечных приращениях  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  по выходным координатам

$$\begin{cases} \Delta x_i = \sigma (y_{i-1} - x_{i-1}) \Delta t \\ \Delta y_i = (-x_{i-1}z_{i-1} + rx_{i-1} - y_{i-1}) \Delta t \\ \Delta z_i = (x_{i-1}y_{i-1} - bz_{i-1}) \Delta t \end{cases}$$

Разработан, изготовлен и испытан экспериментальный образец генератора хаоса, на основе микроконтроллера, для обеспечения максимального быстродействия генератора программирование выполнено полностью на ассемблере.

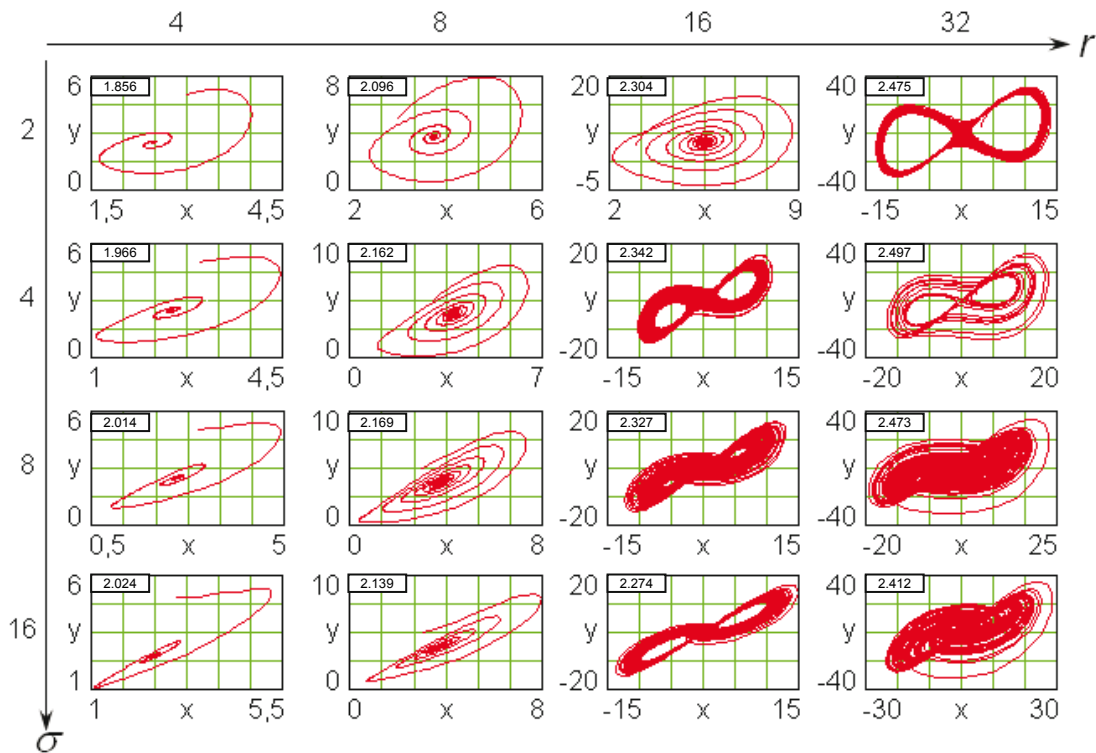


Рис. Влияние величин параметрических коэффициентов  $r$  и  $\sigma$  на вид и форму аттрактора ( $b=2$ ,  $h=1/64$ ,  $n=10\,000$ ). В верхнем левом углу графиков – размерности Ляпунова аттракторов Лоренца  $\dim_L K$ , о. е.

На основе анализа литературных источников и компьютерного моделирования классических генераторов хаоса выбраны информативные параметры для оценки состояния динамических процессов (начальная потеря устойчивости системы, удвоение периода, потеря устойчивости удвоенного цикла, потеря дискретности спектра), отражающие, с учетом поляризации колебаний, тенденцию доминирующих связей и возможные

фазовые переходы. Предложено для диагностики (селекции) возможных хаотических колебаний примененные конусных датчиков, оси которых расположены по взаимно перпендикулярным направлениям [6, 11].

Критерием перехода от регулярной, сложно организованной структуры к хаосу служит ее устойчивость по отношению к малым возмущениям [12]. Снижение устойчивости структур к случайным воз-

мушениям приводит к необходимости перехода от их детерминированного описания к вероятностному, учету синергетических аспектов, особенностей хаотизации явлений и процессов. Исследовать их возможно с помощью компьютерного моделирования, вызывая возмущения генератором динамического хаоса. При этом, для сохранения устойчивости системы необходим многоканальный автоматизированный контроль системы, который, хотя и не всегда, сможет исключить аварийное стечение обстоятельств, но будет автоматически повышать порог устойчивости системы к малым возмущениям. То есть, в идеале будет учитывать как все причинно-следственные связи, так и тенденцию накопления случайных повреждений и динамических возмущений в локальной системе.

**Выводы.** Определены особенности математического моделирования в детерминированно-хаотических системах, в том числе параметры, критерии и допустимые погрешности итераций. Практическое значение моделирования, в данном случае, заключается в том, что оно позволяет учесть количество элементов в системе, конкретные массы и упругие связи между элементами, разнообразие этих связей, задать виртуально любые возмущающие воздействия, оценить реакцию на эти воздействия при моделировании динамических процессов в горных геотехнических системах.

#### Список литературы / References

1. Надежность технических систем: Справочник / [Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.] – Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985 – 608 с.  
Belyayev, Yu.K., Bogatyrev, V.A., Bolotin, V.V. and Ushakov, I.A. (1985), *Nadezhnost tekhnicheskikh system* [Technical System Reliability], Radio i svyaz, Moscow, Russia.
2. Математическое моделирование динамики хаотических процессов в инженерно-экологических системах / В.И. Корсун, А.А. Яланский, Н.А. Иконникова, Т.А. Яровая // Математические методы в технике и технологиях. Международная научная конференция ММТТ – 23. – Саратов: Саратовский государственный технический университет, 2010. – Т.5. – С. 51–54.  
Korsun, V.I., Yalanskiy, A.A., Ikonnikova, N.A. and Yarovaya, T.A. (2010), “Mathematical modeling of chaotic process dynamics in engineering-ecological systems”, *Proc. of the International Conf. “Mathematical methods in technics and technology – 23”*, Saratov Technical University, Saratov, Russia, Vol.5, pp. 51–54.
3. Яланский А.А. (ст.) Особенности и диагностика процессов самоорганизации породного массива в окрестности горных выработок / Яланский А.А. (ст.), Паламарчук Т.А., Розумный С.Н. // Горный информационно-аналитический бюллетень. – М.: МГУ, 2003. – №3. – С. 151–154.  
Yalanskiy, A.A. (sen.), Palamarchuk, T.A. and Rozumnyy, S.N. (2003), “Features and diagnostics of self-organization processes in rock massif around mine workings”, *Gornyyu informatsyonno-analiticheskiy bulletin*, MGGU, no.3, pp. 151–154.
4. Глушко В.Т. Геофизический контроль в шахтах и тоннелях / В.Т. Глушко, В.С. Ямщиков, А.А. Яланский (ст.). – М.: Недра, 1987. – 278 с.  
Glushko, V.T., Yamshchikov, V.S. and Yalanskiy, A.A. (sen.) (1987), *Geofizicheskiy kontrol v shakhtakh i tonnellyakh* [Geophysical Control in Mine Tunnels], Nedra, Moscow, Russia.
5. Федер Е. Фракталы / Федер Е.; пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 254 с.  
Feder, Jens (1989), *Fractals*, Plenum Press.
6. Арнольд В.И. Теория катастроф. – Изд. 3-е, дополненное / В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1990. – 128 с.  
Arnold, V.I. (1990), *Teoriya katastrof* [Catastrophe Theory], Nauka, Moscow, Russia.
7. Иконникова Н.А. Особенности моделирования динамики хаотических процессов в детерминированных системах методами аналитической механики / Н.А. Иконникова // Геотехническая механика. – Днепропетровск: ИГТМ, 2007. – № 73. – С. 263–280.  
Ikonnikova, N.A. (2007), “Peculiarities of modeling of chaotic process dynamics in determine systems by the methods of analytical mechanics”, *Geotekhnicheskaya mekhanika*, no.73, pp. 263–280.
8. Булат А.Ф. Фракталы в геомеханике / А.Ф. Булат, В.И. Дырда – К.: Наук. Думка, 2005. – 358 с.  
Bulat, A.F. and Dyrda, V.I. (2005), *Fractaly v geomekhanike* [Fractals in Geomechanics], Naukova Dumka, Kiev, Ukraine.
9. Золотухин И.А. Анализ колебаний в многоконтурных электрических моделях теплогидравлических систем: автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук: спец. 05.09.05 „Теоретическая электротехника“ / И.А. Золотухин. – М.: МЭИ, 2008. – 19 с.  
Zolotukhin, I.A. (2008), “Analysis of vibration in multiloop electrical models of heat-hydraulic systems”, *Abstract of Cand. Sci. (Tech.) dissertation, Theoretical electrotechnics*, MEI, Moscow, Russia.
10. Корсун В.И. Обоснование параметров микропроцессорного генератора сигналов динамического хаоса / Корсун В.И., Иконникова Н.А., Яланский А.А. // Матеріали міжнародної конференції “Форум гірників – 2009”. – Дніпропетровськ: НГУ, 2009. – №4. – С. 263–271.  
Korsun, V.I., Ikonnikova, N.A. and Yalanskiy, A.A. (2009), “Substantiation of microprocessor generator of dynamic chaos signals”, *Proc. of the International Conf. “Forum of Mine Engineers – 2009”*, no.4, pp. 263–271.
11. Яланский А.А. Особенности построения микропроцессорных систем автоматизированного технологического контроля надежности работы шахт и рудников / Яланский А.А., Иконникова Н.А., Арестов В.В. // Геотехническая механика. – Днепропетровск: ИГТМ НАНУ, 2006. – № 66. – С. 214–223.  
Yalanskiy, A.A., Ikonnikova, N.A. and Arestov, V.V. (2006), “Design peculiarities of microprocessor systems of automatic technological control of mine production stability”, *Geotekhnicheskaya mekhanika*, no.66, pp. 214–223.

12. Лоскутов А.Ю. Введение в синергетику / А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов – М.: Наука, 1990. – 270 с.

Loskutov, A.Yu. and Mikhailov, A.S. (1990), *Vvedeniye v sinergetiku* [Introduction in Synergetics], Nauka, Moscow, Russia.

**Мета.** Метою роботи є математичне моделювання динамічних процесів для вирішення завдань оцінки стану геотехнічних систем.

**Методика.** Дослідження здійснювалися шляхом комплексного підходу до оцінки статичного та динамічного станів гірничих технічних систем на основі вдосконалення методів математичного та комп'ютерного моделювання динамічних процесів, чисельного спектрального аналізу результатів натурних вимірів розробленими й стандартними методами із статистичною обробкою результатів досліджень.

**Результати.** Визначено особливості математичного моделювання в детерміновано-хаотичних системах, у тому числі параметри, критерії та допустимі похибки ітерацій. Практичне значення моделювання в цьому випадку полягає в тому, що воно дозволяє врахувати кількість елементів у системі, конкретні маси та пружні зв'язки між елементами, різноманітність цих зв'язків, задати віртуально будь-які збуджуючі впливи, оцінити реакцію на ці дії при моделюванні динамічних процесів у геотехнічних і геомеханічних системах. Обґрунтовано параметри генератора хаосу для натурального моделювання хаотичних впливів. Розроблено та апробовано авторську програму генератора Лоренца з параметричними коефіцієнтами з ряду чисел  $2^{+k}$  для мікроконтролера, який відрізняється тим, що операції масштабування реалізуються перенесенням байтів операндів, що істотно прискорило розрахунки та дозволило моделювати вплив детермінованого хаосу в режимі реального часу.

**Наукова новизна.** Розроблено математичні моделі динамічних процесів у вигляді простих, повнозв'язкових і з наперед заданими нелінійностями k-масових систем пружинних маятників. Отримано математичні вирази для визначення траєкторій руху елементів системи для прогнозування динамічного стану системи „гірничий технічний об'єкт – породний масив“.

**Практична значимість.** Розроблені автором математичні моделі дозволили здійснити моделювання динамічних процесів для визначення параметрів нарізки стінок шпурів з метою підвищення несучої здатності рамно-анкерного кріплення підготовчих виробок, проведених у нестійких породах глибоких шахт. На цій основі розроблено та впроваджено спосіб закріплення анкера в породах гірської виробки, захищений патентом. Розроблено та затверджено у встановленому порядку „Методичні рекомендації з експрес-визначення пружних і міцнісних властивостей необроблених зразків гірських порід і елементів геокмпозитних конструкцій методами неруйнівного контролю“.

**Ключові слова:** математичне та комп'ютерне моделювання, динамічні процеси, геотехнічні системи, анкерне кріплення

**Purpose.** To carry out the mathematical modeling of dynamic processes to solve the problems of geotechnical systems state assessment.

**Methodology.** Studies were carried out through an integrated approach to the assessment of the static and dynamic state of mining technical systems by improving the methods of mathematical and computer modeling of dynamic processes, numerical spectral analysis of the results of the field measurements received by means of new and standard methods, and subsequent statistical treatment of the results.

**Findings.** The features of mathematical modeling in deterministic-chaotic systems have been determined including options, criteria and allowable errors of iterations. From the practical point of view the simulation allows us to take into account the number of elements in the system, specific masses and spring linkage between the elements, the variety of these links, to set virtually any stimulating influences, and to evaluate the response to these effects by models of the dynamic processes in geo-technical and geo-mechanical systems. We have substantiated the parameters of the chaos generator for full-scale modeling of random effects. We have developed and tested the original program of Lorentz oscillator with parametric coefficients of a series of numbers  $2^{+k}$  for the microcontroller. Its distinctive feature consists in the scaling operation which uses transfer byte operands. This reduced the time spent calculations and allowed the modeling of effects of deterministic chaos in real time.

**Originality.** The mathematical models of dynamic processes in the form of simple, fully-connected, with predetermined nonlinearities of k-mass systems of the pendulum have been developed. We have obtained mathematical expressions for determination of the system elements trajectories to predict the dynamic state of the system ‘mining technical object – rock massif’.

**Practical value.** Mathematical models developed by the author allowed us to carry out modeling of dynamic processes to determine the parameters of the blast hole walls cutting in order to increase the load-bearing capacity of frame and anchor bolting in development workings conducted in unstable rocks in deep mines. Based on this, we have developed and introduced the patented method of fastening of anchors in the rock of mine tunnel. “Guidelines for rapid determination of the elastic and strength properties of untreated samples of rock and structural elements geo-composite structures by nondestructive method of testing” have been created.

**Keywords:** mathematical and computer modeling, dynamic processes, geotechnical system, bolting

*Рекомендовано до публікації докт. техн. наук Л.Г. Раскінім. Дата надходження рукопису 03.08.12.*