

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ТА КЕРУВАННЯ

УДК 004.93

И.М. Удовик

Государственное высшее учебное заведение
„Национальный горный университет“ г. Днепропетровск,
Украина, e-mail: afs_matsuk@mail.ru

ПОВЫШЕНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ОСНОВЕ СОЧЕТАНИЯ МЕТОДОВ НЕЧЕТКОЙ И НЕЙРОСЕТЕВОЙ СЕГМЕНТАЦИИ

I.M. Udovik

State Higher Educational Institution “National Mining University”,
Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: afs_matsuk@mail.ru

EARTH SURFACE IMAGE ANALYSIS SENSITIVITY IMPROVEMENT BY MEANS OF COMBINATION OF FUZZY AND NEURALNET SEGMENTATION METHODS

Цель. Повышение чувствительности визуального анализа слабоконтрастных изображений Земной поверхности и геофизических полей.

Методика. Увеличение размерности пространства информационных признаков анализируемого изображения за счет использования метода нечеткой сегментации исходных данных, формирования нового многомерно-го массива изображений на основе полученных функций принадлежности классов с последующей сегментацией нейронной сетью Кохонена.

Результаты. Разработан и экспериментально исследован метод сегментации слабоконтрастных изображений Земной поверхности и геофизических полей.

Научная новизна. Заключается в новой методике формирования многомерного информационного пространства, основанного на использовании изображений функции принадлежности классов в рамках алгоритма нечеткой сегментации с последующим адаптивным формированием одного результирующего изображения.

Практическая значимость. Подтверждена информативность метода результатами экспериментальной проверки на примерах сегментации реальных слабоконтрастных изображений. Чувствительность процедуры сегментации, в зависимости от характера поставленных задач, может варьировать.

Ключевые слова: сегментация, изображение, функция принадлежности, нейронная сеть, чувствительность, адаптивность

Постановка проблемы. Одной из актуальных проблем при анализе слабоконтрастных изображений, к которым относятся визуализированные геофизические поля и многие результаты дистанционного зондирования, является повышение чувствительности и достоверности процедуры сегментации, которая позволяет выделить области потенциального интереса. Для нетривиальных изображений это одна из самых сложных задач.

Сегментация подразделяет изображение на составляющие его области или объекты и относится к методам высокого уровня обработки [1]. Степень требуемой детализации зависит от решаемой задачи, и конечный успех компьютерных процедур анализа изображений во многом определяется ее точностью и достоверностью. Особую сложность представляют задачи, в которых априори неизвестно наличие объекта интереса и его расположение.

Среди более двухсот методов кластерного анализа [2] в настоящее время широкое распространение получили методы нечетких С-средних (Fuzzy C-means – FCM) [3] и самоорганизующихся карт Кохонена (СКК) [4].

Алгоритм нечетких С-средних основан на использовании математического аппарата нечеткой логики [3], которая позволяет описать степень принадлежности каждого пикселя ко всем классам, в зависимости от меры его „подобия“ им. В результате работы алгоритма всем объектам ставится в соответствие вектор из функций принадлежности к каждому классу, на основе которого можно делать выводы о природе данного объекта.

Такой подход позволяет получить более точные результаты в случаях, когда значения выборок нескольких классов близко расположены или даже перекрываются, позволяет учитывать погрешности измерения исходных параметров и пространственного расположения точек, а также описать свойства объектов, размытых по своей природе. Учет этих обстоятельств важен при анализе

геофизических полей, поскольку переход от принадлежности к непринадлежности объектов к классам чаще постепенен, а не носит скачкообразный характер, и кроме случайности, которая может управляться в соответствии с теорией вероятности, в задачах обработки изображений всегда присутствует три вида неопределенности: двусмысленность серости, геометрическая нечеткость, неопределенность знаний.

Недостатком метода FCM является то, что он требует априорного задания числа классов и характеризуется неоднозначностью процедуры дефазификации – важной составной части интерпретации результата.

Отличительной особенностью нейронных сетей Кохонена является адаптивность – автоматическое определение числа кластеров в исходном наборе данных. Однако, их применение наиболее эффективно в случае признакового пространства достаточно высокой размерности, получение которого при анализе геополей представляет неоднозначную и нетривиальную задачу. Различные модификации комбинированного использования нейросетевого и нечеткого подходов нацелены на соединение их достоинств – гибкости и адаптивности.

Целью работы является демонстрация информационных возможностей метода, обеспечивающего более объективные результаты сегментации изображений за счет комплексного использования нечеткого и нейросетевого подходов: метода FCM – для формирования нового многомерного набора информативных признаков на основе исходных яркостей, СКК – для последующей кластеризации полученных на первом шаге многомерных данных, на основе которых выполняется сегментация.

В таком случае, с одной стороны, осуществляется автоматическое формирование многомерного вектора входных данных для СКК, на основе отображения уровней серого на нечеткую поверхность, используя функцию преобразования членства. С другой стороны, формирование результирующего „композиционного“ изображения по результату работы FCM производится с учетом значений функций принадлежности всех классов. Эти процедуры можно интерпретировать как процедуры фазификации и дефазификации соответственно.

Основная часть. В концептуальных терминах изображение представляет собой набор из N наблюдений (пикселей), каждое из которых можно рассматривать как точку x в M -мерном пространстве. Извлечение признаков описывается с помощью преобразования, которое переводит точку x в промежуточную точку y в c -мерном пространстве признаков, причем c может быть как меньше M – снижение размерности или сжатие данных (обобщение), так и больше – расширение пространства признаков (для повышения чувствительности и достоверности).

На рис. 1 демонстрируется зависимость разделимости кластеров от выбираемого признакового пространства: кластера 2 и 3 неразделимы по признаку x_1 , в то время как в пространстве x_2 они разделимы – их центроиды имеют расстояние d_2 (обратное справедливо для кластеров 1 и 3).

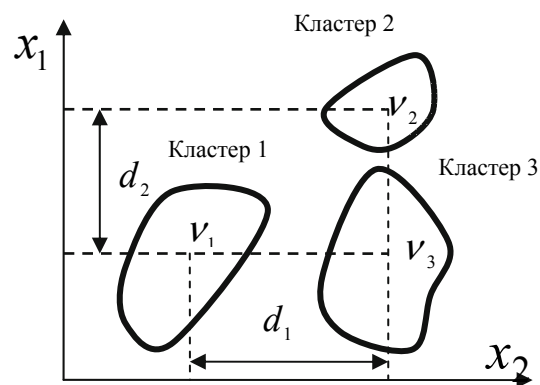


Рис. 1. Разделимость кластеров в различных признаковых пространствах

Сама кластеризация описывается как преобразование, которое отображает промежуточную точку y в один из классов c -мерного пространства решений (c – количество выделяемых классов).

Возможности успешного осуществления процедуры кластеризации, в первую очередь, зависят от степени различия самих данных.

В основе методов сегментации слабоконтрастных изображений, обычно, лежит анализ информативных признаков, полученных с помощью преобразования на основе локального контраста, увеличивающих степень их различия. Сложность задачи заключается в ее неоднозначности – выбор различных типов преобразований значений яркости исходного изображения позволяет получить различные результаты.

Концептуальная взаимосвязь между кластеризацией и теорией нечетких множеств основана на том, что при структуризации сложных образов необходимо учитывать тот факт, что существует множество объектов (классов объектов), размытых по своей природе. Требование однозначности при кластеризации в таком случае является неадекватным, особенно при необходимости учета незначительных различий или для кластеров сложной формы, перекрывающихся между собой. Теория нечетких множеств и нечеткая логика предлагают мощные инструменты для представления и решения таких задач на основе использования понятия нечетких кластеров и функции принадлежности объектов к ним, которая изменяется в интервале $[0 \div 1]$.

Задавая конкретное число классов нечеткой кластеризации, получаем трехмерную матрицу U , содержащую значения функции принадлежности для каждого элемента входных значений, причем размерность третьей координаты z равна заданному числу классов.

Последнее означает, что, в рамках метода FCM на основе исходных яркостей изображений, можно автоматически получить новый ансамбль информативных признаков размерностью c , отражающий присутствующую в данных неопределенность. При этом открывается возможность обработки многопараметрового входного вектора признаков различной размерности, которая определяется числом классов нечеткой кластеризации, нейронной сетью Кохонена.

Алгоритм FCM базується на використанні процедури ітеративної мінімізації цільової функції виду [3]

$$J(U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{n=1}^N u_{in}^m |x_n - v_i|^2,$$

где $V = \{v_1, \dots, v_c\}$ – центри кластеров; $U = [u_{in}]$ – матрица размером $c \times N$, где u_{in} есть i -я функция принадлежности n -го входа x_n ; $m \in [1, \infty)$ – параметр фазификации или экспоненциальный вес.

Значение m влияет на матрицу степеней принадлежности. Чем m больше, тем конечная матрица c -разбиения становится более “размытой”, и при $m \rightarrow \infty$ она примет вид $1/c$, т. е. все объекты принадлежат ко всем кластерам с одной и той же степенью (что является очень плохим решением). Экспоненциальный вес позволяет, при формировании координат центров кластеров, усилить влияние объектов с большими значениями степеней принадлежности и уменьшить влияние объектов с малыми значениями степеней принадлежности.

Значения функций принадлежности должны удовлетворять следующим ограничениям

$$0 \leq u_{in} \leq 1; \quad i = 1, 2, \dots, c; \quad n = 1, 2, \dots, N;$$

$$\sum_{i=1}^c u_{in} = 1, \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad 0 < \sum_{n=1}^N u_{in} < N, \quad i = 1, 2, \dots, c.$$

Алгоритм является итеративным и основан на последовательном вычислении следующих уравнений

$$v_i = \frac{1}{\sum_{n=1}^N u_{in}^m} \sum_{n=1}^N u_{in}^m x_n, \quad i = 1, 2, \dots, c,$$

где матрица принадлежности U вычисляется на основе использования выражения

$$u_{iq} = \left[\frac{1}{d_{iq}^2} \right]^{\frac{1}{m-1}} / \sum_{j=1}^c \left[\frac{1}{d_{ij}^2} \right]^{\frac{1}{m-1}},$$

$$i = 1, 2, \dots, c; \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

Алгоритм нечеткой кластеризации включает в себя следующие этапы.

Этап 1. Произвольным образом выбираются начальные значения центров кластеров $\mu_{qk}, 1 \leq q \leq c, 1 \leq k \leq p$, где c – общее количество классов; p – количество параметров (изображений).

Этап 2. Вычисляется квадрат Евклидова расстояния между векторами-пикселями y_l и центрами класса μ_q для всех классов по формуле

$$d_{lq}^2 = \|y_{lk} - \mu_{qk}\|^2, \quad 1 \leq l \leq N, 1 \leq q \leq c,$$

где N – число вектор-пикселей.

Этап 3. Вычисляется матрица принадлежности U на основе использования выражения

$$u_{iq} = \left[\frac{1}{d_{lq}^2} \right]^{\frac{1}{m-1}} / \sum_{j=1}^c \left[\frac{1}{d_{lj}^2} \right]^{\frac{1}{m-1}}.$$

Этап 4. Пересчет центров кластеров

$$\mu_{qk} = \frac{1}{\sum_{l=1}^N u_{lq}^m} \sum_{l=1}^N u_{lq}^m y_{lk}.$$

Этап 5. Вычисляется выражение

$$\Delta = \max \|U^{t+1} - U^t\|.$$

Если $\Delta > \varepsilon$ (ε – заданный уровень изменения ошибки между итерациями), то переходим к этапу 4, в противном случае – конец вычислений.

Традиционно, при обработке изображений (рис. 2, а), формирование окончательного результата сегментации осуществляется на основе максимума функции принадлежности (рис. 2, б).

Анализ рис. 2, б свидетельствует о недостаточной чувствительности процедуры сегментации морской поверхности. Чувствительность может быть повышена путем увеличения числа классов c , но это, с учетом итерационного характера алгоритма, приводит к недопустимому увеличению затрат машинного времени.

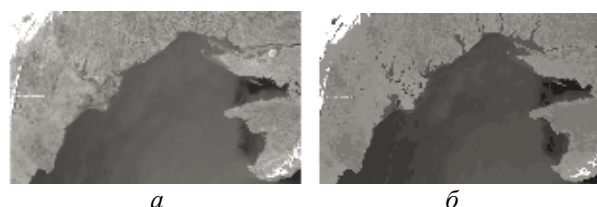


Рис. 2. Нечеткая сегментация космоснимка: а – исходное изображение; б – сегментация на 16 классов

Кроме этого, значения функции принадлежности могут иметь несколько экстремумов сопоставимой или даже равной амплитуды и такой подход, основанный на визуализации максимумов функций принадлежности, логически не обоснован, поскольку данные, заключенные в значениях функции принадлежности к каждому из классов, также содержат информацию, пригодную для анализа (рис. 3).

С другой стороны, процесс анализа каждого из классов может оказаться достаточно трудоемкой и длительной процедурой, требующей соответствующего опыта. Использование СКК для синтеза одного результирующего изображения позволяет решить эту проблему и повысить чувствительность анализа [5–7].

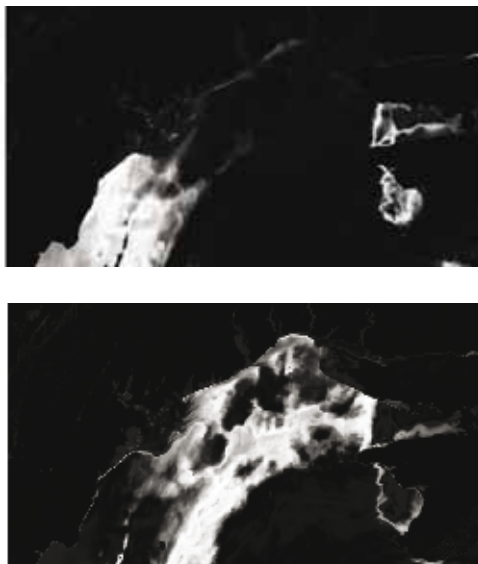


Рис. 3. Визуалізація функції приналежності при нечіткій кластеризації FCM для двох різних класів ($c=16$)

Кратко структуру работы алгоритма можно представить в следующем виде [4]:

1. Инициализация начальных значений исходных векторов синоптических весов w_j для каждого нейрона m_j (например, случайные значения из множества входных векторов).

2. Выбор вектора X из входного пространства.

3. Поиск „нейрона-победителя“ (ближайшего узла) m_c с использованием критерия подобия. Для евклидова расстояния он определяется по формуле $\arg(\min \|x - w_j\|), j=1, \dots, k$, где k – количество нейронов сети.

4. Коррекция синоптических весов всех нейронов-соседей: $w_j(n+1) = w_j(n) + \eta(n)h_{j,i(x)}(n)(x - w_j(n))$, а для остальных узлов $w_j(n+1) = w_j(n)$, где n – номер шага; $0 < \eta(n) < 1$ – параметр скорости обучения, убывающий с каждым шагом; $h_{j,i(x)}$ – функция окрестности (соседства) с центром победившего нейрона, определяющая силу взаимного влияния любой пары узлов сети – расстояние, на которое передается коррекция. Эти параметры динамически изменяются во время обучения с целью получения лучшего результата.

5. Если разность целевых функций текущего и предыдущего меньше ε , где ε – пороговое значение, то переходим к пункту 2.

Экспериментальные результаты. Проверка информативных возможностей метода была проведена на модельных и реальных данных различной физической природы.

На рис. 4 представлен результат сегментации слабоконтрастного участка космоснимка (рис. 2, а – акватория Черного моря) в целях обнаружения по-

тенциальных участков наличия углеводородных ресурсов при различных значениях размерности СКК.

Представленные эксперименты были проведены для входных значений, приведенных к диапазону 0..1, коэффициент фаззификации $m = 2$, условие выхода $EPS \leq 10^{-5}$. Начальная инициализация центров классов для FCM производится на основе метода К-средних, причем максимальное количество итераций при его использовании – 100. После FCM функция принадлежности к каждому классу трактуется как отдельное изображение, которые используются для обучения карты Кохонена.

Архитектура СКК выбиралась с учетом того, что на результаты сегментации существенное влияние оказывает как общее число нейронов в сети, которое ограничивает максимально возможное значение кластеров, так и число нейронов n_x , n_y по осям x и y ($n_x \times n_y = 5 \times 2$ и $n_x \times n_y = 20 \times 12$). Использовались две фазы обучения (грубая и точная), с гауссовой функцией модификации соседних нейронов. Диапазон изменения радиуса влияния нейрона для грубой фазы определяется как целая часть от значения $r_1 = \sqrt{(n_x^2 + n_y^2)}$, а для точной фазы как $r_2 \approx r_1 / 5$.

Полученные результаты показали существенное повышение детализации сегментированного изображения при увеличении числа классов в методе нечеткой сегментации и числа нейронов СКК.



Рис. 4. Результат иерархической сегментации космоснимка для различного количества нейронов самоорганизующейся карты Кохонена: а – 10; б – 240

На рис. 5, а-в представлены примеры изображений различных геофизических полей участка Земной поверхности, анализ которых позволяет осуществлять поиск аномальных участков.

Результаты выполнения сегментации, на основе применения метода FCM, с числом классов $c = 10$ и иерархической сегментации – синтезировался десятимерный массив изображений на основе значений функций принадлежности кластеров с последующим использованием СКК с числом нейронов $n_x \times n_y = 20 \times 12$ – представлены на рис. 6, а и рис. 6, б.

Визуальный анализ представленных результатов показывает, что в обоих случаях достаточно четко выделились области возможного наличия аномалий, причем на рис. 6, б они представлены с большей степенью детализации.

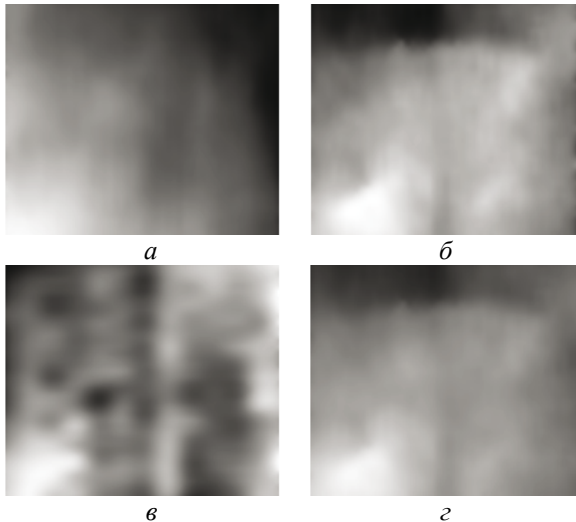


Рис. 5. Изображения геофизических полей участка Земной поверхности: а – гравитационное; б – электрическое потенциальное; в – магнитное; г – RGB

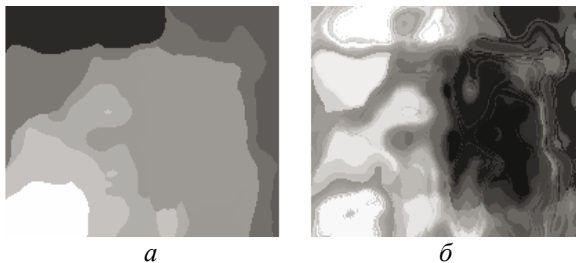


Рис. 6. Результат сегментации изображений геополей: а – FCM ($c=10$); б – сегментация $n_x \times n_y = 240$

Выводы:

- анализ и визуализация функций принадлежности классов, в рамках метода нечеткой кластеризации, открывает дополнительные информационные возможности метода FCM, а также на его основе возможен переход к нечеткому описанию (фазификации) исходных данных;
- использование нейронной сети Кохонена позволяет осуществить адаптивную дефазификацию результата метода FCM, упрощает интерпретацию результата, а так же, в определенной степени, и задачу автоматизации синтеза единого „композиционного“ изображения;
- повышение чувствительности и степени детализации результирующего изображения возможно путем варьирования числа нейронов в сети Кохонена при фиксированном числе кластеров в алгоритме нечеткой сегментации.

Список литературы / References

1. Форсайт Д. Компьютерное зрение: современный подход / Форсайт Д., Понс Ж. – М.: Вильямс, 2004.
Forsyth, D. and Ponce, J. (2004), *Computer Vision: A Modern Approach*, Williams.
2. Jain, A.K., Dubes, R.C. (1988), *Algorithms for Clustering Data*, Engelwood Cliffs: Prentice-Hall.
3. Zheru Chi, Hong Yan, Tuan Pham. (1996), *Fuzzy Algorithms: With Application to Image Processing and Pattern Recognition*, World Scientific, London.

4. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский – М.: Финансы и Статистика, 2002.

Osovskiy S. (2002), *Neironnyye seti dlya obrabotki informatsii* [Neural networks for information processing], Finansy i Statistika, Moscow, Russia.

5. Ахметшина Л. Г. Сегментация мультиспектральных изображений на основе метода нечеткой кластеризации / Ахметшина Л. Г. // Сб. научных трудов НГАУ – Днепропетровск, 2000. – Т.1. – №9. – С. 90–93.

Akhmetshina, L.G. (2000), “Segmentation of multispectral images based on fuzzy clustering method”, *Collected scientific papers NGAU*, Vol.1, no.9, pp. 90–93.

6. Ахметшина Л. Г. Сегментация мультиспектральных изображений с использованием самоорганизующихся карт Кохонена / Ахметшина Л. Г., Егоров А.А. // Сб. научных трудов НГАУ – Днепропетровск, 2002. – Т.2. – №14. – С. 154–158.

Akhmetshina, L.G. and Egorov, A.A. (2002), “Segmentation of multispectral images using Kohonen self-organizing maps”, *Collected scientific papers NGAU*, Vol.2, no.14. pp. 154–158.

7. Ахметшина Л.Г. Информационные возможности модуляционного преобразования при сегментации мультиспектральных изображений. / Ахметшина Л.Г. // Системні технології. – Дніпропетровськ, 2004. – №6. – С. 122–127.

Akhmetshina, L.G. (2004), “Information capabilities of modulation conversion in segmentation of multispectral images”, *Systemni tehnologii*, no. 6, pp. 122–127.

Мета. Підвищення чутливості візуального аналізу слабоконтрастних зображень Земної поверхні та геофізичних полів.

Методика. Збільшення розмірності простору інформативних ознак зображення, що аналізується за рахунок використання методу нечіткої сегментації початкових даних, формування нового багатовимірного масиву зображень на основі отриманих функцій приналежності класів із подальшою сегментацією нейронною мережею Кохонена.

Результати. Розроблено та експериментально досліджено метод сегментації слабоконтрастних зображень Земної поверхні та геофізичних полів.

Наукова новизна. Запропоновано нову методику формування багатовимірного інформаційного простору, оснований на використанні зображень функції приналежності класів у рамках алгоритму нечіткої сегментації з подальшим адаптивним формуванням одного результируючого зображення.

Практична значимість. Підтверджено інформативність методу результатами експериментальної перевірки на прикладах сегментації реальних слабоконтрастних зображень. Чутливість процедури сегментації, у залежності від характеру поставленої задачі, може варіювати.

Ключові слова: сегментація, зображення, функція приналежності, нейронна мережа, чутливість, адаптивність

Purpose. To increase sensitivity of visual analysis of low-contrast images of Earth surface and geophysical fields.

Methodology. We have increased the dimension of the space characteristics of the analyzed information in the image by using the method of fuzzy segmentation of initial data, and have formed new multi-dimensional array of images based on the obtained membership functions of classes with subsequent segmentation of the Kohonen neural network.

Findings. We have developed and experimentally proved the new method of segmentation of low-contrast images of the Earth surface and geophysical fields.

Originality. The new method of formation of multi-dimensional information space using images membership

classes in the fuzzy segmentation algorithm followed by the formation of an adaptive single output image.

Practical value. The informativity of the method has been approved by experimental testing on segmentation of real examples of low-contrast images. The sensitivity of the procedure of segmentation, depending on the nature of the task may vary.

Keywords: *segmentation, image, membership function, neural network, sensitivity, adaptability*

Рекомендовано до публікації докт. техн. наук В.В. Ткачовим. Дата надходження рукопису 18.07.12.

УДК 681.3

А.П. Толстопят, канд. техн. наук, ст. научн. сотр.,
В.И. Елисеев, канд. физ.-мат. наук, ст. научн. сотр.,
Т.А. Рузова, канд. техн. наук, Л.А. Флеер

Днепропетровский национальный университет
им. О. Гончара, г. Днепропетровск, Украина,
e-mail: ruzov1973@bk.ru

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ И ГАЗОВЫХ ДИСПЕРСИЙ ПРИ ВДУВЕ ЗАГЛУБЛЕННОЙ ДВУХФАЗНОЙ СТРУИ В ЖИДКОСТЬ

A.P. Tolstopyat, Cand. Sci. (Tech.), Sen. Res. Fellow,
V.I. Yeliseyev, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Sen. Res. Fellow,
T.A. Ruzova, Cand. Sci. (Tech.), L.A. Fleyer

O. Gonchar Dnepropetrovsk National University,
Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: ruzov1973@bk.ru

DISTRIBUTION OF SOLID PARTICLES AND GAS DISPERSIONS DURING INJECTION OF SUNKEN TWO-PHASE JET INTO LIQUID

Цель. Изучение картины гидрогазодинамического взаимодействия и выявление наиболее эффективных режимов дутья – путей повышения экономичности ведения процесса.

Методика. Экспериментальное исследование газожидкостного взаимодействия на прозрачной модели технологического аппарата. Модельная жидкость – вода, модельный газ – воздух (расход – 0,5 – 3,5 м³/ч). По оси сосуда устанавливалась трубка (фурма) с наружным диаметром 3 мм. Заглубление трубки в жидкость – 200 мм. Исследовалось три варианта фурм, которые различались по погружному концу, на котором варьировались параметры наконечника (сопла). Два наконечника, являясь продолжением трубки, различались внутренним диаметром, а третий – V-образный насадок, выполненный из двух патрубков. Вдуваемая среда – полистирол (расход – 30 – 100 г/мин). Регистрация процесса велась на видеокамеру с затвором ~ 1/2000 с, 25 кадр/сек в проходящем свете. Полученный видеоматериал обрабатывался на компьютере, в результате чего были выделены и оцифрованы для дальнейшего анализа оптические неоднородности, включающие как газовую фазу, так и конгломераты (уплотненные области) частиц твердой дисперсной фазы. Определены коэффициенты неравномерности распределения этих параметров в диаметральной сечении сосуда.

Научная новизна. Проведено экспериментальное исследование вдува заглубленной двухфазной струи в жидкость в ковше при различных конструкциях дутьевого устройства и режимах дутья газовой и дисперсной фаз. На основании анализа статистической обработки видеоизображений процесса выявлены эффективные режимы диспергации.

Результаты. Установлено, что 2-кратное изменение скорости газа на выходе сопла не оказывает заметного влияния на величину неоднородностей и равномерность их распределения. Выявлено, что диспергация системы V-образным патрубком в 2 раза выше, а неравномерность распределения в 3 раза меньше, чем односопловым, что отвечает более эффективному и спокойному ведению процесса. Получена в безразмерных комплексах зависимость для расчета длины погружной двухфазной струи.

Практическая значимость. Результаты исследований применяются при разработке схем внепечной обработки металла в чугуновозных ковшах.

Ключевые слова: *дутье в жидкость, обработка видеоизображения, фурма, газораспределение, струя, диспергация*

Введение. Ввод дисперсных присадок в высокотемпературные и агрессивные жидкости в потоке газовых струй является широко используемым тех-

нологическим приемом в промышленности: в горнорудной – флотация, в металлургии – конвертерная выплавка стали и внепечная обработка в ковшах, в химической промышленности – реакторы различного назначения. Наиболее часто этот прием реализу-