

УДК 517.972:514.18

О.М. Семків, канд. техн. наук, А.Н. Попова, В.М. Шатохин, д-р техн. наук, проф.

МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ЧАСТИНКИ ҐРУНТУ ПО ЛОПАТЦІ З ПРОФІЛЕМ БРАХІСТОХРОНИ РОТОРНОГО МЕТАЛЬНИКА

Наведено розрахунки руху частинки ґрунту по лопатці з профілем брахістохрони, що належить обертовому роторному колесу ґрунтометальника. Розрахунки базуються на розв'язанні задачі про брахістохрону для поля відцентрових сил інерції.

Ключові слова: металник ґрунту, обертовий ротор, форма профілю лопатки, відцентрова сила інерції, брахістохрона.

O. Semkiv, Cand. of Sc. (Eng.), A. Popova, V. Shatokhin, Doct. Of Sc. (Eng.), Prof.

MODELING OF MOVEMENT OF A SOIL PARTICLE ALONG A BLADE OF A ROTOR SOIL THROWER HAVING BRACHISTOCHRONE PROFILE

Calculations of a soil particle along a blade of a rotor soil thrower having brachistochrone profile that lies on a rotating rotor wheel of a soil thrower are submitted. These are based on the solution of a brachistochrone task for the field of centrifugal momentum force.

Keywords: soil thrower, rotating rotor, blade profile shape, centrifugal momentum force, brachistochrone.

Для гасіння лісових пожеж у місцевостях з дефіцитом джерел води актуальною є проблема створення механізмів для переміщення ґрунту в зону пожежі способом метання. На практиці застосовують роторні ґрунтометальники, які за допомогою прикріплених до обертового ротора лопаток викидають частки ґрунту до зони загоряння. Технологічні характеристики цих пристроїв істотно залежать від геометричної форми й розташування лопаток. Це вказує на актуальність дослідження форми профілю лопаток – включаючи і пошук їхньої оптимальної форми. В роботі наводяться можливості застосування форми профілю лопаток у вигляді брахістохрони у полярній системі координат [1].

У роботах [2, 3] проведені дослідження з вибору параметрів ґрунтометальника, профіль лопаток яких є прямолінійним. Перспективним буде використання лопаток з криволінійними профілями [4, 5]. Методи вибору їхньої форми й аналізу руху часток ґрунту по них до цього часу не досить розроблені. Задача вибору оптимальної форми лопатки може бути формалізована як визначення форми кривої у полі відцентрових сил інерції, яка забезпечує мінімальний час руху. Прототипом є задача про брахістохрону у полі відцентрових сил [1]. Зазначимо, що класична задача про брахістохрону для однорідного поля сил ваги була відправною точкою при створенні варіаційного числення [6].

На основі одержаного [4, 5] опису брахістохрони у полярній системі координат визначити основні параметри ґрунтометального механізму.

Опис профілю лопатки доцільно проводити у полярній системі координат. Нехай точки A і B розташовані в центральному полі сил відштовхування – відцентрових сил із центром у точці O (рис. 1). Проведемо через точки A, B і центр O площину й розглянемо криві, що з'єднують ці точки й розташовані на даній площині. Виберемо із цих кривих таку, щоб матеріальна точка, яка виходить із A зі швидкістю $v_0 = 0$ і рухається лише під дією відцентрової сили, досягне точки B за мінімальний час. Уведемо полярну систему координат ρ, φ із центром у зазначеній точці. Поточні координати точки M позначимо, як ρ і φ ; координати точок A і B нехай будуть відповідно ρ_0, φ_0 й ρ_1, φ_1 .

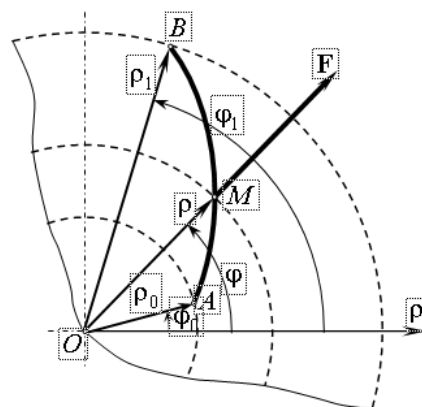


Рисунок 1 — Схема для побудови брахістохрони у полі відцентрових сил

Вважатимемо, що при розрахунках буде враховуватися тільки потенціальна енергія відцентрової сили інерції. З погляду впровадження це найбільш важливий випадок. У технологічних пристроях кутова швидкість така, що вплив сил ваги на рух точки є незначним. При аналізі руху в горизонтальній площині це застереження взагалі виявляється зайвою.

В роботах [4, 5] для опису сім'ї брахістохрон у полярній системі координат одержано однорідне диференціальне рівняння другого порядку зі змінними коефіцієнтами щодо полярного кута $\varphi(t)$:

$$\ddot{\varphi} + \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^{-1} \left(\frac{d^2s}{d\varphi^2} + \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^2 \frac{\rho^2 + 2\rho'^2 - \rho'\rho''}{(\rho^2 + \rho'^2)^{\frac{3}{2}}} f \right) \dot{\varphi}^2 + 2\omega f \dot{\varphi} - \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^{-1} \frac{\omega^2 \rho(\rho' + \rho f)}{\sqrt{\rho^2 + \rho'^2}} = 0. \quad (1)$$

Рівняння (1) необхідно інтегрувати з початковими умовами: при $t=0$ $\varphi = \varphi_0$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$. На рис. 2 наведено графіки залежностей $\rho(\varphi)$ у полярній системі координат для граничних значень ρ_0^* . Значення $\rho_1 = 0,632$ м, а кут φ_1 приймався кратним 20° . Тобто кожна з кривих, зображених на рис. 2 може служити профілем лопатки ротора металюного механізму.

Якісний аналіз графіків на рис. 2 дозволяє зробити висновок, що однією з найважливіших характерних рис оптимальних кривих є те, що вони проходять дотично до радіуса, який належить початковій точці руху частки. Фізично це означає, що на початковому етапі руху сила (відцентрова сила інерції) близька до напрямку руху, тобто забезпечує максимальне прискорення, що не можливо при використанні прямолінійної лопатки. Випадок, коли прямолінійна лопатка розташована уздовж радіуса, не задовільний з технологічної точки зору.

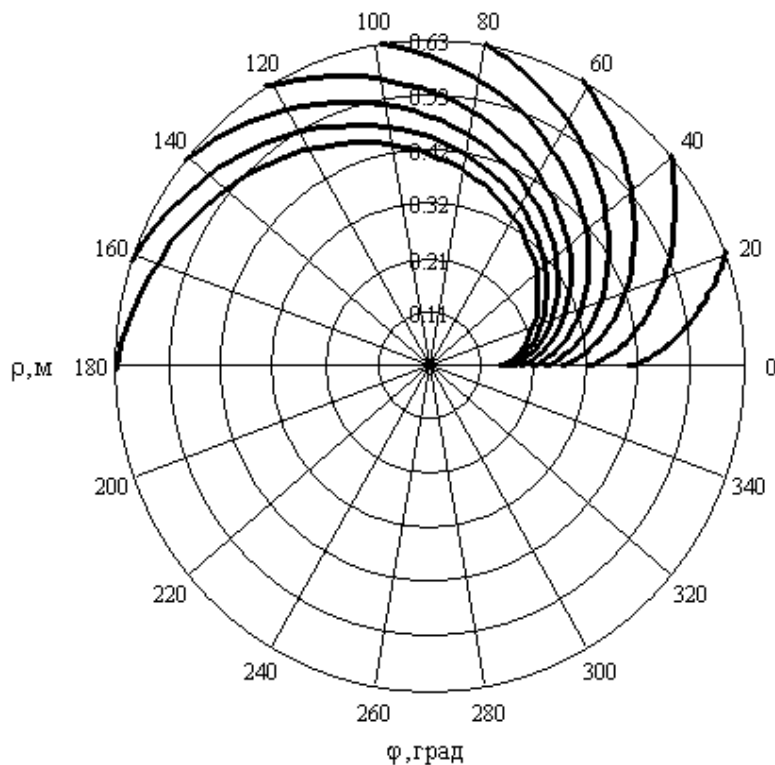


Рисунок 2 — Графіки функцій $\rho(\varphi)$ для граничних значень ρ_0^* при різних значеннях φ_1

При цьому довжина дуги й радіус кривини знайденої кривої визначається відповідно за формулами:

$$s = s(\varphi) = \int_{\varphi_0}^{\varphi} ds = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{\rho^2 + \rho'^2} d\varphi; \quad \rho_k(\varphi) = \frac{(\rho^2 + \rho'^2)^{\frac{3}{2}}}{\rho^2 + 2\rho'\rho''}, \quad (2)$$

де $\rho' = \frac{d\rho}{d\varphi}$, $\rho'' = \frac{d^2\rho}{d\varphi^2}$.

Тоді вирази для величини швидкості й дотичного прискорення можна представити так:

$$v_{r\tau} = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \dot{\varphi}; \quad (3)$$

$$a_{r\tau} = \frac{dv_{r\tau}}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d^2s}{d\varphi^2} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \frac{ds}{d\varphi} \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2s}{d\varphi^2} \dot{\varphi}^2 + \frac{ds}{d\varphi} \ddot{\varphi}, \quad (4)$$

де точкою позначена похідна за часом.

Далі наведемо деякі результати досліджень руху частки ґрунту із застосуванням розробленої математичної моделі для лопатки оптимальної форми із прийнятими значеннями $\rho_0 = 0,496$ м, $\rho_1 = 0,632$ м, $\varphi_0 = 0$, $\varphi_1 = 20^\circ$. Для частоти обертання ротора й коефіцієнт тертя бралися відповідно значення: $n = 222 \text{ об/с}^1$; $f = 0,1$.

Після інтегрування диференціального рівняння (1) з відповідними початковими умовами, за формулою (3) визначена залежність відносної швидкості частки ґрунту від часу,

яка представлена на рис. 3 на інтервалі зміни часу τ , де $\tau = 0,0506 \text{ с}$ – час руху частки по лопатці. Зазначений час визначався як корінь рівняння $\varphi(t) - \varphi_1 = 0$.

Важливими технологічними характеристиками пристрою є абсолютна швидкість і кут сходу частки з лопатки.

Кут повороту ротора ψ будемо відраховувати від вертикалі у напрямку обертання, коли крайка лопатки B перебуває в найнижчому положенні. У момент сходу частки ґрунту з лопатки

$$\psi_0 = \omega \tau. \quad (5)$$

Тоді проекції переносної швидкості частки ґрунту в момент сходу з лопатки

$$v_{0e} = \omega R_2, \quad (6)$$

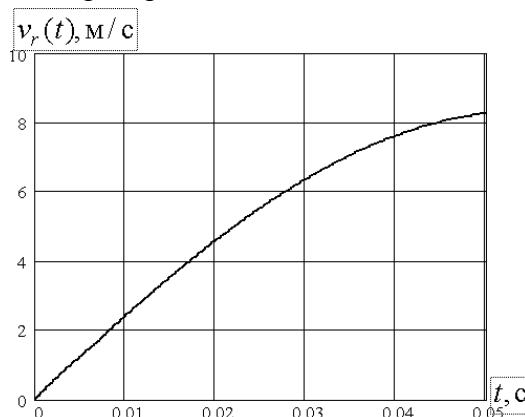


Рисунок 3 — Залежність відносної швидкості частки від часу

а її проекції на горизонтальну й вертикальну нерухомі осі

$$v_{0e_x} = v_{0e} \cos \psi_0; \quad v_{0e_y} = v_{0e} \sin \psi_0. \quad (7)$$

Для визначення кута α вильоту частки з лопатки відносно горизонту необхідно врахувати [4, 5] переносну (відцентрову) силу інерції Φ_e та дотичну τ , спрямовану у бік зростання дугової координати s . Тоді α визначається кутом між вектором Φ_e і одиничним вектором дотичної τ .

Проекції відносної швидкості на зазначені осі:

$$v_{0r_x} = v_{0r} \sin(\psi_0 + \alpha); \quad v_{0r_y} = -v_{0r} \cos(\psi_0 + \alpha). \quad (8)$$

Тоді для проекцій абсолютної швидкості і її модуля маємо:

$$v_{0_x} = v_{0r_x} + v_{0e_x}; \quad v_{0_y} = v_{0r_y} + v_{0e_y}; \quad v_0 = \sqrt{v_{0_x}^2 + v_{0_y}^2}. \quad (9)$$

Кут, утворений вектором швидкості \mathbf{v}_0 з горизонтом (кут сходу) слід обчислювати за формулою:

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{v_{0_y}}{v_0}. \quad (10)$$

На рис. 4 показані залежності абсолютної швидкості й кута сходу частки ґрунту з лопатки від коефіцієнта тертя f (визначається властивостями ґрунту).

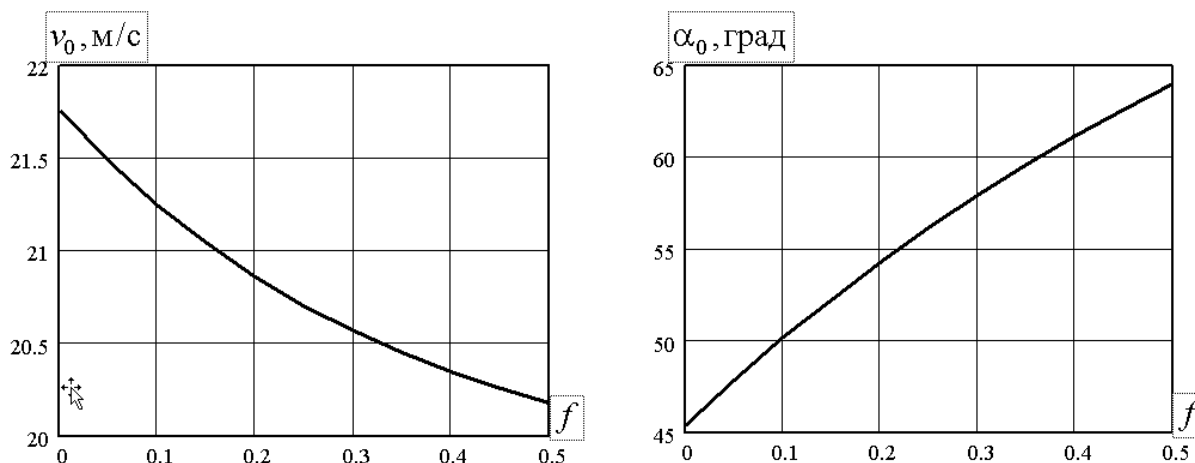


Рисунок 4 — Вплив коефіцієнта тертя на:
 а) абсолютну швидкість при сході частки з лопатки;
 б) кут вильоту частки з лопатки

Показано, що при значних змінах f у межах від 0 до 0,5 швидкість змінилася мало – приблизно на 7%, кут сходу – істотно – на 41%.

Проведено розрахунки по вивченню впливу частоти обертання ротора на кінематичні характеристики руху частки. Виявилось, що збільшення частоти обертання n з 200 об/хв до 300 об/хв (50%) не істотно позначилося на куті сходу (зменшився менш чим на 4%), що відповідає кут повороту ротора взагалі практично не змінився. Значно при цьому міняється абсолютна швидкість сходу частки (на 47%). На рис. 5 показана відповідна залежність.

Цей результат важливий з технологічної точки зору - оптимальний кут сходу при зміні частоти обертання не змінюється. Збільшення частоти обертання приведе до зростання дальності кидання ґрунту й при цьому кут сходу буде залишатися близьким до оптимального.

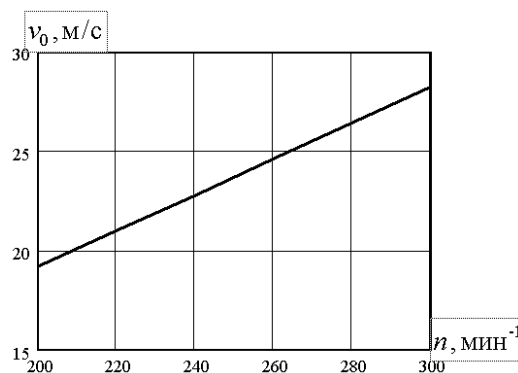


Рисунок 5 — Залежність швидкості частки при сході з лопатки від частоти обертання ротора

Висновки. Проведені дослідження дозволили виявити головні залежності між параметрами зазначеного ґрунтометального механізму. Наприклад, залежність відносної швидкості частки при русі по лопатці від часу, або залежність швидкості частинки ґрунту при сході з лопатки від частоти обертання ротора.

Отримані результати були отримані під час створення технічних засобів, придатних для гасіння лісових пожег із застосуванням підручних засобів пожежогасіння.

Подальші дослідження, пов'язані з визначенням особливостей брахістохронних профілів лопаток, обумовленою їхньою формою й характером входження в ґрунт, визначенням об'єму захоплюваного ґрунту та зусиллями при входженні лопатки в ґрунт, тощо.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шатохин В.М., Шатохина Н.В. Оптимальные траектории движения точки, перемещающейся под действием центробежной силы инерции // Восточно-Европейский журнал передовых технологий.– Харьков, 2012.– Вып. 4/7 (58).– С. 9-14.

2. Попова А.М., Шатохін В.М. Дослідження руху частки ґрунту по лопатці: результати комп'ютерних експериментів // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012.– Вип. 4.–Т. 54.– С. 135-144.
3. Семків О.М., Попова А.М. Дослідження траєкторії руху частки ґрунту після її вильоту з робочої поверхні лопатки роторного ґрунтометальника // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету.–Мелітополь: ТДАТУ, 2012.– Вип. 4.– Т. 54.– С. 126-134.
4. Семків О.М., Шатохін В.М., Попова А.Н. Исследование движения частицы грунта по лопатке с профилем оптимальной формы в поле центробежных сил инерции // Міжвідомчій науково технічний збірник “Технічна естетика і дизайн”.– К.: КНУБА.– 2012.– Вип. 11.– С. 165-174.
5. Семків О.М, Шатохін В.М., Попова А.М. Опис руху частки ґрунту по лопатці із профілем брахістохрони у полі відцентрових сил інерції // Геометричне та комп'ютерне моделювання: Збірник наукових праць.– Харків: ХДУХТ.– 2012.– Вип. 30.– С. 190-200.
6. Эльсгольц Л.В. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.– М.: Наука, 1969.– 279 с.

