СПЕКТР МАС КВАРКОНІЇВ З ВРАХУВАННЯМ ТЕНЗОРНИХ СИЛ

І.І.Гайсак, В.І.Лендєл, В.С.Морохович

Ужгородський державний університет, 88000, Ужгород, вул. Волошина, 32

У квазірелятивістській потенціальній кварковій моделі розглянуто спектр мас векторних і псевдоскалярних мезонів. За відправну точку взято систему рівнянь Раріти-Швінгера. В якості кварк-антикваркового потенціалу взято КХД мотивований потенціал із змішаною лоренц-структурою. Отримано хороші результати по надтонкому розщепленню для важких кваркових систем, *без застосування методу збурень.*

Нерелятивістична потенціальна кваркова модель базується на рівнянні Шредінгера з міжкварковим потенціалом виду

$$V_0(r) = V_Q + V_C\,, \tag{1}$$

де $V_Q(r) = -\dfrac{\alpha}{r}$ - короткодіюча частина потенціалу (одноглюонний член),

$V_C = \beta r \quad (\beta r^2, ...)$ - далекодіюча частина потенціалу (конфайментний член).

Рівняння з таким потенціалом дозволяє обчислювати радіальні і орбітальні збудження $(q\bar{q})$-системи [1,2]. Для розгляду релятивістських ефектів (обумовлених спіном) застосовують або рівняння Дірака (релятивістська модель) [3, 4] або квазірелятивістське рівняння Шредінгера з потенціалом, в якій включена спін-орбітальна і спін-спінова взаємодія:

$$V(r) = V_0 + V_{SL} + V_{SS} + V_T \tag{2}$$

Тут V_0 -центральна частина потенціалу, V_{SL} -спін-орбітальна взаємодія, V_{SS} -спін-спінова та тензорний потенціал V_T [5-9].

В квазірелятивістському підході спіново-залежні члени, як правило, беруться з так званого узагальненого гамільтоніана Брейта-Фермі, а саме

$$\begin{aligned} V_{SL} &= \frac{1}{2m^2 r}\left[3\frac{dV_V}{dr} - \frac{dV_S}{dr}\right]\left(\hat{\vec{L}}\hat{\vec{S}}\right), \\ V_T &= \frac{1}{m^2}\left\{\frac{1}{r}\frac{dV_V}{dr} - \frac{d^2V_V}{dr^2}\right\}\hat{S}_{12}, \\ V_{SS} &= \frac{2}{3m^2}\nabla^2 V_V\left(\hat{\vec{S}}_1\hat{\vec{S}}_2\right), \end{aligned} \tag{3}$$

де $\hat{S}_{12} = \dfrac{\left(\hat{\vec{S}}_1\vec{r}\right)\left(\hat{\vec{S}}_2\vec{r}\right)}{r^2} - \dfrac{\hat{\vec{S}}_1\hat{\vec{S}}_2}{3}$ - тензорний оператор, V_V - векторна частина потенціалу, V_S - скалярна.

Як бачимо, для врахування спінових ефектів (тонка і надтонка структура) важливим моментом є вибір лоренцової структури потенціалу кварк-антикваркової взаємодії. В літературі домінують два підходи. В першому із них одноглюонний член розглядається як чисто векторна частина потенціалу, а конфаймент – як чисто скалярна частина потенціалу [10]. В другому підході – частина конфайментного потенціалу розглядається як компонента лоренц-вектора [8,11,12]:

$$\begin{aligned} V_V &= -\frac{\alpha}{r} + \beta_V r\,, \\ V_S &= \beta_S r\,, \end{aligned} \tag{4}$$

$$V_0 = V_V + V_S = -\frac{\alpha}{r} + (\beta_V + \beta_S) r \,.$$

Користуючись формулами (3) і беручи потенціал у виді (4), отримаємо слідуючі вирази

$$V_{SL} = \frac{1}{2m^2}\left[3\frac{\alpha}{r^3} + 3\frac{\beta_V}{r} - \frac{\beta_S}{r}\right]\left(\hat{\vec{L}}\hat{\vec{S}}\right),$$

$$V_T = \frac{1}{m^2}\left\{\frac{3\alpha}{r^3} + \frac{\beta_V}{r}\right\}\hat{S}_{12}\,, \tag{5}$$

$$V_{SS} = \frac{4}{3m^2}\left\{\frac{\beta_V}{r} - 2\pi\alpha\delta(r)\right\}\left(\hat{\vec{S}}_1\hat{\vec{S}}_2\right).$$

Двокваркова система може знаходитись в синглетному і триплетному спінових станах (табл.1).

Таблиця 1. Стани двоферміонної системи

	Синглетний стан (S=0)		Триплетний стан (S=1)	
P / J	+	-	+	-
0	----	$^1S_0$	$^3P_0$	------
1	$^1P_1$	------	$^3P_1$	$^3S_1 + {}^3D_1$
2	-------	$^1D_2$	$^3P_2 + {}^3F_2$	$^3D_2$

Синглетні стани $(q\bar{q})$ - системи описуються рівнянням Шредінгера

$$\frac{d^2 v}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V_C\right] v = 0\,. \tag{6}$$

Основний триплетний стан системи $(q\bar{q})$ з від'ємною парністю (P=-1) описується системою рівнянь Раріти-Швінгера [13]:

$$\begin{cases} u'' + \left[k^2 - V_C\right]u = \sqrt{8}V_T w \\ w'' + \left(k^2 - \frac{6}{r^2} - V_C + 2V_T + 3V_{SL}\right)w = \sqrt{8}V_T u \end{cases} \tag{7}$$

де $u(r)$ - радіальна хвильова функція при $L=0$, $w(r)$ - хвильова функція при $L=2$, а $V_C = V_0 + V_{SS}$ - центральна частина потенціалу.

Так як спінові члени містять сингулярності ($\delta(r)$ та $\frac{1}{r^3}$), у квазірелятивістському наближенні тонке і надтонке розщеплення, як правило, розраховують в рамках теорії збурення. Але, оскільки, квазірелятивістський підхід є лише розкладом релятивістської амплітуди розсіяння з точністю до величини $\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2$, то сингулярні члени можуть скоротитися в слідуючому наближенні. Допустимо знехтувати сингулярними членами і розглянути надтонке розщеплення як різницю величин власних значень рівнянь (6) і (7).

У згадуваних роботах [8, 9, 12] найкраще узгодження отримують при β=0.18 ГеВ^2. При описі $(q\bar{q})$ - системи, ми варіювали параметри β_V і β_S (при $\beta_V+\beta_S$=0.18 ГеВ^2) для узгодження з експериментом щеплення мас 1^{--}- стану (в таблицях помічено підчеркуванням). Отримані результати приведені в таблицях 2-8. Результати порівняно з експериментальними даними [14].

Біжуча константа зв'язку визначається по формулі

$$\alpha_S\left(q^2\right)=12\pi/\left[\left(33-2n_j\right)\ln\left(q^2/\Lambda^2\right)\right], \qquad (8)$$

де $\Lambda=\Lambda_{\text{КХД}}$=140 MeV, n_j=3 для легких і змішаних мезонів, n_j=4 для (cc) і (bb)-кварконіїв. Для корнельського потенціалу надтонке розщеплення мезонів, спостережуване на експерименті, можна описати з доброю точністю, якщо вибрати $q=2\mu_{ij}$ (приведена маса системи) [15].

Таблиця 2. Спектр мас чармонію

$(c\bar{c})$: α=0.29; β_V=0.04 GeV^2; β_S=0.14 GeV^2; m=1.5 GeV									
	$M^E(\eta)$, MeV	$M^T(\eta)$, MeV	$M^E(J)$, MeV	$M^T(J)$ MeV	Δ^E, MeV	Δ^T, MeV	P_D, %	E_{SD}, %	$\langle r\rangle$, fm
1S	2980 (0^{-+})	2973	3097 (1^{--})	<u>3097</u>	117	124	0.6	4	0.3
2S	3590 ($?^{?+}$)	3773	3685 (1^{--})	3801	95	28	8.0	80	0.9

Таблиця 3. Спектр мас боттомонію

$(b\bar{b})$: α=0.15; β_V=0.04 GeV^2; β_S=0.14 GeV^2; m=4.7 GeV									
	$M^E(?)$ MeV	$M^T(?)$, MeV	$M^E(\Upsilon)$, MeV	$M^T(\Upsilon)$, MeV	Δ^E, MeV	Δ^T, MeV	P_D, %	E_{SD}, %	$\langle r\rangle$, fm
1S	------	9438	9460 (1^{--})	<u>9460</u>	------	22	0.02	0.1	0.17
2S	------	10036	10023(1^{--})	10042	------	6	0.3	2.0	0.6
3S	------	10227	10355(1^{--})	10231	------	4	1.2	0.5	1.0

Таблиця 4. Спектр мас $(u\bar{u})$-системи

$(u\bar{u})$: α=0.54; β_V=0.01 GeV^2; β_S=0.17 GeV^2; m=0.33 GeV									
	$M^E(\pi)$ MeV	$M^T(\pi)$, MeV	$M^E(\rho)$, MeV	$M^T(\rho)$, MeV	Δ^E, MeV	Δ^T, MeV	P_D, %	E_{SD}, %	$\langle r\rangle$, fm
1S	140(0^{-+})	495	770 (1^{--})	<u>770</u>	630	275	0.7	17	0.7
2S	1300(0^{-+})	1359	1450(1^{--})	1455	150	96	1.3	20	2.0
3S	1770(0^{-+})	1720	1700(1^{--})	1785	70	65	1.5	6	3.0

Таблиця 5. Спектр мас $(c\bar{s})$-системи

$(c\bar{s})$: α=0.376; β_V=0.02 GeV^2; β_S=0.16 GeV^2; m=0.897 GeV									
	$M^E(D_S)$, MeV	$M^T(D_S)$ MeV	$M^E(D_S{*})$ MeV	$M^T(D_S{*})$ MeV	Δ^E, MeV	Δ^T, MeV	P_D, %	E_{SD}, %	$\langle r \rangle$, fm
1S	1969 (0^-)	1973	2110($?^?$)	2110	141	137	0.5	4.0	0.4

Таблиця 6. Спектр мас $(u\bar{b})$-системи

$(u\bar{b})$: α=0.469; β_V=0.004 GeV^2; β_S=0.176 GeV^2; m=0.62 GeV									
	$M^E(B)$, MeV	$M^T(B)$ MeV	$M^E(B{*})$, MeV	$M^T(B{*})$ MeV	Δ^E, MeV	Δ^T, MeV	P_D, %	E_{SD}, %	$\langle r \rangle$, fm
1S	5279 (0^-)	5276	5330(1^-)	5330	51	54	0.03	0.4	0.4

Таблиця 7. Спектр мас $(c\bar{u})$-системи

$(c\bar{u})$: α=0.503; β_V=0.01 GeV^2; β_S=0.17 GeV^2; m=0.56 GeV									
	$M^E(D)$, MeV	$M^T(D)$ MeV	$M^E(D{*})$, MeV	$M^T(D{*})$ MeV	Δ^E, MeV	Δ^T, MeV	P_D, %	E_{SD}, %	$\langle r \rangle$, fm
1S	1869 (0^-)	1861	2010(1^-)	2010	141	149	0.2	3.0	0.5

Таблиця 8. Спектр мас (su)-системи

$(\bar{s}u)$: α=0.630; β_V=0.0177 GeV^2; β_S=0.1623 GeV^2; m=0.424 GeV									
	$M^E(K)$, MeV	$M^T(K)$ MeV	$M^E(K{*})$, MeV	$M^T(K{*})$ MeV	Δ^E, MeV	Δ^T, MeV	P_D, %	E_{SD}, %	$\langle r \rangle$, fm
1S	494 (0^-)	492	892(1^-)	892	398	400	1.5	18	0.5
2S	1460(0^-)	1751	1680(1^-)	1855	220	104	5.0	29	1.5

В хвильових функціях векторних мезонів вклад D-хвилі становить десяті долі процента. Однак, вклад D–хвилі в енергетичний спектр становить до десятка процента. Зв'язано це з тим, що в енергетичний спектр входить інтерференційний член. Знаючи хвильову функцію, можна визначити вклад кожної компоненти гамільтоніана в велечину рівня енергії

$$E = \langle \psi_S + \psi_D | \hat{H} | \psi_S + \psi_D \rangle \qquad (9)$$

Хвильова функція має вид

$$\psi = \frac{v(r)}{r} Y^1_{101} + \frac{w(r)}{r} Y^1_{121}, \qquad (10)$$

де для спін-орбітальної частини хвильової функції взято позначення Y^M_{JLS}, а результат дії тензорного оператора рівний

$$\hat{S}_{12} Y^1_{101} = \sqrt{8} Y^1_{121} \qquad (11)$$

Тоді величину енергії можна розбити на компоненти

$$E = E_S + E_D + E_{SD}, \qquad (12)$$

де виділено відповідно вклади S-, D-хвиль та інтерференційний. Останній має вид

$$E_{SD} = 4\sqrt{2}\int_0^\infty v(r)w(r)V_T(r)dr. \qquad (13)$$

В таблицях 2-8, крім спектру мас псевдоскалярних та векторних мезонів наведено також величини домішку D-хвилі в хвильовій функції векторного мезону, вклад інтерференційного члена E_{SD}, та середньоквадратичного радіусу $\langle r \rangle$. Середньоквадратичний радіус 0,7 фм. відповідає умовам утворення кварк-антикваркової пари $(u\bar{u})$ (розриву струни). Для станів, в яких дана величина перекривається, необхідно модифікувати потенціальну модель з врахуванням відкриття нового каналу.

1. E. Eichten et al, Phys. Rev. **D21** (1980) 203.
2. S. Godfrey and N. Isgur, Phys. Rev.**D32** (1985) 189.
3. D.D. Brayshaw, Phys.Rev. **D36** (1987) 1465.
4. A.O. Barut, Fortschr. Phys. **33** (1985) 319.
5. S.Chalupka, V.Lengyel, P.Petreczky, F.Paccanoni and M.Salak, Nuov. Chim., **107A** (1994) 1557.
6. W.Buchmuller, Phys.Lett., **112B** (1982) 479.
7. С.Халупка, В.Лендєл та ін., УФЖ **т.41** (1996) 773.
8. D.Ebert, V.O.Galkin, R.N.Faustov, Phys.Rev. **D57** (1998) 5663.
9. I.M.Narodetskii, R.Ceuleneer, C.Semay, J.Phys.G:Nucl.Part.Phys.**18** (1992) 1901.
10. W. Lucha, F. Shoberl and D. Gromes, Phys. Rep. **200** (1991) 127.
11. D.Ebert, R.N.Faustov, V.O.Galkin, Eur.Phys.J. **C7** (1999) 539.
12. V.Lengyel, V.Rubisch, Yu.Fekete, S.Chalupka, M.Salak, Condensed Matter Physics **1** (1998) 575.
13. Rarita W., Schwinger J.,Phys.Rev. **59** (1941) 436.
14. Particle Data Group, Phys. Rev. **D54** (1996) 528.
15. А.М.Бадалян, ЯФ **т.46** (1987) 1213.

QUARKONIUM MASS SPECTRA WITH TENZOR FORCE ACCOUNT

I.I. Haysak, V.I. Lengyel, V.S. Morokhovich

Department of Theoretical Physics, Uzhgorod State University,Voloshyna Str. 32, UA-88000

Mass spectra of the vector and pseudoscalar mesons in the quasirelativistic approach are considered in the frame of Rarita-Schwinger equations. The quark-antiquark QCD motivated potential of mixed Lorenz structure are used. Good numerical results on hyperfine splitting for heavy quark systems outside pertubative approach are obtained.