

РОЗРАХУНОК СПЕКТРУ ЯДЕР ${}^6\text{He}$ ТА ${}^{18}\text{Ne}$ В АДІАБАТИЧНІЙ МОДЕЛІ ЯДРА

М.М. Капустей, Р.М. Плекан, В.Ю. Пойда, І.В. Хіміч

Ужгородський національний університет, кафедра ядерної фізики,
88000, м. Ужгород, вул. Капітульна, 9а, Україна
E-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua

Проведено теоретичний опис енергетичного спектру збуджених станів ядер в рамках адіабатичної тричастинкової оболонкової моделі ядра в термінах колективних змінних, а саме: гіперрадіуса R , гіперкута α і звичайних сферичних кутів (θ_i, φ_i) , $i=1,2$. В основі моделі лежить припущення про сепарабельність руху валентних нуклонів ядра на швидкий рух по кутовим змінним і адіабатичний (повільний) вздовж гіперрадіуса R . Введено зручне для опису поняття потенціального терма нуклонів ядра $U_\mu(R)$. Прілюстровано ефективність адіабатичного підходу на прикладі чисельного розрахунку енергетичного спектру низьколежачих збуджених станів ядер ${}^6\text{He}$ та ${}^{18}\text{Ne}$, у яких в незаповненій оболонці містяться два нуклони.

1. Кінцевою метою теорії ядра є пояснення і теоретичний опис спостережуваних на експерименті характеристик і властивостей ядра на основі знань про взаємодію між нуклонами, з яких складається ядро. Щоб розв'язати основну задачу теорії ядра потрібно зробити ряд модельних припущень. Одне з основних припущень полягає в тому, що найбільш важливі властивості ядер можна отримати із рівняння Шредінгера. Друге основне припущення – існування оболонкової структури в ядрах, що є твердо встановленим фактом.

Неможливість точного розв'язку багаточастинкового рівняння Шредінгера вимушує до пошуку наближених методів його розв'язання. Найбільш відомими з них є: метод Хартрі-Фока [1], метод Фешбаха [2], метод сильного зв'язку каналів [3], варіаційний підхід [4], метод К-гармонік [5] та інші. Кожний з перерахованих методів має свої характерні особливості і недоліки.

Врахування в теорії ядра ефектів спарювання нуклонів одного сорту, які відіграють важливу роль у формуванні збуджених станів ядер, а також вивчення

кутових і радіальних кореляцій нуклонів приводить до необхідності мати метод розрахунку стаціонарних станів ядер, який виходить за рамки традиційних одночастинкових наближень типу Хартрі-Фока [1].

З цією метою до розв'язку певних задач в теорії ядра в роботах [6, 7] запропоновано гіперсферичний адіабатичний підхід (ГАП), який є виходом за рамки одностатистичного наближення.

Актуальним є подальший розвиток та застосування цього підходу до досліджень в рамках адіабатичної багаточастинкової оболонкової моделі ядра енергетичного спектру ядер із врахуванням у випадку валентних протонів крім сильної взаємодії також і кулонівської взаємодії. Нагадаймо, що в основі нової так званої адіабатичної оболонкової моделі ядра [6, 7] лежить припущення про сепарабельність руху валентних нуклонів ядра на швидкий рух нуклонів по кутовим змінним, тобто на сфері $S^5(\Omega)$ і адіабатичний (повільний) рух нуклонів вздовж гіперрадіуса R .

У випадку ядра A_ZX з двома валентними нуклонами опис ядра в методі ГАП проводиться в термінах колективних

змінних, роль яких відіграють гіперрадіус R і гіперкут α

$$R = (r_1^2 + r_2^2)^{1/2}, \quad \alpha = \arctg(r_2 / r_1) \quad (1)$$

та звичайні сферичні кути $\xi_i = \{\varphi_i, \theta_i\}$, $i=1,2$.

В адіабатичній багаточастинковій оболонковій моделі ядра [6, 7], так само як і в традиційній багаточастинковій моделі ядра [8], враховується залишкова взаємодія, тобто кореляції між нуклонами, але проводиться це зовсім іншим досконалішим способом з використанням поняття адіабатичного потенціального терма нуклонів ядра $U_\mu(R)$.

Відомо, що найбільш коректно і послідовно парні кореляції нуклонів, які приводять, зокрема, до існування надплинних станів ядер [9], враховуються [10, 11] в надплинній моделі ядра на основі формалізму вторинного квантування.

У даній роботі пропонується парні кореляції між нуклонами враховувати в потенціальному підході в рамках адіабатичної оболонкової моделі ядра, яка базується на припущенні існування середнього самоузгодженого поля моделі оболонок, але в ній враховується також і залишкова взаємодія валентних нуклонів ядра. Отже, припускається, що окремі нуклони в ядрі описуються набором квантових чисел n, l, j, m моделі незалежних частинок.

2. У адіабатичній оболонковій моделі ядра ефективно самоузгоджене поле моделюється статичним сферично-симетричним потенціалом Вудса-Саксона [12]

$$U_i(r_i) = \left(-V_0 - 2V_1 \frac{N-Z}{A} t_z \right) \left(1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a_0} \right) \right)^{-1} + V_k \left(\frac{1}{2} - t_z \right), \quad i=1,2, \quad (2)$$

де у випадку валентних протонів потенціал кулонівської взаємодії V_k моделюється для простоти у вигляді [12]

$$V_k = \sum_{i=1}^2 V_k(r_i), \quad (3)$$

де

$$V_k(r_i) = \begin{cases} \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{r_i}{R_0} \right)^2 \right] \frac{e^2(z-1)}{R_0}, & r_i \leq R_0 \\ \frac{e^2(z-1)}{r_i}, & r_i > R_0 \end{cases} \quad (4)$$

Тут $V_k(r_i)$ - потенціальна енергія взаємодії i -ого нуклона з кулонівським полем рівномірно зарядженої кулі.

Для спрощення подальших розрахунків залишкова сильна взаємодія валентних протонів моделюється потенціалом з нульовим радіусом дії із врахуванням відштовхування нуклонів на малих відстанях [12]

$$V_s = -V_{12} \left[1 - g\rho \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \right] \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2). \quad (5)$$

Кулонівська взаємодія валентних протонів має вигляд

$$V_c = \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}. \quad (6)$$

Член $\rho \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right)$ у (5) ефективно врахо-

вує відштовхування нуклонів на малих відстанях і має зміст сумарної одночастинкової густини нуклонів. Відносний внесок відштовхування визначається константою g ($g > 0$). Такий вибір залишкової взаємодії істотним чином спрощує надалі алгоритм розрахунку енергетичного спектру, бо дозволяє в явному аналітичному вигляді обчислити її матричні елементи і в той же час, мабуть, не спотворює реальної ситуації, хоча в майбутньому можна буде розглянути і більш реалістичні моделі взаємодії.

Спін-орбітальна взаємодія i -ого нуклона має вигляд

$$W_i(r_i) = -\chi' \frac{1}{r_i} \frac{\partial U_i(r_i)}{\partial r_i}, \quad i=1,2. \quad (7)$$

Отже, в рамках двонуклонної адіабатичної оболонкової моделі ядра потенціальна енергія $V(R, \Omega)$ розглядуваної системи в термінах колективних змінних має вигляд [13]

$$V(R, \Omega) = U_1(R \cos \alpha) + W_1(R \cos \alpha)(l_1 \cdot s_1) + U_2(R \sin \alpha) + W_2(R \sin \alpha)(l_2 \cdot s_2) + V_3 + V_c \quad (8)$$

Зауважимо, що опис стаціонарних станів деформованих ядер, середнє самоузгоджене поле яких моделюється анізотропним потенціалом Вудса-Саксона, приведений в [14].

Як показано в роботах [6, 7], задача на знаходження енергетичного спектру кластерних ядер зводиться до розв'язання наступних двох послідовних задач. По-перше, до задачі знаходження адиабатичних потенціальних термів нуклонів $U_\mu(R)$ та відповідних базисних функцій $\Phi_\mu(R, \Omega)$ шляхом чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по змінній α

$$\left[\frac{d^2}{d\alpha^2} - \frac{l_1(l_1+1)}{\cos^2 \alpha} - \frac{l_2(l_2+1)}{\sin^2 \alpha} + U_\mu(R) \right] \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) + R^2 \sum_{j_1 j_2 l_1 l_2} V_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) = 0, \quad (9)$$

і, по-друге, до знаходження радіальних функцій $F_\mu(R)$ та енергетичного спектру E зв'язаних станів нуклонів на основі чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по змінній R

$$\left\{ -\frac{d^2}{dR^2} - \frac{1}{4R^2} + U_\mu(R) - 2E \right\} F_\mu(R) + \sum_{\mu'} \left\{ H_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R) + Q_{\mu\mu'}(R) \frac{d}{dR} F_{\mu'}(R) + \frac{d}{dR} [Q_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R)] \right\} = 0 \quad (10)$$

Явний вигляд матричних елементів $V_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha)$ та конструкція базисних функцій $\Phi_\mu(R, \Omega)$ приведені в [6, 7].

3. Проілюструємо нижче ефективність методу ГАП в рамках тричастинкової оболонкової моделі на прикладі розрахунку енергетичного спектру низьколежачих збуджених станів ядер ${}^6_2\text{He}$ та ${}^{18}_{10}\text{Ne}$, у яких в незаповненій оболонці містяться два валентні нуклони, а саме: у ${}^6_2\text{He}$ - два нейтрони, а в ${}^{18}_{10}\text{Ne}$ - два протони.

У відповідності з асимптотичною поведінкою термів $U_\mu(R)/R^2$ при $R \rightarrow \infty$, детально розглянутою в [15, 16], розрахунки

енергетичного спектру проводились в такій послідовності. Параметри потенціалу Вудса-Саксона підбирались таким чином, щоб при розв'язуванні рівняння (9) потенціальні терми $U_\mu(R)/R^2$ ядер ${}^6_2\text{He}$ та ${}^{18}_{10}\text{Ne}$ на асимптотиці при $R \rightarrow \infty$ виходили на відповідні рівні ізотопів ${}^5_2\text{He}$ та ${}^{17}_9\text{F}$. Визначені у такий спосіб значення параметрів потенціалу Вудса-Саксона приведені в таблиці 1.

Далі, з визначеними параметрами потенціалів (2), (5), (7), чисельно розв'язуючи рівняння (9) із врахуванням тільки діагональних матричних елементів $V_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha)$, знаходили потенціальні терми $U_\mu(R)/R^2$ та базисні функції $\Phi_\mu(R, \Omega)$. За нуль були прийняті енергії, коли обидва валентні нуклони знаходились в основному стані, тобто для ядра ${}^6_2\text{He}$ - два нейтрони на рівні $1p_{3/2}$, а для ядра ${}^{18}_{10}\text{Ne}$ - два протони на рівні $1d_{5/2}$. Отримані результати енергетичних спектрів ядер ${}^6_2\text{He}$ та ${}^{18}_{10}\text{Ne}$ представлені у таблицях 2 і 3 відповідно, а їхнє розміщення на потенціальних термах ядер зображено відповідно на рисунках 1 і 2 прямими лініями. В цьому форматі за нуль було взято енергії відриву двох нуклонів від ядер ${}^6_2\text{He}$ та ${}^{18}_{10}\text{Ne}$ відповідно: $E_{2n}({}^6_2\text{He}) = 0.9712 \text{ MeV}$;

$$E_{2p}({}^{18}_{10}\text{Ne}) = 4.522 \text{ MeV} [17].$$

Порівняння отриманих теоретичних розрахунків енергій збуджених станів ядер ${}^6_2\text{He}$ та ${}^{18}_{10}\text{Ne}$ з існуючими експериментальними даними [18, 19] вказує на досить добре їх співпадання. Отже, введена нами адиабатична тричастинкова оболонкова модель дозволяє в потенціально-му підході в рамках рівняння Шредінгера проводити адекватний теоретичний опис ефектів спарювання нуклонів, їх кутових та радіальних кореляцій, які приводять, зокрема, до утворення надплинних станів за рахунок сильної взаємодії. Аналізу і опису динаміки утворення надплинних ядерних станів в адиабатичному підході буде присвячена наша подальша робота.

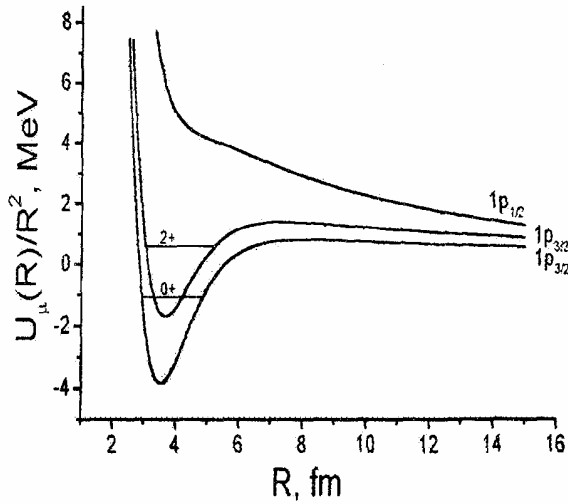


Рис.1. Хід потенціальних кривих (термів) $U_{\mu}(R)/R^2$ для ядра ${}^6_2\text{He}$.

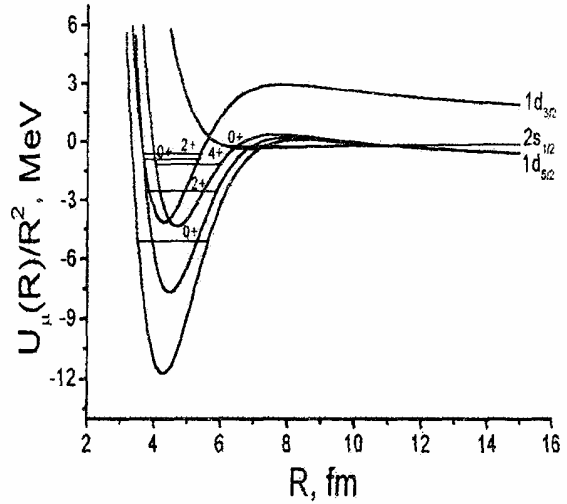


Рис.2. Хід потенціальних кривих (термів) $U_{\mu}(R)/R^2$ для ядра ${}^{18}_{10}\text{Ne}$.

Табл. 1. Набори параметрів потенціалу Вудса-Саксона для ядер ${}^6_2\text{He}$ та ${}^{18}_{10}\text{Ne}$.

Ядро	Оболонка	V_0 , MeV	V_1 , MeV	R_0 , fm	a_0 , fm	χ' , fm ²
${}^6\text{He}$	$1p_{3/2}$	28.0	14.0	1.27	0.625	0.415
	$1p_{1/2}$	23.0	12.5	1.27	0.625	0.415
${}^{18}\text{Ne}$	$1d_{5/2}$	38.0	20.0	1.27	0.625	0.415
	$1d_{3/2}$	39.0	18.0	1.27	0.625	0.415
	$2s_{1/2}$	33.0	15.0	1.27	0.625	0.415

Табл. 2. Результати розрахунків енергії збуджених станів ядра ${}^6_2\text{He}$.

Конфігурація нуклонів	J^{π}	$E_{\text{експ}}$, MeV	$E_{\text{теор}}$, MeV	$U_{\mu}(R)/R^2$ при $R = 15$ fm	$E_{\text{експ}}$ для ${}^5\text{He}$
$1p_{3/2} 1p_{3/2}$	0^+	0	0	0.5575	0.8862
$1p_{3/2} 1p_{3/2}$	2^+	1.7970	1.7985	1.1052	0.8862
$1p_{1/2} 1p_{1/2}$	0^+	-	2.3114	1.2786	2.1426

Табл. 3. Результати розрахунків енергії збуджених станів ядра ${}^{18}_{10}\text{Ne}$.

Конфігурація нуклонів	J^{π}	$E_{\text{експ}}$, MeV	$E_{\text{теор}}$, MeV	$U_{\mu}(R)/R^2$ при $R = 15$ fm	$E_{\text{експ}}$ для ${}^{17}\text{F}$
$1d_{5/2} 1d_{5/2}$	0^+	0	0	-0.5921	-0.60
$1d_{5/2} 1d_{5/2}$	2^+	1.8873	1.8875	-0.5912	-0.60
$1d_{5/2} 1d_{5/2}$	4^+	3.3762	3.3765	-0.5901	-0.60
$1d_{3/2} 1d_{3/2}$	0^+	3.5763	3.5766	1.9102	4.04
$1d_{3/2} 1d_{3/2}$	2^+	3.6164	3.6165	1.9106	4.04
$2s_{1/2} 2s_{1/2}$	0^+	4.5900	4.5889	-0.1446	-0.11

1. Барц Б.И., Болотин Ю.Л., Инопин Е.В., Гончар В.Ю. Метод Хартри-Фока в теории ядра.- К.: Наукова думка, 1982.- С.208.
2. Feshbach Н. // *Ann. Phys.*-1958.-V.5.- P.357; *Ann. Phys.*-1962.-V.19.- P.287.
3. Жигунов В.П., Захарьев Б.Н. Методы сильной связи каналов в квантовой теории рассеяния.- М.: Атомиздат, 1974.- С.221.
4. Михнин М. Вариационные методы в математической физике.- М.: Гостехиздат, 1967.
5. Базь А.И. и др. // *ЭЧАЯ.*- 1972.- Т.3. - С.275.
6. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. // *УФЖ.*- 1995.- 40, №11.- С.1166-1170.
7. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. // *Доп. НАН України. Сер. матем.*- 1995.- №10.- С.71-74.
8. Ситенко О.Г., Тартаковський В.К. Теорія ядра.- К.: Либідь, 2000.- С.607.
9. Боголюбов Н.Н. // *Докл. АН СССР.*- 1958.- Т.119, №1.- С.52-55.
10. Соловьев В.Г. // *ЖЭТФ.*- 1959.- Т.36, в.6.- С.1869-1874.
11. Belyaev S.T. // *Dan. Math. Fys. Medd.*- 1959.- V.31, №11.- P.1-55.
12. Михайлов В.М., Крафт О.Е. Ядерная физика.- Ленинград, 1988.- С.328.
13. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. // *УФЖ.*- 1999.- 44, №11.- С.1330-1336.
14. Хіміч І.В. // *Науковий вісник Ужг. унів. Сер. фізика.*- 1998.-№3.- С.53-56.
15. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хіміч І.В. // *УФЖ.*- 1998.- 43, №10.- С.1215-1219.
16. Плекан Р.М., Капустей М.М., Хіміч І.В. // *Науковий вісник Ужг. унів. Сер. фізика.*- 1999.- №4.- С.50-54.
17. Немец О.Ф., Гофман Ю.В. *Справочник по ядерной физике.*- К.: Наукова думка, 1971.-416 с.
18. *Evaluated Nuclear Structure Data File (National Nuclear Data Centre, Brookhaven National Laboratory, New York, USA).*
19. *Table of Isotopes / Ed. by C.M.Lederer, V.S.Shirley.*- New York: Wiley, 1978.

THE CALCULATION OF SPECTRUM OF ${}^6\text{He}$ AND ${}^{18}\text{Ne}$ NUCLEI IN THE ADIABATIC MODEL OF NUCLEUS

M.M. Kapustey, R.M. Plekan, V.Yu. Pojda, I.V. Khimich

Uzhgorod National University, Department of Nuclear Physics,

9a, Kapitulna str., Uzhgorod 88000, Ukraine

E-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua

A theoretical description of the energy spectrum of the nuclear excited states has been carried out within the framework of the adiabatic three-particle shell model of nucleus in terms of collective variables, namely: hyperradius R , hyperangle α and conventional spherical angles (θ_i, φ_i) , $i=1,2$. A new model is based on the assumption on the separability of the motion of the valence nucleons over fast motion on the angular variables and adiabatic (slow) motion along the hyperradius R . A convenient notion of the potential term $U_\mu(R)$ of nucleons is introduced. The efficiency of the adiabatic approach is illustrated on the example of numerical calculations of the energy spectrum of the lower excited levels of the ${}^6_2\text{He}$ and ${}^{18}_{10}\text{Ne}$ nuclei, whose unfilled shell contains two nucleons.



Михайло Михайлович Капустей – аспірант кафедри
ядерної фізики УжНУ
Народився 26.01.1964 р. У 1989 році закінчив УжДУ.



Руслан Мар'янович Плекан – аспірант кафедри
ядерної фізики УжНУ
Народився 5.05.1976 р. У 1998 році закінчив УжДУ.



Василь Юрійович Пойда – доцент кафедри
математичного моделювання УжНУ
Народився 1.01.1959 р. У 1980 році закінчив УжДУ.
Кандидатську дисертацію захистив у 1990 р.



Іван Васильович Хіміч – завідувач кафедри ядерної
фізики УжНУ, професор
Народився 25.06.1935 р. У 1958 році закінчив УжДУ.
Кандидатську дисертацію захистив у 1966 р. Докторську
дисертацію захистив у 1983 р. Академік АН вищої школи
України. Заслужений працівник народної освіти України.