СИСТЕМА РІВНЯНЬ РАРІТИ-ШВІНГЕРА І ШИРИНИ РОЗПАДУ КВАРКОНІЇВ

І.І.Гайсак, В.С.Морохович

Ужгородський національний університет
вул.Волошина, 32, Ужгород, 88000
e-mail: morv@univ.uzhgorod.ua

У даній роботі проведено дослідження впливу тензорних сил на ширину розпаду важких кварконіїв. Використано квазірелятивістський підхід Брейта-Фермі, де зв'язані стани мезонів описуються системою рівнянь Раріти-Швінгера. Розраховано і порівняно з експериментальними даними лептонні ширини розпаду важких кварконіїв.

Вступ

Опис властивостей мезонів у рамках складових моделей елементарних частинок є важливою теоретичною задачею. Вивчення мезонів дозволяє одержати інформацію про потенціал взаємодії кварка з антикварком, яка необхідна для розуміння характеру сильної взаємодії на великих відстанях. Багатьма авторами помічено, що нерелятивістстські кваркові моделі дають напрочуд успішні прогнози для спін-усереднених енергетичних рівнів важких мезонів [1–3]. Але опис в єдиному підході тонкої і надтонкої структури енергетичних рівнів, обумовленої спіновими ефектами, а також ширин розпадів мезонних станів є проблематичним. Різним авторам з різними видами потенціалу кварк-кваркової взаємодії вдається добре описати лише певну частину характеристик мезонів. При цьому варіюють як функціональний вид, так і лоренцову структуру потенціалу [4–6]. Причому в переважній більшості робіт нехтують багатоканальною структурою деяких зв'язаних станів.

У даній роботі застосовано модель, яка побудована на квазірелятивістському наближенні Брейта-Фермі, причому змішані стани описуються системою рівнянь Раріти-Швінгера. Проведено дослідження лептонних ширин розпаду важких кварконіїв з врахуванням і без врахування тензорних сил.

Квазірелятивістський підхід

Кварконій [$(c\bar{c})$, $(b\bar{b})$] являє собою істинно нейтральну систему, а тому його стани характеризуються зарядовою і комбінованою парностями. Остання рівна $(-1)^{S+1}$, і оскільки $\bar{S}$ може приймати лише два значення, 0 або 1, то збереження комбінованої парності еквівалентне збереженню повного спіну. В такому випадку стан системи додатково характеризується спіном $\bar{S}$ ($S=0$ – синглетний стан, $S=1$ – триплетний стан). При $S=0$ повний момент J співпадає з орбітальним. При спінові $S=1$ і заданому J число L приймає значення J, $J\pm1$, відповідно якому кожний рівень (n,J) кварконію розщеплюється на три рівні. Так наприклад, триплетний стан з $J=1$, який має зарядову парність (-1), є сумішшю станів $^3S_1$ і $^3D_1$, а стан з $J=1$, що має парність $(+1)$, є чистим $^3P_1$-станом.

Змішані триплетні стани описуються системою рівнянь Раріти-Швінгера [7], де включено спін-орбітальну, спін-спінову і тензорну взаємодії

$$\begin{cases} u''+\left[k_t^2-V_C\right]u=\sqrt{8}V_T\omega \\ \omega''+\left(k_t^2-\dfrac{6}{r^2}-V_C+2V_T+3V_{SL}\right)\omega=\sqrt{8}V_Tu \end{cases} \tag{1}$$

де $u(r)$ – радіальна хвильова функція при $L=0$, $\omega(r)$ – хвильова функція при $L=2$; $V_C = V_0 + V_{SS}$ – центральна частина потенціалу; $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$.

Синглетні стани $(q\bar{q})$-системи описуються рівнянням Шредінгера

$$\frac{d^2 v}{dr^2} + \left[k_S^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V_C\right]v = 0. \qquad (2)$$

У квазірелятивістському підході спіново-залежні члени, як правило, беруться з так званого узагальненого гамільтоніана Брейта-Фермі, а саме

$$V_{SL} = \frac{1}{4m_1^2 m_2^2 r}\left[\left((m_1+m_2)^2 + 2m_1 m_2\right)\frac{dV_V}{dr} - -\left(m_1^2 + m_2^2\right)\frac{dV_S}{dr}\right]\left(\hat{L}\hat{S}\right),$$

$$V_T = \frac{1}{m_1 m_2}\left\{\frac{1}{r}\frac{dV_V}{dr} - \frac{d^2 V_V}{dr^2}\right\}\hat{S}_{12}, \quad (3)$$

$$V_{SS} = \frac{2}{3m_1 m_2}\nabla^2 V_V\left(\hat{\bar{S}}_1 \hat{\bar{S}}_2\right),$$

де $\bar{S}_{12} = \frac{(\bar{S}_1 \bar{r})(\bar{S}_2 \bar{r})}{r^2} - \frac{\bar{S}_1 \bar{S}_2}{3}$ – тензорний оператор, V_V та V_S – відповідно векторний і скалярний члени потенціалу.

В ролі потенціалу міжкваркової взаємодії взято корнельський потенціал. Причому, лінійна частина потенціалу розглянута із змішаною лорентцовою структурою, тобто вона містить і векторну, і скалярну частини, а кулонівський член – чистий вектор, тобто

$$V_0(r) = V_V + V_S = -\frac{\alpha}{r} + \left(\beta_V r + \beta_S r\right), \qquad (4)$$

де $V_V = -\frac{\alpha}{r} + \beta_V r$ – векторна частина, а $V_S = \beta_S r$ – скалярна частина потенціалу.

Підставляючи формулу (4) в (3) і враховуючи рівність мас кварка і антикварка, отримаємо такі вирази для спін-залежних членів

$$V_{SL} = \frac{1}{2m^2}\left[3\frac{\alpha}{r^3} + 3\frac{\beta_V}{r} - \frac{\beta_S}{r}\right]\left(\hat{\bar{L}}\hat{\bar{S}}\right),$$

$$V_T = \frac{1}{m^2}\left\{\frac{3\alpha}{r^3} + \frac{\beta_V}{r}\right\}\hat{S}_{12}, \qquad (5)$$

$$V_{SS} = \frac{4}{3m^2}\left\{\frac{\beta_V}{r} - 2\pi\alpha\delta(r)\right\}\left(\hat{\bar{S}}_1\hat{\bar{S}}_2\right).$$

Розв'язання системи (1) або рівняння (2) з узагальненим гамільтоніаном Брейта-Фермі призводить, з однієї сторони, через обчислення власних значень енергії до спектру мас мезонів, а з іншої сторони, дає хвильові функції зв'язаних станів $(q\bar{q})$-системи, з допомогою яких можна розрахувати ширини розпаду кварконіїв.

Як бачимо, із-за наявності в потенціалі кулонівського члену в спін-залежних членах гамільтоніану (5) виникають сингулярні члени ($\delta(r)$ та $\frac{1}{r^3}$). Тому, як правило, розрахунки надтонкого розщеплення проводять в рамках теорії збурення. Допустимо знехтувати сингулярними членами, які обумовлюють падіння на центр. Розрахунки хвильових функцій в нулі отримано чисельним рішенням рівнянь (1) і (2).

Лептонні ширини розпаду кварконіїв

Однією з найважливіших характеристик розрахунку ширин розпаду кварконіїв є хвильова функція в нулі. Для $(c\bar{c})$ і $(b\bar{b})$-систем розглянемо розпади $^3S_1$ станів на заряджені лептонні пари.

Лептонні ширини розпаду S-стаі в розраховують за формулою Ван Роє а-Вайскопфа [8], а саме:

$$\tilde{\Gamma}\left(^3S_1 \to e^+e^-\right) = \frac{4\alpha_{em}^2 Q^2}{M_{q\bar{q}}^2}\left|R(0)\right|^2. \qquad 5)$$

де $M_{q\bar{q}}$ – маса векторного мезона, α_{em} є сталою тонкої структури, Q – заряд кварків і $R(0)$ – радіальна хвильова функція двокваркової системи в нулі.

З урахуванням перших радіаційних і релятивістських поправок формула набуває вигляду [9]:

$$\Gamma\left({}^3S_1 \to e^+e^-\right) = \tilde{\Gamma}\left[1 - \frac{16\alpha_S\left(m_q^2\right)}{3\pi}\right], \quad (7)$$

де $\alpha_S\left(m_q^2\right)$ – стала сильної взаємодії $\left(\alpha = \frac{4}{3}\alpha_S\right)$.

Для векторних мезонів, які містять легкі кварки, ця формула веде до парадоксів [10]. Як бачимо, для кварконію основною проблемою є оцінка КХД-корекції. Л.Мотика і К.Залевський в своїй роботі [1] застосували експоненціальну апроксимацію поправочного члена функції (7), що дало вираз для поправки у виді

$$C_1\left(\alpha_S\left(m_q^2\right)\right) = \exp\left(-\frac{16\alpha_S\left(m_q^2\right)}{3\pi}\right), \quad (8)$$

а Паде-апроксимація того ж поправочного члена дає таку функціональну залежність:

$$C_2\left(\alpha_S\left(m_q^2\right)\right) = \frac{1}{1 + \frac{16\alpha_S\left(m_q^2\right)}{3\pi}}. \quad (9)$$

Надалі автори використали середнє арифметичне цих двох виразів і в результаті одержали формулу для обчислення лептонних ширин розпаду, тобто

$$\Gamma_{V\to e^+e^-} = F(q)\frac{32\alpha_S}{9M_V^2}|R(0)|^2, \quad (10)$$

де величини поправки для чармонію і боттомонію відповідно рівні $F(c) = 4{,}73\cdot10^{-5}$ і $F(b) = 2{,}33\cdot10^{-5}$.

Нами розраховано лептонні ширини розпаду важких кварконіїв за допомогою формули Ван Роєна-Вайскопфа та формули (10), яка враховує КХД-корекції. Результати обчислень наведено в табл. 1, 2 і порівняно з експериментом.

Таблиця 1. Лептонні ширини розпаду в кеВ.
$(c\bar{c})$-система: $\alpha = 0.51$ $(\alpha_S = 0.38)$, $m \approx 1.4$ ГеВ, $\beta_V = 0.04$ ГеВ^2, $\beta_S = 0.14$ ГеВ^2.

Стани	Наші результати		[1]	[11]	[12]	Експеримент [13]
	SD-хвилі	S-хвиля				
J/ψ 1S	7,8(5,41)	8,2(5,63)	4,5	4,24	8,0	$5{,}26 \pm 0{,}37$
ψ' 2S	3,7(2,59)	4,0(2,79)	1,9	1,81	3,7	$2{,}12 \pm 0{,}18$
ψ'' 3S	2,6(1,82)	2,9(2,01)	---	1,22	---	$0{,}75 \pm 0{,}15$

Таблиця 2. Лептонні ширини розпаду в кеВ.
$(b\bar{b})$-система: $\alpha = 0.32$ $(\alpha_S = 0.24)$, $m = 4.7$ ГеВ, $\beta_V = 0.04$ ГеВ^2, $\beta_S = 0.14$ ГеВ^2.

Стани	Наші результати		[1]	[11]	[12]	Експеримент [13]
	SD-хвилі	S-хвиля				
Υ 1S	1,14(0,96)	1,20(1,01)	1,36	0,85	1,7	$1{,}32 \pm 0{,}04$
Υ' 2S	0,58(0,49)	0,63(0,53)	0,59	0,38	0,8	$0{,}52 \pm 0{,}03$
Υ'' 3S	0,44(0,37)	0,49(0,42)	0,40	0,27	0,6	$0{,}48 \pm 0{,}08$

Обчислення лептонних ширин розпаду проводилися з урахуванням і без урахування тензорних сил. Зазначимо, що в дужках подано значення ширин, розрахованих за формулою (10). Аналіз результатів для $(c\bar{c})$-системи показує, що теоретичні значення ширин, які розраховані за формулою Ван Роєна-Вайскопфа, систематично більші за експериментальні дані, а для $(b\bar{b})$-системи – менші. Як бачимо, для ψ-мезона кращі значення ширин розпаду отримано по формулі (10), яка враховує КХД-корекцію. Тут вплив D-хвилі становить від 4 % для основного стану до 25 % для другого збудженого, а для значень, розрахованих за формулою Ван Роєна-Вайскопфа – від 8 до 50 %. Для Υ-мезона, навпаки, точнішими є розрахунки, обчислені по формулі (6), а КХД-корекція дещо занижує результати. Причому, D-хвиля дає менший вклад, ніж в чармонію, а саме: від 4 % для основного стану до 11 % для другого збудженого, що є правдоподібним, оскільки тензорні сили $\sim 1/m_q^2$.

Отже, слід відмітити, що вкладом D-хвилі не можна нехтувати при розгляді лептонних ширин розпаду кварконіїв.

Література

1. L.Motyka, K.Zalewski, *Eur. Phys. J. C* **4**, 107 (1998).
2. E.Eichten, K.Gottfried, T.Kinoshita et al., *Phys. Rev. D* **21**, 203 (1980).
3. І.І.Гайсак, В.І.Лендєл, В.С.Морохович, *Наук. вісник Ужг. унів. Сер. Фіз.* **5**, 193 (1999).
4. V.Lengyel, V.Rubish, Yu.Fekete, S.Chalupka, M.Salak, *Cond. Matter Phys.* **13**, 575 (1998).
5. D.B.Lichtenberg, E.Predazzi, R.Roncaglia, *Phys. Rev. D* **45**, 3268 (1992).
6. D.Ebert, R.N.Faustov, V.O.Galkin, *Eur. Phys. J. C* **7**, 539 (1999).
7. W.Rarita, J.Schwinger, *Phys. Rev.* **59**, 436 (1941).
8. R.Van Royen, V.F.Weisskopf, *Nuovo Cimento A* **53**, 617 (1967).
9. W.Buchmuller, S.H.Tye, *Phys. Rev. D* **24**, 132 (1981).
10. S.Narison, K.Zalewski, *Phys. Lett. B* **320**, 369 (1994).
11. V.Lengyel, V.Makkay, S.Chalupka, M.Salak, *Ukr.J.Phys.* **42,** 773 (1997).
12. E.J.Eichten, C.Quigg, *Phys. Rev. D* **49**, 5845 (1994).
13. Particle Data Group, *Eur. Phys. J. C* **15**, 650 (2000).

RARITA-SCHWINGER EQUATION SYSTEM AND THE WIDTHS OF THE DECAYS OF QUARKONIA

I.I.Haysak, V.S.Morokhovich

Uzhhorod National University, Voloshyna str., 32, Uzhhorod, 88000

The influence of tensor forces on the decay widths of heavy quarkonia is studied. The quasirelativistic Breit-Fermi approach is used. The bound states of mesons are described by the system of Rarita-Schwinger equations. The calculated results are compared with the experimental leptonic decay widths of heavy quarkonia.