

ДРЕЙФ ГЕОСТАЦІОНАРНИХ СУПУТНИКІВ

В.У. Клімик, К.А. Кудак, А.М. Мацо, О.Є. Стародубцева

Ужгородський національний університет, 88000, Ужгород, вул.Волошина, 54

Для трьох режимів руху представлені прості рівняння зміни дрейфу і довготи некерованих геостационарних супутників. Приводяться приклади використання цих рівнянь: визначення параметрів корекції активних геостационарних супутників

Класифікація некерованих геостационарних супутників

Геостационарні супутники (ГС) обертаються навколо Землі в площині екватора, кутова швидкість їх обертання навколо Землі співпадає з її добовим обертанням. В ідеальному випадку в земній системі координат ГС не повинен рухатися, але із-за несиметричності гравітаційного поля Землі некеровані (пасивні) ГС практично завжди мають ненульовий дрейф. Згідно міжнародних домовленостей зміщення вздовж орбіти керованих (активних) ГС відносно заданої географічної довготи не повинно перевищувати $0,1^\circ$, що відповідає ~ 75 км по орбіті. Тому регулярно проводиться корекція активних ГС: включаються спеціальні двигуни на ГС, які повертають їх на своє попереднє положення.

-105°) і два «потенціальні бар'єри» ($\lambda_3 \approx 162^\circ$ і $\lambda_4 \approx -12^\circ$). Якщо у ГС недостатньо енергії, щоб їх подолати ГС рухається в режимі простої лібрації [2], їх довготи коливаються навколо значення λ_1 (лібраційні ГС типу l_1) або навколо λ_2 (лібраційні ГС типу l_2).

Якщо ГС має достатньо енергії, щоб подолати бар'єр на довготі λ_4 , але не досить для подолання бар'єру на довготі λ_3 , то такі ГС рухаються в режимі комплексної лібрації – відносно обох точок лібрації (лібраційні ГС типу l_3). Так як різниця між енергіями на довготах λ_3 , λ_4 незначна, то ГС типу l_3 нестійкі, під впливом притягання Сонцем і Місяцем такі ГС переходять в режим простої лібрації або до типу d . Відбуваються також обернені переходи.

Дрейфуючі супутники (ГС типу d) обертаються навколо Землі в земній системі координат, точки λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 зумовлюють лише коливання значень дрейфу. Дрейф таких ГС може бути дуже великий, до 36° за добу.

За каталогом [1] кількість ГС типу l_1 , l_2 , l_3 , d становить відповідно 56, 24, 8, 279. Резонансні періоди ГС типу l_1 , l_2 , l_3 знаходяться відповідно в межах: 700 – 1900, 900 – 1600, 2900 – 3600 діб. Дрейф лібраційних ГС (l_1 , l_2 , l_3) не перевищує $0,5^\circ$ за добу. В Ужгороді найбільш зручними для спостережень є ГС типу l_1 : вони мають невеликий дрейф, їх є достатня кількість, точка лібрації знаходиться не дуже далеко від довготи Ужгорода.

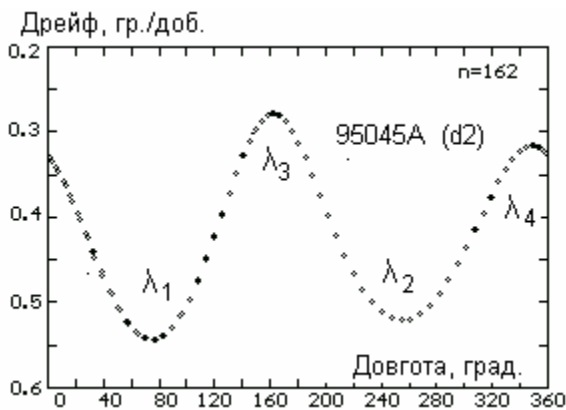


Рис.1. Залежність дрейфу некерованого ГС 95045A від довготи підсупутникової точки.

На рис.1 приведено значення дрейфу ГС 95045A на різних довготах за даними каталога [1], де видно, що в зоні ГС є дві стійкі точки (на довготах $\lambda_1 \approx 75^\circ$ і $\lambda_2 \approx$

Лібраційні супутники типу l_1 і l_2 .

Довготу підсупутникової точки ГС типу l_1 або l_2 можна виразити як суму 3-ох гармонік:

$$\lambda = \sum_{i=1}^3 \left[A_i \cdot \sin \left(\frac{2\pi \cdot MJD}{T_i} + \phi_i \right) + \lambda_{0i} \right]. \quad (1)$$

Перша, основна гармоніка описує лібрацію відносно стійкої точки λ_1 (або λ_2). Дві другі – зумовлені впливом бар'єру λ_4 . Цей вплив невідчутний для ГС, амплітуда лібрації яких не дуже велика. З усіх 56 супутників типу l_1 лише для 6 ГС приходиться враховувати дві неосновні гармоніки.

Дрейф супутників, що рухаються в режимі простої лібрації можна визначити як похідну функції довготи (1):

$$\dot{\lambda} = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{2\pi A_i}{T_i} \cdot \cos \left(\frac{2\pi \cdot MJD}{T_i} + \phi_i \right) \right]. \quad (2)$$

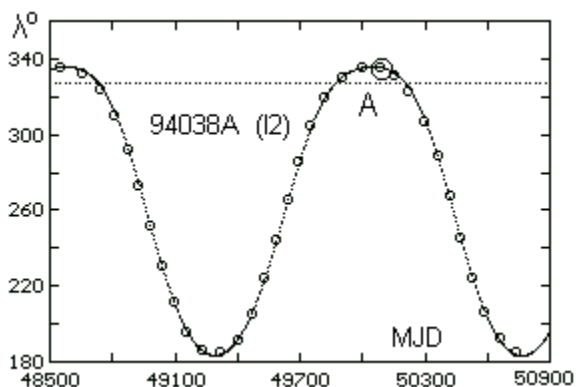


Рис.2. Зміна довготи підсупутникової точки супутника 94038A на проміжку MJD 48645-50900.

Параметри гармонік довготи (1) для кожного ГС типу l_1 і l_2 можна знайти за каталожними даними [1] з використанням принципу найменших квадратів. Каталожні дані для супутника 94038A приведені кружечками на рис.2. Тут (і на інших графіках зміни довготи) горизонта-

льна пунктирна пряма виділяє довготну область видимості ГС в Ужгороді, великі кружечки – результати проведених нами спостережень ГС в Ужгороді. Крива на рис.2 – графік функції (1). Через те, що вісь основної гармоніки ГС 94038A знаходиться біля точки лібрації $\lambda_2 \approx -105^\circ$ (або 255°), на довготі центральної частини США, ГС цього типу можна спостерігати короткий час на заході низько над горизонтом, і лише ті з них, які мають велику амплітуду лібрації.

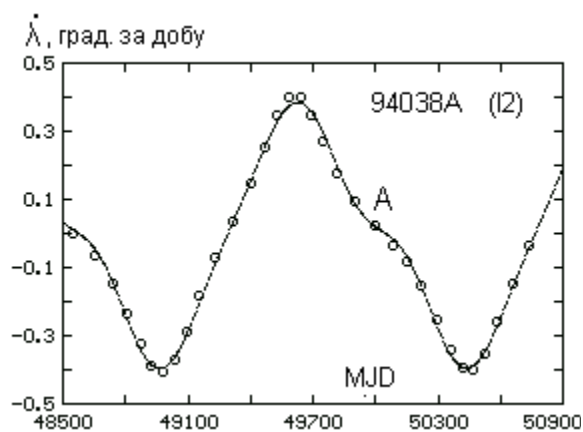


Рис.3. Дрейф супутника 94038A на проміжку MJD 48645-50900.

Графік функції зміни дрейфу (2) цього ж ГС і відповідні каталожні значення приведені на рис.3. Горизонтальна вісь на обох графіках – вісь часу: модифіковані юліанські дні (MJD). Криві побудовані на часовому проміжку 2400 діб.

На рис.2, 3 (область А) добре видно затримку ГС на довготах, близьких до довготи «потенціального бар'єру» $\lambda_4 \approx -12^\circ$.

Параметри кривих (1) і (2) для ГС 94038A приведені в таблиці 1. Середня квадратична похибка визначення довготи ГС за співвідношенням (1) становить $\Delta\lambda = 1,1^\circ$.

Таблиця 1. Параметри трьох гармонік зміни довготи супутника 94038A l_2 .

№ п/п	Період	Амплітуда	Фаза	ΔY
1	1473.5 ^d	79.4°	107.2°	266.9°
2	737.4	7.0	-29.7	-0.7
3	490.7	3.3	-74.5	0.1

Комплексна лібрація

Зміну довготи ГС типу l_3 приведено на рис.4 (суцільна крива). При комплексній лібрації відбуваються постійні переходи з однієї гармоніки до другої. Ці дві

основні гармоніки лібрації відносно стійких точок, відповідно $\lambda_1 \approx 75^\circ$ і $\lambda_2 \approx -105^\circ$, приведені на рис.4 пунктирними кривими, вони мають не однаковий період. Загальну функцію зміни довготи можна виразити такими рівняннями:

$$\lambda = A_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot MJD}{T_1} + \varphi_1 - k \cdot \frac{2\pi(T_2 + 2d)}{T_1}\right) + \lambda_o \quad \text{в інтервалах} \quad (3)$$

$$MJD_o + k \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) \leq MJD < MJD_o + k \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) + T_1;$$

$$\lambda = \pm A_1 + \lambda_o + \frac{\Delta\lambda}{d} \cdot [MJD - MJD_o - k \cdot (T_1 + d) - k \cdot (T_2 + d) - T_1] \quad \text{в інтервалах} \quad (4)$$

$$MJD_o + k \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) + T_1 \leq MJD < MJD_o + (k + 1) \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d);$$

$$\lambda = A_2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot MJD}{T_2} + \varphi_2 - k \cdot \frac{2\pi(T_1 + 2d)}{T_2}\right) + \Lambda_o \quad \text{в інтервалах} \quad (5)$$

$$MJD_o + (k + 1) \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) \leq MJD < MJD_o + (k + 1) \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) + T_2;$$

$$\lambda = \mp A_2 + \Lambda_o - \frac{\Delta\lambda}{d} \cdot [MJD - MJD_o - (k + 1) \cdot (T_1 + d) - k \cdot (T_2 + d) - T_2] \quad \text{в інтервалах} \quad (6)$$

$$MJD_o + k \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) + T_1 \leq MJD < MJD_o + (k + 1) \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d);$$

$k = 0, 1, 2, \dots$ Формули (3) і (5) – це дві основні гармоніки. Фази їх є змінними, що зв'язано з неодинаковістю періодів цих гармонік. Параметр d – довжина переміщення ГС від однієї гармоніки до другої (він може сильно змінюватися під впливом притягання Сонця і Місяця), рівняння цих переміщень – це лінійні функції (4), (6); k – номер переходу до іншої гармоніки, починаючи з якогось початкового положення. Береться верхній знак біля A , якщо $\lambda_o < \Lambda_o$.

нту переходу лібрації відносно однієї стійкої точки до лібрації відносно другої стійкої точки – моменту максимуму або мінімуму функції синуса, де $\sin\alpha = \pm 1$, і тоді

$$\frac{2\pi \cdot MJD_o'}{T_1} + \varphi_1 = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n. \quad (7)$$

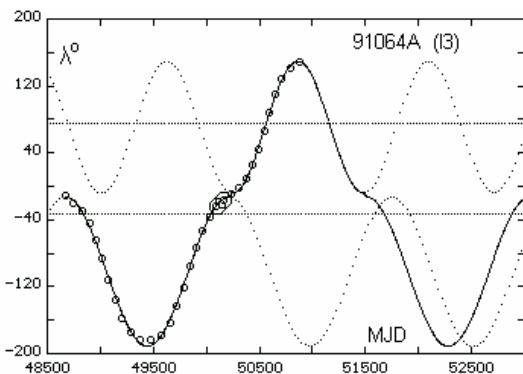


Рис.4. Зміна довготи супутника 91064A в області MJD 48676 – 50911 за каталогом [1] і прогноз до MJD 52500

За початковий момент можна вибрати юліанський день MJD_o' , рівний моме-

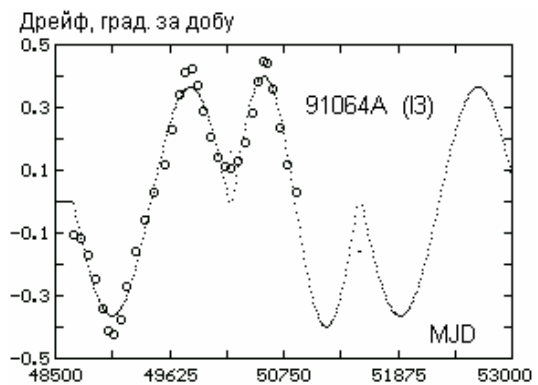


Рис.5. Зміна дрейфу супутника 91064A в області MJD 48676 – 50911 за каталогом [1] і прогноз до MJD 53000

Обчислимо з інтервалу для (4) n (для ГС 91064A $n = 33,025$), заокруглимо його до цілих і з цього ж рівняння (7) знайдемо точне значення MJD_o' (для ГС 91064A воно рівне MJD 50210,9978). Аналогічні розрахунки проводимо, щоб знайти точне

значення часу MJD_0'' початку лібрації відносно другого стійкого положення. Тоді $d = MJD_0'' - MJD_0'$. В співвідношеннях (3) – (6): $MJD_0 = MJD_0' - T_1$.

Крива на рис.4 є графіком функції (3) – (6) з знайденими параметрами для ГС 91064А, приведеними в таблиці 2. Пара-

метр $\Delta\lambda$ – відстань між гармоніками по довготі.

Функція зміни довготи періодична з періодом $T_1 + T_2 + 2d$. Дрейф супутника можна визначити, як похідну функції довготи (3) – (6):

Таблиця 2. Параметри зміни довготи лібраційного супутника 91064А.

T^d	A°	φ°	λ_0°	Сер.кв.похибка	d	$\Delta\lambda$
1536.1727	88.9803	203.1204	257.8927	3.1	34,3 ^d	5,4°
1234.0545	78.4549	12.3698	430.7133	2.2		

$$\dot{\lambda} = \frac{2\pi A_1}{T_1} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot MJD}{T_1} + \varphi_1 - k \cdot \frac{2\pi(T_2 + 2d)}{T_1}\right) \quad \text{в інтервалах} \quad (8)$$

$$MJD_0 + k \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) \leq MJD < MJD_0 + k \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) + T_1;$$

$$\dot{\lambda} = \frac{2\pi A_2}{T_2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot MJD}{T_2} + \varphi_2 - k \cdot \frac{2\pi(T_1 + d)}{T_2}\right) \quad \text{в інтервалах} \quad (9)$$

$$MJD_0 + (k + 1) \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) \leq MJD < MJD_0 + (k + 1) \cdot (T_1 + d) + k \cdot (T_2 + d) + T_2;$$

$k = 1, 2, \dots$ Між цими інтервалами дрейф рівний $\pm \frac{\Delta\lambda}{d}$.

можуть мати значні розходження з реальними спостереженнями.

Дрейфуючі супутники

Графік функції (8), (9) для ГС 91064А приведений на рис.5 пунктирною лінією. Точки на рис. – каталожні значення.

Довгота як функція часу дрейфуючих ГС містить лінійну і добуток двох періодичних складових:

Всі ГС типу I_3 є нестійкими, тому прогнозовані положення ГС (довгота λ)

$$\lambda = a \cdot MJD + b + \prod_{i=1}^2 \left[A_i \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot MJD}{T_i} + \varphi_i\right) + \lambda_{0i} \right]. \quad (10)$$

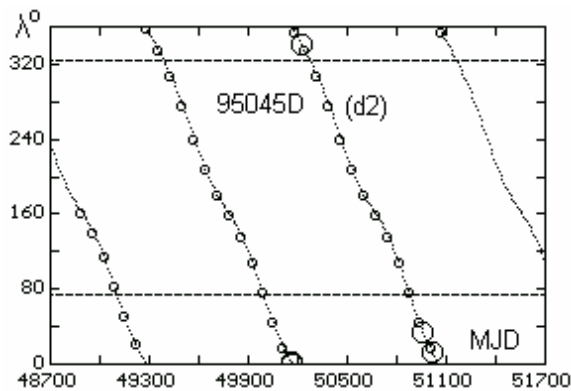


Рис.6. Зміна довготи дрейфуючого супутника 95045D на проміжку MJD 48700-51700.

Графічно ця залежність для дрейфуючого ГС 95045D приведена на рис.6. Всі коефіцієнти в (10) визначаються за принципом найменших квадратів. Кутовий коефіцієнт a повинен бути таким, щоб вісь періодичної складової була горизонтальною. Цього можна досягти, застосовавши ще раз принцип найменших квадратів для лінійної складової до масиву даних, з якого відняли основну гармоніку. Друга гармоніка лише змінює амплітуду коливань, для неї $\lambda_{02} \approx 1$; $A_2 < A_1$; $T_2 \approx 2T_1$. Основна гармоніка має параметр $\lambda_{01} \approx 0$.

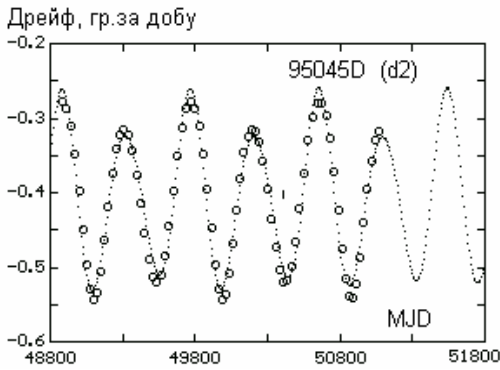


Рис.7. Зміна дрейфу дрейфуючого супутника 95045D на проміжку MJD 48800-51200.

	A_i	T_i	φ_i	λ_{0i}
перша гармоніка:	8,23	443,316	264,8°	-0,0007
друга гармоніка:	0,28	871,047	26,0°	0,97

$$\dot{\lambda} = a + \frac{2\pi A_1}{T_1} \cdot \cos\left(\frac{2\pi MJD}{T_1} + \varphi_1\right) \cdot \left[A_2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi MJD}{T_2} + \varphi_2\right) + \lambda_{02} \right], \quad (11)$$

що є сумою сталої і добутку двох гармонік. Друга гармоніка періодично мінє амплітуду першої гармоніки; вона така ж, як друга гармоніка в (10). Вираз (11) одержали диференціюванням функції (10). При цьому врахували, що A_2 мале, третій доданок відкинули.

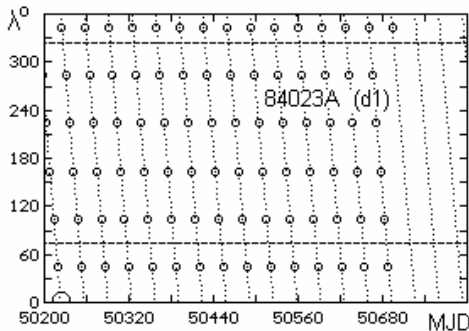


Рис.8. Зміна довготи підсупутникової точки дрейфуючого супутника 84023D на проміжку MJD 40200-50800.

На рис.7 приведено графік функції (11) (пунктирна крива) і відповідні каталожні значення дрейфу ГС 95045D.

У дрейфуючих ГС з великим дрейфом (тип d_1 – від’ємний дрейф, тип d_3 – додатній дрейф) зміна дрейфу незна-

Приводимо значення параметрів розкладу (10) для ГС 95045D, знайдені за принципом найменших квадратів: $a = -0,4057$; $b = 19995,59$:

Дрейф ГС типу d (рис.7) – це періодична крива, вісь якої $\dot{\lambda} \approx a$. Залежність дрейфу від часу (MJD) можна виразити функцією:

чна, для ГС 84023A вона не перевищує $0,01^\circ$ за добу; каталожні значення дрейфу цього ГС $-10,74^\circ$ за добу. Тому періодичними складовими можна нехтувати; наближено $\dot{\lambda} \approx a$. На рис.8 приведена пряма зміни довготи ГС 84023A (пунктирна лінія):

$$\lambda = -10,7393068 + 528560,80902 \cdot MJD.$$

Коефіцієнти прямої знайдені за принципом найменших квадратів за каталожними даними [1], приведеними на рис.8 точками.

Зв’язок між параметрами основної гармоніки зміни довготи некерованих ГС

Обмежимося розглядом лише ГС типу l_1 . Основна гармоніка кожного з цих ГС визначається 4-ма параметрами: T , A , λ_0 і фазою φ . Обчисливши ці параметри, можна з достатньою точністю прогнозувати часові проміжки видимості ГС в пункті спостережень, обчислювати приблизні координати ГС для проведення спостережень. На рис.9 приведено результат роботи відповідної програми для пункту Ужгород на 2003 рік без приведення на графіку номерів ГС.

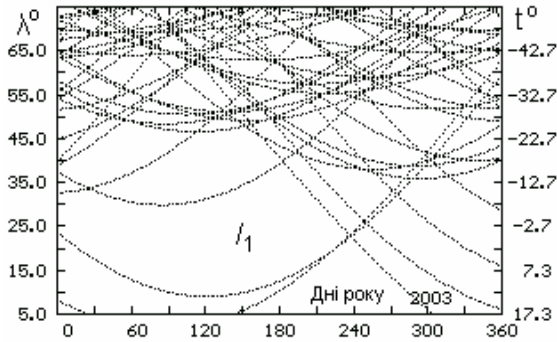


Рис.9. Зміни довгот підсупутникових точок всіх лібраційних супутників типу I_1 в 2003 році в зоні видимості їх в Ужгороді.

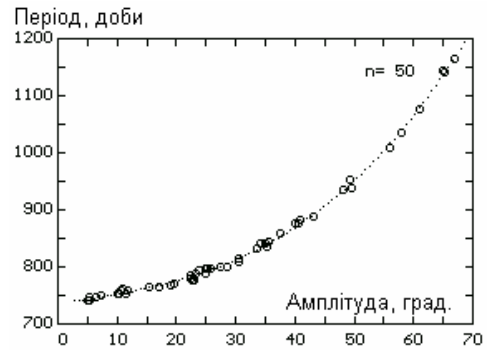


Рис.10. Залежність періоду від амплітуди головної гармоніки зміни довготи пасивних геостационарних супутників типу I_1 .

Виявляється, що основну гармоніку можна задати лише одним (причому зовсім іншим) параметром. Таким параметром, зручним для нас, може бути значення довготи λ в фазі $\varphi = -\pi/2$ (позначимо

$$A = 68,5 - 0,80575 \cdot \lambda_m - 0,0015478 \cdot \lambda_m^2. \quad \Delta A = 0,17^\circ \quad (12)$$

$$T = 735,607 + 1,4832 \cdot A + 0,0059774 \cdot A^2 + 0,00101925 \cdot A^3. \quad \Delta T = 4 \text{ доби} \quad (13)$$

$$\lambda_0 = 72,6195 + 0,013757 \cdot T - 0,000014815 \cdot T^2. \quad \Delta \lambda_0 = 0,11^\circ \quad (14)$$

Справа в (12), (13), (14) приведені похибки визначення відповідних параметрів. Залежність (13) приведена на рис.10 разом з точками (параметрами гармонік), знайденими для 50 супутників типу I_1 .

Визначення параметрів корекції активних геостационарних супутників

Керовані ГС виводяться на орбіту на певну довготу підсупутникової точки. Дрейф такого ГС компенсується тягою двигунів, встановлених на ГС. Вони включаються і виключаються по команді з центру управління на Землі. Завдяки таким періодичним корекціям підтримується положення ГС на певній довготі з відхиленням, що не перевищує $\Delta\lambda = \pm 0,1^\circ$. Якщо корекції не проводяться, супутник починає дрейфувати в бік ближчої стійкої точки за законом:

$$\lambda = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot MJD}{T} + \varphi\right) + \lambda_0. \quad (15)$$

його через λ_m). Це можливо, тому що існує кореляційний зв'язок між параметрами. Ці залежності можна знайти за принципом найменших квадратів:

Параметри T , A , λ_0 можна знайти за формулами (12), (13), (14), де за λ_m можна прийняти початкове положення активного ГС. Фаза φ визначається за початковою умовою: $\lambda(MJD_0) = \lambda_m$. Тоді з (15) слідує:

$$\varphi = -\frac{2\pi \cdot MJD_0}{T} + 2\pi n - \frac{\pi}{2}, \quad (16)$$

де номер n вибираємо таким, щоб φ було в межах одного оберту.

Функція (15) разом з співвідношеннями (12), (13), (14), (16) є рівнянням зміни довготи ГС, якого припинили коректувати. Порівняння цієї залежності з результатами спостережень певного супутника дає можливість відповісти на питання, чи проводились корекції на даному інтервалі часу, якщо проводились, то як давно, визначити імпульс, одержаний супутником в результаті корекції. Такі дослідження можна проводити для ГС, що знаходяться на довготах в інтервалі від 0° до 70° (рис.2). Вони розміщені західніше від

точки лібрації $\lambda_1 = 75^\circ$. При відсутності корекції такі ГС рухаються як пасивні ГС – на схід. Імпульс при корекції повинен бути направлений на захід – в бік зменшення довгот.

Отже, збільшення довготи λ – це ознака корекції. При зменшенні λ потрібно змінити λ порівняти з рівнянням (15). Значне розходження між ними є також ознакою корекції.

На рис.11 приведені результати спостережень (9 положень) керованого ГС 96067А Hot Bird 2. Спостереження проводились в Ужгороді в 1999 році протягом 9 місяців [3]. Зміну довготи λ ГС показано на рис. пунктирними відрізками. Суцільною лінією приведено зміну λ з часом (починаючи з положення А) при умові, якби корекції не проводились. Порівнюючи ці лінії, можна сказати, що лише на проміжках 4–5 і 8–9 в одну і дві доби (на часових інтервалах MJD 51315,9–51316,9; MJD 51434,9–51436,9) корекції не проводились.

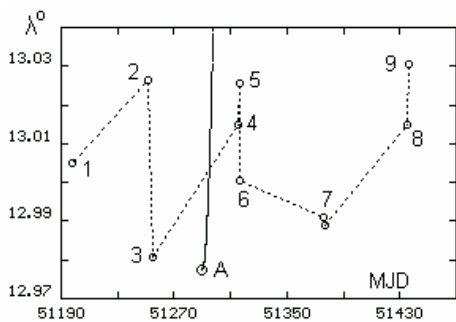


Рис.11. Результати спостережень керованого супутника 96067А і його можливий рух з точки А при відсутності корекції.

До моменту 6, на протязі 1,5 години (в інтервалі часу MJD 51316,89–51316,95) корекція була проведена. Розрахунки по приведених вище формулах показали, що за 10 діб ГС Hot Bird 2 зміщується по довготі на $0,1^\circ$, якщо припинити проводити корекцію. Отже, для того, щоб втримувати такий ГС на певній довготі, корекцію потрібно робити з інтервалами не меншими, ніж 10 днів. Імпульс повинен бути направлений на захід. Можна визначити величину імпульсу

$$|Ft| = m \cdot |\Delta\dot{\lambda}| \cdot R, \quad (17)$$

який повинен одержати ГС протягом 10 днів, щоб втримати його на тій самій довготі. Маса m супутників зв'язку серії Hot Bird, що запускалися в 1998 році для телепередач на країни Європи, становлять майже по 3000 кг кожний. Дрейф за цей час змінився від 0° до

$$\dot{\lambda} = \frac{2\pi A}{T} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot MJD}{T}\right). \quad (18)$$

Формула (18) знайдена диференціюванням функції (15) з використанням умови, що $\varphi = 0^\circ$. Час MJD = 10 діб. З співвідношень (18), (17), (12), (13) одержуємо, що зміна дрейфу за 10 діб $|\Delta\dot{\lambda}| = 0,47^\circ/\text{д}$, а імпульс $|Ft| = 12000 \text{ Н}\cdot\text{с}$.

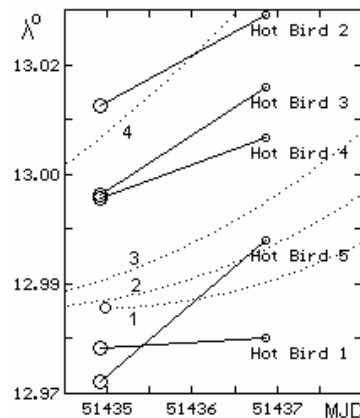


Рис.12. Зміна довготи 5 супутників серії Hot Bird протягом двох діб по результатах спостережень в Ужгороді.

На рис.5 приведено зміну довготи підсупутникової точки п'яти ГС: 95016В Hot Bird 1, 96067А Hot Bird 2, 97049А Hot Bird 3, 98013А Hot Bird 4, 98057А Hot Bird 4. протягом 2 днів по результатах спостережень в Ужгороді в вересні 1999 року. Супутники розміщені дуже близько один від одного, створюють “зону колокації” [4] радіусом $0,03^\circ$. Штриховими лініями приведено зміну довготи супутника, якщо: (1) ГС на момент MJD 51435 перестав коректуватися і далі рухався як некерований; (2) остання корекція була на 1 день раніше; (3) – на 2 дні раніше; (4) – на 5 днів раніше. Порівнюючи зміщення кожного ГС на графіку з відповідними кривими 1, 2, 3, 4, можна зробити наступний висновок. Протягом двох днів між спостереженнями корекції цих п'яти ГС не проводились. Корекція ГС

Hot Bird 1 проводилась перед самим спостереженням, Hot Bird 4 – за 1 день до першого спостереження, Hot Bird 3 – за 2 дні до першого спостереження, Hot Bird 5 – за 5 днів до першого спостереження, між двома останніми корекціями проводилась корекція ГС Hot Bird 2.

Література

1. Вершков А.Н. // Наблюдения естественных и искусственных объектов. Тезисы. – С.-Петербург: ИТА РАН, 1996.
2. Kiladze R.I., Sochilina A.S. // Colloquium 165, July 1-5, 1996, Poznan, Poland.
3. Кириченко А.Г., Кизюн Л.М., Клімик В.У., Кудак К.А., Мацо Г.М., Демчик М.І. // http://www.mao.kiev.ua/ast/geo4_txt.htm.
4. Kirichenko A.G., Kizyun L.M., Klimik V.U. // Proceedings of the Third European Conference on Space Debris, ESTEC. – Noordwijk, 2001 (ESA SP-473, October 2001). – p.125-130.

DRIFT OF GEOSTATIONARY SATELLITES W.U. Klimyk, K.A. Kudak, G.M. Matso, O.E. Starodubtseva

Uzhgorod National University, 88000, Uzhgorod, Voloshin, 54

For three regimes of motion the simple equations of change of drift and longitude of unguided geostationary satellites are submitted. The examples of use of these equations are resulted: determination of parameters of correction of active geostationary satellites.