

УДК 539.12.01

В.І. Жаба

Ужгородський національний університет, вул. Волошина, 54, Ужгород, 88000

e-mail: viktorzh@meta.ua

МЕТОД ФАЗОВИХ ФУНКЦІЙ І ЗВ'ЯЗАНІ КАНАЛИ В НУКЛОН-НУКЛОННОМУ РОЗСІЯННІ

Проаналізовано переваги і недоліки параметризації у рамках методу фазових функцій для знаходження фазових зсувів змішаних станів системи двох нуклонів. Згідно параметризації Стаппа розраховано фазові зсуви дейтрона. Порівнюються отримані теоретичні розрахунки з раніше опублікованими.

Ключові слова: фазовий зсув, дейтрон, розсіяння, параметризація, канал.

Вступ

Із експериментально спостережуваних величин перерізу розсіяння та енергій переходів отримують перш за все інформацію про фази та амплітуди розсіяння, ніж про хвильові функції, що є основним об'єктом дослідження при стандартному підході. Тобто, на експерименті спостерігаються не самі хвильові функції, а певні їх зміни, викликані у результаті взаємодії [1]. Тому необхідно отримати такі рівняння, що безпосередньо пов'язують фази й амплітуди розсіяння з потенціалом, не знаходячи при цьому хвильові функції.

Точний розв'язок задачі розсіяння із метою обчислення фаз можливе тільки для окремих феноменологічних потенціалів. При виборі реалістичних потенціалів фази розсіяння обчислюються наближено. Це пов'язано з використанням фізичних апроксимацій або з чисельним розрахунком. Вплив вибору чисельного алгоритму на розв'язок задачі розсіяння розглянуто у роботі [2]. Одним із методів знаходження фазових зсувів у задачах для одноканального нуклон-нуклонного розсіяння чи для змішаних станів системи двох нуклонів є метод фазових функцій (МФФ).

Метод фазових функцій: одноканальне розсіяння

При розсіянні безспінової частинки з енергією E і орбітальним моментом l на сферично-симетричному потенціалі $V(r)$

рівняння Шредінгера для радіальної хвильової функції $u_l(r)$ має вигляд [1]:

$$u''_l(r) + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U(r) \right) u_l(r) = 0, \quad (1)$$

де $U(r) = 2mV(r)/\hbar^2$ - перенормований потенціал взаємодії, m - приведена маса, $k^2 = 2mE/\hbar^2$ - хвильове число.

Математично метод фазових функцій - це особливий спосіб розв'язку радіального рівняння Шредінгера (1), яке є лінійним диференціальним рівнянням 2-го порядку. Він досить зручний для отримання фаз розсіяння, оскільки по цьому методу не потрібно спочатку обчислювати в широкій області радіальні хвильові функції і потім по їх асимптотикам знаходити ці фази.

Двома лінійно незалежними розв'язками вільного рівняння Шредінгера (1) (при $U \equiv 0$) є відомі функції Ріккати-Бесселя $j_l(kr)$ і $n_l(kr)$. Вільному рухові відповідає тільки регулярний в точці $r=0$ розв'язок $j_l(kr)$, так що у цьому випадку асимптотично при великих значеннях r розв'язок набуде вигляду

$$u_l(r) \approx \text{const} \cdot \sin(kr - l\pi/2).$$

Наявність потенціалу приводить до того, що тепер в області, де потенціал $U(r)$ зникає, хвильова функція включає добавку нерегулярного розв'язку вільного рівняння $n_l(kr)$. Мірою цієї добавки, що кількісно описує ефект взаємодії, є саме фаза розсіяння δ_l :

$$u_l(r) \approx \text{const} \cdot [j_l(kr) - \text{tg} \delta_l \cdot n_l(kr)],$$

$$u_l(r) \rightarrow const \cdot \sin(kr - l\pi/2 + \delta_l), r \rightarrow \infty.$$

Набір фазових зсувів δ_l для різних парціальних хвиль визначає кутовий розподіл і повний переріз розсіяння. Тому важливою задачею теорії потенціального розсіяння є саме знаходження величин δ_l при заданих величинах потенціалу $U(r)$, орбітального моменту l й енергії E . Стандартний спосіб обчислення фаз розсіяння - це розв'язок рівняння Шредінгера (1) з асимптотичною граничною умовою. МФФ - це перехід від рівняння Шредінгера до рівняння для фазової функції. Для цього роблять заміну [1, 3]:

$$u_l(r) = A_l(r) [\cos \delta_l(r) \cdot j_l(kr) - \sin \delta_l(r) \cdot n_l(kr)]. \quad (2)$$

Введені дві нові функції $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$ мають зміст відповідних фаз розсіяння і констант нормування (амплітуд) хвильових функцій для розсіяння на визначеній послідовності обрізаних потенціалів. $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$ називаються відповідно їх фізичному змісту фазовою й амплітудною функцією. Термін "фазова функція" вперше був використаний у роботі Морза і Алліса [4]. Рівняннями для фазової й амплітудної функцій з початковими умовами є:

$$\delta'_l = -\frac{1}{k} U [\cos \delta_l \cdot j_l - \sin \delta_l \cdot n_l]^2, \quad \delta_l(0) = 0; \quad (3)$$

$$A'_l = -\frac{1}{k} A_l U [\cos \delta_l \cdot j_l - \sin \delta_l \cdot n_l] \times \\ \times [\sin \delta_l \cdot j_l + \cos \delta_l \cdot n_l], \quad A_l(0) = 1. \quad (4)$$

Фазове рівняння (3) було вперше отримано Друкарєвим [5], а потім незалежно у роботах Бергмана [6] і Колоджеро [7]. Частинний випадок рівняння (6) при $l=0$ був використаний Морзе і Аллісом при дослідженні задачі S - розсіяння повільних електронів на атомах [4].

Метод фазових функцій: зв'язані канали

Доцільним є використання МФФ для знаходження фазових зсувів змішаних станів системи двох нуклонів. Для цього потрібно розв'язувати зв'язану систему

рівнянь Шредінгера з тензорним змішуванням [1,8]:

$$\begin{cases} u''_J + \left[k^2 - \frac{J(J-1)}{r^2} - U_{J,J-1} \right] u_J = T_J w_J, \\ w''_J + \left[k^2 - \frac{(J+2)(J+1)}{r^2} - U_{J,J+1} \right] w_J = T_J u_J, \end{cases} \quad (5)$$

де перенормовані потенціали [1]:

$$\begin{cases} U_{J,J-1} = \frac{2m}{\hbar^2} \left(V_C(r) - \frac{2(J-1)}{2J+1} V_T(r) + \right. \\ \left. + (J-1)V_{LS}(r) + (J-1)(J-2)V_{LL}(r) \right); \\ U_{J,J+1} = \frac{2m}{\hbar^2} \left(V_C(r) - \frac{2(J+2)}{2J+1} V_T(r) - \right. \\ \left. - (J+2)V_{LS}(r) + (J+3)(J+2)V_{LL}(r) \right); \\ T_J = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} V_T(r). \end{cases}$$

Тут $u_J(r)$, $w_J(r)$ - радіальні хвильові функції; $V_C(r)$, $V_{LS}(r)$, $V_{LL}(r)$, $V_T(r)$ - центральна, спин-орбітальна, квадратична і тензорна частини потенціалу нуклон-нуклонної взаємодії. Для дейтрона (повний момент системи $J=1$) потенціали у системі (5) рівні: $U_{J,J-1}=U_{10}$, $U_{J,J+1}=U_{12}$, $T_J=T_1$.

Систему рівнянь (5) можна розв'язати за допомогою параметризації Мак-Хейла-Телера [9], Блатта-Біденхарна [10], Стаппа [11] чи Матвеєнка-Пономарьова-Файфмана [12].

Зв'язок рівнянь системи (5) суттєво ускладнює обчислення параметрів розсіяння, якими тут є два зсуви фаз і параметр змішування амплітуд. Ці величини визначаються асимптотиками розв'язків $u_J(r)$, $w_J(r)$. Система (5) має дві пари лінійно незалежних розв'язків $(u_J^{(1)}, w_J^{(1)})$ і $(u_J^{(2)}, w_J^{(2)})$, які є регулярними в точці $r=0$. Для них виконується тотожність [1]

$$(u_J^{(1)})' u_J^{(2)} - u_J^{(1)} (u_J^{(2)})' + (w_J^{(1)})' w_J^{(2)} - w_J^{(1)} (w_J^{(2)})' = 0. \quad (6)$$

Враховуючи те, що будь-яка лінійна комбінація цих розв'язків теж є розв'язком системи (5), асимптотики можуть бути довільними, так що можливе довільне визначення параметрів розсіяння. Перш за

все, виражаємо хвильові функції $u_j(r)$, $w_j(r)$, що відповідають двом довільним лінійно незалежним розв'язкам, через нові функції $c(r)$, $s(r)$, $d(r)$, $t(r)$, на які накладені додаткові умови [1]:

$$\begin{cases} u_j^{(1)} = c_1 j_{j-1} - s_1 n_{j-1}; & c_1' j_{j-1} - s_1' n_{j-1} = 0; \\ w_j^{(1)} = d_1 j_{j-1} - t_1 n_{j+1}; & d_1' j_{j+1} - t_1' n_{j+1} = 0; \\ w_j^{(2)} = c_2 j_{j-1} - s_2 n_{j+1}; & c_2' j_{j+1} - s_2' n_{j+1} = 0; \\ u_j^{(2)} = d_2 j_{j-1} - t_2 n_{j-1}; & d_2' j_{j-1} - t_2' n_{j-1} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Після підстановки (7) у (5) для нових функцій отримуємо дві системи лінійних рівнянь 1-го порядку, кожна з яких містить чотири рівняння $(c_1, s_1, d_1, t_1; c_2, s_2, d_2, t_2)$, а (6) приймає такий вигляд

$$c_1 t_2 - c_2 t_1 + d_1 s_2 - d_1 s_1 \equiv 0.$$

Можна визначити такі параметричні функції $x_{j,j-1}(r)$, $x_{j,j+1}(r)$ і $y_j(r)$, асимптотики яких є шуканими значеннями параметрів:

$$x_{j,j-1} = \frac{c_2 s_1 - d_1 t_2}{c_1 c_2 - d_1 d_2}; \quad x_{j,j+1} = \frac{c_1 s_2 - d_2 t_1}{c_1 c_2 - d_1 d_2};$$

$$y_j = \frac{c_2 t_1 - d_1 s_2}{c_1 c_2 - d_1 d_2} = \frac{c_1 t_2 - d_2 s_1}{c_1 c_2 - d_1 d_2}.$$

Використавши рівняння для функцій c, s, d, t , отримаємо параметризацію Мак-Хейла-Телера [1,9] - систему трьох нелінійних рівнянь з відповідними початковими умовами (для дейтрона):

$$\begin{cases} x_{10}' = -\frac{1}{k} [U_{10} (j_0 - x_{10} n_0)^2 - \\ - 2T_1 (j_0 - x_{10} n_0) n_2 y_1 + U_{12} n_2^2 y_1^2], \\ x_{12}' = -\frac{1}{k} [U_{12} (j_2 - x_{12} n_2)^2 - \\ - 2T_1 (j_2 - x_{12} n_2) n_0 y_1 + U_{10} n_0^2 y_1^2], \\ y_1' = -\frac{1}{k} [T_1 (j_0 - x_{10} n_0) (j_2 - x_{12} n_2) + T_1 n_0 n_2 y_1^2 - \\ - U_{10} n_0 y_1 (j_0 - x_{10} n_0) - U_{12} n_2 y_1 (j_2 - x_{12} n_2)], \\ x_{10}(0) = x_{12}(0) = y_1(0) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

При виключенні тензорної взаємодії ($T_I(r) \equiv 0$) маємо $y_1(r) = 0$, і тоді рівняння (11) вироджуються у два незалежні фазові

рівняння для парціальних хвиль з $L=0$ і $L=2$, причому $x_{10}(r) = tg \delta_0$, $x_{12}(r) = tg \delta_2$.

Прості рівняння (8) для параметрів Мак-Хейла-Телера непридатні, якщо присутні зв'язані стани, оскільки тоді в деяких точках функції $x_{10}(r)$, $x_{12}(r)$, $y_1(r)$ обертаються в нескінченність.

Рівняння для параметризації Блатта-Біденхарна [10], можна отримати із заміни:

$$\begin{aligned} x_{10} &= \cos^2 \varepsilon_1 tg \delta_\alpha + \sin^2 \varepsilon_1 tg \delta_\gamma; \\ x_{12} &= \cos^2 \varepsilon_1 tg \delta_\gamma + \sin^2 \varepsilon_1 tg \delta_\alpha; \\ y_1 &= \frac{\sin(2\varepsilon_1)}{2} (tg \delta_\alpha - tg \delta_\gamma). \end{aligned} \quad (9)$$

Рівняння для самих фаз $\delta_\alpha(r)$, $\delta_\gamma(r)$ і параметру змішування $\varepsilon_I(r)$ більше зручніше від попередньої системи при наявності зв'язаних станів, має вид [1, 13-15]

$$\begin{cases} \delta_\alpha' = -\frac{1}{k} [U_{10} \cos^2 \varepsilon A_0^2 + \\ + T_1 \sin(2\varepsilon) A_0 A_2 + U_{12} \sin^2 \varepsilon A_2^2], \\ \delta_\gamma' = -\frac{1}{k} [U_{12} \cos^2 \varepsilon B_2^2 - \\ - T_1 \sin(2\varepsilon) B_0 B_2 + U_{10} \sin^2 \varepsilon B_0^2], \\ \varepsilon' = -\frac{1}{k \sin(\delta_\alpha - \delta_\gamma)} [T_1 \cos^2 \varepsilon A_0 B_2 - \\ - T_1 \sin^2 \varepsilon B_0 A_2 - U_{10} \sin \varepsilon \cos \varepsilon A_0 B_0 + \\ + U_{12} \sin \varepsilon \cos \varepsilon A_2 B_2], \\ \delta_\alpha(0) = 0, \quad \delta_\gamma(0) = 0, \quad \varepsilon(0) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

де введені позначення:

$$A_0 = \cos \delta_\alpha j_0 - \sin \delta_\alpha n_0; \quad A_2 = \cos \delta_\alpha j_2 - \sin \delta_\alpha n_2;$$

$$B_0 = \cos \delta_\gamma j_0 - \sin \delta_\gamma n_0; \quad B_2 = \cos \delta_\gamma j_2 - \sin \delta_\gamma n_2.$$

Недоліком системи (10) є наявність множника $\sin^{-1}(\delta_\alpha - \delta_\gamma)$, який у деяких точках може обернутися в нескінченність. Ця принципова трудність, характерна для параметризації по Блатту-Біденхарну, обмежує область застосування рівнянь (10) випадком, коли різниця фаз $(\delta_\alpha - \delta_\gamma)$ не змінює знак у всьому інтервалі $0 < r < \infty$ [1].

Ще однією параметризацією [16] є:

$$\left\{ \begin{aligned} \delta^{(1)'} &= -\frac{2m}{k} \left[\cos^2 \varepsilon V_{11} + \sin^2 \varepsilon V_{22} + \right. \\ &+ \sin(2\varepsilon) V_{12} \left. \right] \left[\cos \delta^{(1)} j_l - \sin \delta^{(1)} n_l \right]^2, \\ \delta^{(2)'} &= -\frac{2m}{k} \left[\sin^2 \varepsilon V_{11} + \cos^2 \varepsilon V_{22} - \right. \\ &- \sin(2\varepsilon) V_{12} \left. \right] \left[\cos \delta^{(2)} j_l - \sin \delta^{(2)} n_l \right]^2, \\ \varepsilon' \cdot \sin \left[\delta^{(1)} - \delta^{(2)} \right] &= \\ &= \frac{2m}{k} \left[\frac{1}{2} \sin(2\varepsilon) (V_{11} - V_{22}) - \cos(2\varepsilon) V_{12} \right] \times \\ &\times \left[\cos \delta^{(1)} j_l - \sin \delta^{(1)} n_l \right] \left[\cos \delta^{(2)} j_l - \sin \delta^{(2)} n_l \right], \\ \delta^{(1)}(0) = 0, \quad \delta^{(2)}(0) = 0, \quad \varepsilon(0) = 0. \end{aligned} \right.$$

Причому $\varepsilon(r)$ залежить від поведінки потенціалу поблизу нуля [17]:

$$\frac{tg(2\varepsilon)}{2} \rightarrow \frac{V_{12}}{(2l+3-m_{12})} \frac{1}{\left[\frac{V_{11}}{(2l+3-m_{11})} - \frac{V_{22}}{(2l+3-m_{22})} \right]},$$

$$V_{ij}(r) \xrightarrow{r \rightarrow 0} C_{ij} r^{-m_{ij}}, \quad m_{ij} < 2.$$

До речі, при іншому виборі параметризації ця трудність відсутня [15, 18].

Вільним від описаних вище недоліків є вибір «ядерних параметрів» $\bar{\delta}_{10}$, $\bar{\delta}_{12}$, $\bar{\varepsilon}_1$ [11] або параметрів $\theta_1^{(0)}$, $\theta_1^{(2)}$, ρ_1 [19]. Ці обидва набори параметрів еквівалентні:

$$\theta_1^{(0)} = \bar{\delta}_{10}, \quad \theta_1^{(2)} = \bar{\delta}_{12}, \quad \rho_1 = \sin(2\bar{\varepsilon}_1).$$

Зв'язок параметрів Блатта-Біденхарна з параметрами Стаппа:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{10} + \bar{\delta}_{12} &= \delta_\alpha + \delta_\gamma; \\ \sin(2\bar{\varepsilon}_1) &= \sin(2\varepsilon_1) \sin(\delta_\alpha - \delta_\gamma); \\ \cos(2\bar{\varepsilon}_1) \cos(\bar{\delta}_{10} - \bar{\delta}_{12}) &= \cos(\delta_\alpha - \delta_\gamma). \end{aligned}$$

Але зручніше знайти параметризацію Стаппа із рівнянь (8). Зв'язок параметрів Мак-Хейла-Телера з параметрами Стаппа:

$$\begin{aligned} x_{10} &= \frac{tg \bar{\delta}_{10} + tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{12}}{1 - tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{10} tg \bar{\delta}_{12}}; \quad x_{12} = \frac{tg \bar{\delta}_{12} + tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{10}}{1 - tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{10} tg \bar{\delta}_{12}}; \\ y_1 &= \frac{tg \bar{\varepsilon}_1}{\cos \bar{\delta}_{10} \cos \bar{\delta}_{12} (1 - tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{10} tg \bar{\delta}_{12})}. \end{aligned}$$

Тоді рівняння для параметризації Стаппа можна записати у виді [1, 3, 11, 14]:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\delta}'_{10} &= -\frac{1}{k \cos(2\bar{\varepsilon})} \left[U_{10} (\cos^4 \bar{\varepsilon} P_{10}^2 - \sin^4 \bar{\varepsilon} Q_{10}^2) - \right. \\ &- U_{12} \sin^2 \bar{\varepsilon} \cos^2 \bar{\varepsilon} (P_{12}^2 - Q_{12}^2) - \\ &- T_1 \sin(2\bar{\varepsilon}) (\cos^2 \bar{\varepsilon} P_{10} Q_{12} - \sin^2 \bar{\varepsilon} P_{12} Q_{10}) \left. \right], \\ \bar{\delta}'_{12} &= -\frac{1}{k \cos(2\bar{\varepsilon})} \left[U_{12} (\cos^4 \bar{\varepsilon} P_{12}^2 - \sin^4 \bar{\varepsilon} Q_{12}^2) - \right. \\ &- U_{10} \sin^2 \bar{\varepsilon} \cos^2 \bar{\varepsilon} (P_{10}^2 - Q_{10}^2) - \\ &- T_1 \sin(2\bar{\varepsilon}) (\cos^2 \bar{\varepsilon} P_{12} Q_{10} - \sin^2 \bar{\varepsilon} P_{10} Q_{12}) \left. \right], \\ \bar{\varepsilon}' &= -\frac{1}{k} \left[T_1 (\cos^2 \bar{\varepsilon} P_{10} P_{12} + \sin^2 \bar{\varepsilon} Q_{10} Q_{12}) - \right. \\ &- U_{10} \sin \bar{\varepsilon} \cos \bar{\varepsilon} P_{10} Q_{10} - U_{12} \sin \bar{\varepsilon} \cos \bar{\varepsilon} P_{12} Q_{12} \left. \right], \\ \bar{\delta}_{10}(0) = \bar{\delta}_{12}(0) = \bar{\varepsilon}(0) &= 0, \end{aligned} \right. \quad (11)$$

де величини $P_{J,L}$, $Q_{J,L}$ ($L=J \mp 1$) рівні:

$$\begin{cases} P_{J,L} \equiv \cos \bar{\delta}_{J,L} j_L - \sin \bar{\delta}_{J,L} n_L; \\ Q_{J,L} \equiv \sin \bar{\delta}_{J,L} j_L + \cos \bar{\delta}_{J,L} n_L. \end{cases}$$

Незважаючи на математичну громіздкість, система (11) проста і зручна для обчислень, бо її рівняння містять невелике число однотипних елементів. Саме ці рівняння придатні для застосування і при наявності зв'язаних станів. Присутність множника $\cos(2\bar{\varepsilon})$ в знаменнику перших двох рівнянь системи (11) не призводить до розрахункових труднощостей, тому що значення $\cos(2\bar{\varepsilon})=0$ відповідає граничному випадку максимального змішування парціальних хвиль, коли амплітуда $L=J \mp 1$ хвилі у вхідному каналі повністю переходить в амплітуду $L=J \pm 1$ у вихідному каналі. В реальних випадках (наприклад, в нуклон-нуклонному розсіянні) незбереження орбітального моменту, мірою якого є $\bar{\varepsilon}$, невелике, так що $\cos(2\bar{\varepsilon}) \neq 0$ [1].

Подібні властивості, що й параметризація Стаппа, має і параметризація Матвеєнка-Пономарьова-Файфмана [12], для якої елементи F_{ij}

$$F_{11} = \bar{u}_1 \cos \delta_1 + \bar{v}_1 \sin \delta_1, \quad F_{12} = -\bar{u}_1 \sin \delta_1 + \bar{v}_1 \cos \delta_1,$$

$$F_{21} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}_2 e^{\delta_2} + \bar{v}_2 e^{-\delta_2}), \quad F_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}_2 e^{\delta_2} - \bar{v}_2 e^{-\delta_2}),$$

є елементами матриці параметризації, а шукані фази і параметр змішування:

$$\left\{ \begin{aligned} \delta'_1 &= \frac{-2}{1 + \cos^2(2\varepsilon)} \left[U_{10}(F_{11}^2 \cos^4 \varepsilon + F_{12}^2 \sin^4 \varepsilon) + \right. \\ &+ \frac{1}{4} U_{12}(F_{21}^2 + F_{22}^2) \sin^2(2\varepsilon) + \\ &+ T_1(F_{11}F_{21} \cos^2 \varepsilon + F_{12}F_{22} \sin^2 \varepsilon) \sin(2\varepsilon) \left. \right], \\ \delta'_2 &= \frac{-2}{1 + \cos^2(2\varepsilon)} \left[U_{12}(F_{22}^2 \cos^4 \varepsilon - F_{21}^2 \sin^4 \varepsilon) + \right. \\ &+ \frac{1}{4} U_{10}(F_{12}^2 - F_{11}^2) \sin^2(2\varepsilon) + \\ &+ T_1(F_{12}F_{22} \cos^2 \varepsilon - F_{11}F_{21} \sin^2 \varepsilon) \sin(2\varepsilon) \left. \right], \\ \varepsilon' &= - \left[\frac{1}{2} (U_{10}F_{11}F_{12} + U_{12}F_{21}F_{22}) \sin(2\varepsilon) + \right. \\ &+ T_1(F_{11}F_{22} \cos^2 \varepsilon + F_{12}F_{21} \sin^2 \varepsilon) \left. \right], \end{aligned} \right. \quad (12)$$

де (\bar{u}_1, \bar{v}_1) і (\bar{u}_2, \bar{v}_2) - набори розв'язків для відкритого і закритого каналів ($\kappa = k/i$):

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{k}} j_l(kr); \quad \bar{v}_1 = -\frac{1}{\sqrt{k}} n_l(kr);$$

$$\bar{u}_2 = \frac{(-i)^{l+1}}{\sqrt{2\kappa}} [j_l(ikr) - in_l(ikr)] \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} e^{kr};$$

$$\bar{v}_2 = \frac{i^{l+1}}{\sqrt{2\kappa}} [j_l(ikr) + in_l(ikr)] \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} e^{-kr}.$$

Фазові зсуви для дейтрона

Застосування МФФ для одноканального нуклон-нуклонного розсіяння [20] дає фазові зсуви для потенціалів Неймегенської групи (NijmI, NijmII, Nijm93 і Reid93), значення яких відрізняється не більше ніж на 5-10% від значень, отриманих при рішенні рівняння Шредінгера (1).

Якщо для зв'язаного стану нуклонів (дейтрона) провести розрахунки фазових зсувів згідно методу фазових функцій, то отримаємо результати, приведені на рис. 1-

3. У рамках МФФ була вибрана параметризація Стаппа(11) з потенціалами:

$$U_{10} = \frac{2m}{\hbar^2} V_C; \quad U_{12} = \frac{2m}{\hbar^2} (V_C - 2V_T - 3V_{LS});$$

$$T_1 = \frac{2m}{\hbar^2} \sqrt{8} V_T. \quad (13)$$

Розрахунки проведено для потенціалів Reid93 [21] і Argonne(Av18) [22].

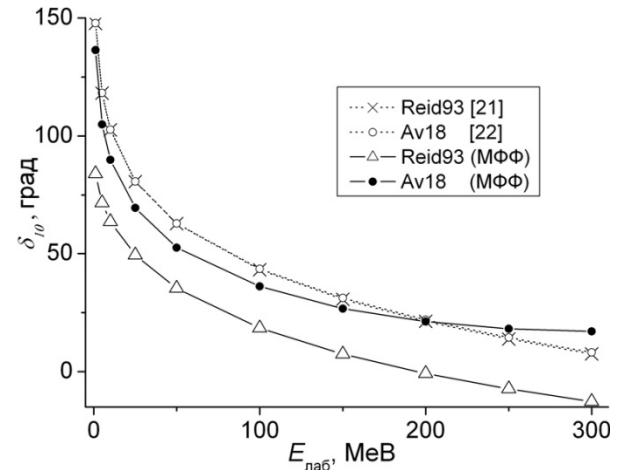


Рис. 1. Фазові зсуви 3S_1 -хвилі

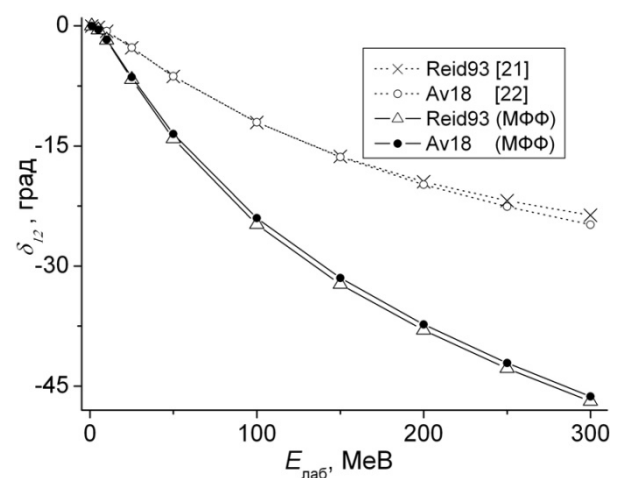
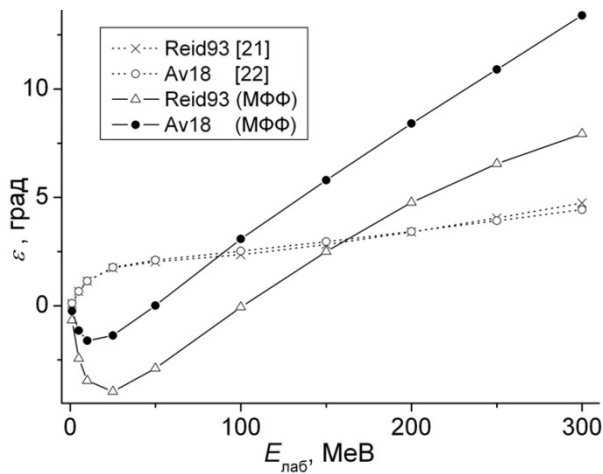


Рис. 2. Фазові зсуви 3D_1 -хвилі

Згідно (13) в потенціалі U_{12} не враховано квадратичну компоненту $V_{LL}(r)$ потенціалу нуклон-нуклонної взаємодії, тому це вплинуло на результат розрахунків фазових зсувів і параметру змішування. Краще узгоджуються з даними робіт [21,22] отримані фази δ_{10} , ніж фази δ_{12} .

При значній зміні фаз розсіяння δ_{10} і δ_{12} відбудеться і зміна повного перерізу

Рис. 3. Параметр змішування ε

розсіяння [1]:

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l. \quad (14)$$

Якщо порівняти отримані результати з даними для кіральних потенціалів NLO, N²LO-I і N²LO-II [23], отриманих N/D-методом [24], то можна зробити висновок, що в одній енергетичній області є певне узгодження фазових зсувів 3S_1 - і 3D_1 - хвиль

і параметру змішування ε , а в інших - значне розходження в рази.

Висновки

Для знаходження фазових зсувів змішаних станів системи двох нуклонів в рамках методу фазових функцій можна використати параметризації Мак-Хейла-Телера, Блатта-Біденхарна, Стаппа чи Матвеєнка-Пономарьова-Файфмана. При чисельних розрахунках більш зручними і математично коректними є параметризації Стаппа і Матвеєнка-Пономарьова-Файфмана, оскільки вони не містять виразів, що обертаються у нескінченність.

Чисельні розрахунки фазових зсувів і параметру змішування для дейтрона методом фазових функцій (параметризація Стаппа) і порівняння з результатами для інших методів показали, що існує розходження в певних енергетичних областях. Отримання фаз розсіяння залежить від вибору як фізичного методу, так і від методики чисельних розрахунків.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Баби́ков В.В. Метод фазовых функций в квантовой механике. – М.: Наука, 1988. – 256 с.
2. Гайсак І., Жаба В. Про вузли хвильової функції дейтрона // Вісник Львів. ун-ту. Серія Фізика. – 2009. – № 44. – С. 8–15.
3. Баби́ков В.В. Метод фазовых функций в квантовой механике // УФН. – 1967. – Т. 92, В. 1.– С. 3–26.
4. Morse P.M., Allis W.P. The Effect of Exchange on the Scattering of Slow Electrons from Atoms // Phys. Rev. – 1933. – Vol.44, Iss. 4. – P. 269–276.
5. Друкарев Г.Ф. Об определении фазы волновой функции при рассеянии частиц // ЖЭТФ. – 1949. – Т. 19, В. 3. – С. 247–255.
6. Bergmann O. // Acta Phys. Austriaca. – 1950. –Vol. 4. –P. 62.
7. Calogero F. A novel approach to elementary scattering theory // Nuovo Cimento. – 1963. –Vol. 27, Iss. 1. – P. 261–302.
8. Блатт Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика. – М.: Атомиздат, 1954. – 659с.
9. McHale J.L., Thaler R.M. // Phys. Rev. – 1955. – Vol. 98. – P. 273.
10. Blatt J.M., Biedenharn L.C. Neutron-Proton Scattering with Spin-Orbit Coupling. I. General Expressions // Phys. Rev. – 1952. – Vol. 86, Iss. 3. – P. 399–404.
11. Stapp H.P., Ypsilantis T.I., Metropolis N. Phase-Shift Analysis of 310-Mev Proton-Proton Scattering Experiments // Phys. Rev. – 1957. – Vol. 105, Iss. 1. – P. 302–310.
12. Матвеєнко А.В., Пономарев Л.И., Файфман М.П. Медленные столкновения в системе трех тел, взаимодействующих по закону Кулона. – Дубна,

1974. – 35 с. – (Препринт / ОИЯИ, P4-8232).
13. Kynch G.J. The Two-Body Scattering Problem with Non- Central Forces I - Non-Relativistic // Proc. Phys. Soc. A. – 1952. – Vol. 65, Num. 2. – P. 83–93.
 14. Баби́ков В.В. // ЯФ. – 1965. – Т.1. – С. 369–379.
 15. Cox J.R., Perlmutter A. A Method for the Determination of the S-Matrix for Scattering by a Tensor Potential // Nuovo Cimento. – 1965. –Vol. 37, Num. 1. – P. 76–87.
 16. Калоджеро Ф. Метод фазових функцій в теорії потенціального розсіяння. – Пер. с англ. Мир-Касимова Р.М. –М.: Мир, 1972. – 295 с.
 17. Degasperis A. Generalization of the Phase Method to Multi-Channel Potential Scattering // Nuovo Cimento. – 1964. – Vol. 34, Num. 6. – P. 1667–1686.
 18. Cox J.R. On the Computation of the Many-Channel S-Matrix // Nuovo Cimento. – 1965. -Vol. 37, Num. 2. – P. 474–491.
 19. Breit G., Huli M.H., Lassila K.E., Pyatt K.D. Phase-Parameter Representation of Proton-Proton Scattering from 9.7 to 345 Mev // Phys. Rev. – 1960. –Vol. 120, Iss. 6. – P. 2227–2249.
 20. Жаба В.І. Метод фазових функцій і NN- розсіяння // Тези доповідей XXII щорічної наук. конференції ІЯД НАН України. – Київ. – 2015. – С. 41–42.
 21. Stoks V.G.J., Klomp R.A.M., Terheggen C.P.F. et al. Construction of highquality NNpotential models // Phys. Rev. C. – 1994. –Vol.49, Iss. 6. –P. 2950–2962.
 22. Wiringa R.B., Stoks V.G.J., Schiavilla R. Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking // Phys. Rev. C. – 1995. – Vol. 51, Iss. 1. – P. 38–51.
 23. Oller J.A. Nucleon-Nucleon scattering from dispersion relations: next-to-next-to-leading order study // e-print arXiv:nucl-th/1402.2449v1 (2014).
 24. Albaladejo M., Oller J.A. Nucleon-Nucleon Interactions from Dispersion Relations: Coupled Partial Waves// Phys. Rev. C. – 2012. - Vol. 86. - P. 034005.

Стаття надійшла до редакції 10.08.2015

V.I. Zhaba

Uzhhorod National University, Voloshin Str., 54, Uzhhorod, 88000

THE PHASE-FUNCTION METHOD AND COUPLED CHANNELS NUCLEON-NUCLEON SCATTERING

Advantages and shortcomings of parametrization within a method of phase functions for finding of phase shifts of the mixed conditions of system of two nucleons are analyzed. According to Stapp's parametrization phase shifts of a deuteron are calculated. The received theoretical calculations from earlier published are compared.

Key words: phase shifts, deuteron, scattering, parametrization, channel.

В.И. Жаба

Ужгородский национальный университет, ул. Волошина, 54, Ужгород, 88000

МЕТОД ФАЗОВЫХ ФУНКЦИЙ И СВЯЗАННЫЕ КАНАЛЫ В НУКЛОН-НУКЛОННОМ РАССЕЙЯНИИ

Проанализированы преимущества и недостатки параметризаций в рамках метода фазовых функций для нахождения фазовых сдвигов смешанных состояний системы двух нуклонов. Согласно параметризации Стаппа рассчитаны фазовые сдвиги дейтрона. Сравниваются полученные теоретические расчеты из раньше опубликованными.

Ключевые слова: фазовый сдвиг, дейтрон, рассеяние, параметризация, канал.