УДК 519.21

М. М. Капустей, П. В. Слюсарчук (ДВНЗ «Ужгородський нац. ун-т»)

ЗАСТОСУВАННЯ УСЕРЕДНЕНИХ ПСЕВДОМОМЕНТІВ ДЛЯ ОЦІНКИ БЛИЗЬКОСТІ РОЗПОДІЛІВ ДВОХ СУМ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

The paper contains estimates of approximation of convergence of sums not identically distributed random variables in the term of middle pseudomoments.

Робота містить оцінки близькості розподілів сум різно розподілених випадкових величин в термінах усереднених псевдомоментів.

У даній роботі продовжуються дослідження, аналогічні [1] і [2], але використовуються усереднені псевдомоменти. У [3] міститься детальна інформація з використання різного вигляду псевдомоментів.

Нехай $\xi_1, ..., \xi_n, ...$ та $\eta_1, ..., \eta_n, ...$ — дві послідовності випадкових величин з функціями розподілу відповідно $F_k(x)$ і $G_k(x)$, характеристичними функціями $f_k(t)$ і $g_k(t)$. $\Phi_n(x)$ і $Q_n(x)$ — функції розподілу випадкових величин $\sum\limits_{k=1}^{n} \xi_k$ і $\sum\limits_{k=1}^{n} \eta_k$, а $H_k(x) = F_k(x) - G_k(x)$, $\rho_n = \sup\limits_x |\Phi_n(x) - Q_n(x)|$.

Нехай виконуються умови:

існує число $\alpha \in (0;2]$ і стала $\lambda > 0$ такі, що

$$|g_i(t)| \le e^{-\lambda|t|^\alpha}; \tag{1}$$

$$\mu_{ik} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x^k dH_i(x) = 0 \;\; (i = 1, 2, ...;\; k = \overline{1, m}), \tag{2}$$

де $m = 1$ при $\alpha \le 1$ і $m = 2$ при $1 < \alpha \le 2$.

Теорема. *Нехай $\omega_i(t) = |f_i(t) - g_i(t)|$, виконуються умови (1) та (2) і нехай θ_i – величини, для яких, при деякому $s \in [0; \alpha + 1]$ і $r \in (0; 2]$, для всіх дійсних t виконується нерівність*

$$\omega_i\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right) \le \theta_i \min(|t|^s, r|t|^{\alpha+1}), \;\; i = 1, 2, ... \tag{3}$$

Покладемо $\bar\theta_n = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} \theta_i$. Тоді існують сталі $C^{(1)}$ і $C^{(2)}$, що залежать тільки від α, s, r, такі, що при $n \ge 2$

$$\rho_n \le C^{(1)} n^{-\frac{1}{\alpha}} \max\{\bar\theta_n; \bar\theta_n^p\},$$

а при $n = 1$ і $s > 0$

$$\rho_1 \le C^{(2)}\left(1 + \frac{1}{s}\right)\max\{\theta_1; \theta_1^p\},$$

де $p = \min\left(1; \frac{n}{sn+1}\right)$.

Доведення. Використаємо нерівність ([4], стор. 299)

$$|F(x)-G(x)| \leq \frac{2}{\pi}\int\limits_0^T |f(t)-g(t)|\frac{dt}{t}+\frac{24}{\pi T}\sup_x |G'(x)|. \quad (4)$$

Оскільки

$$\rho_n=\sup_x\left|\Phi_n\left(x\lambda^{\frac{1}{\alpha}}\right)-Q_n\left(x\lambda^{\frac{1}{\alpha}}\right)\right|,$$

то в (4) покладемо

$$F(x)=\Phi_n\left(x\lambda^{\frac{1}{\alpha}}\right),\ G(x)=Q_n\left(x\lambda^{\frac{1}{\alpha}}\right),\ f(t)=\prod_{k=1}^n f_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right),\ g(t)=\prod_{k=1}^n g_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right).$$

Із (1) випливає, що

$$|G'(x)|=\frac{1}{2\pi}\left|\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-itx}\prod_{k=1}^n g_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)dt\right| \leq \frac{1}{\pi n^{\frac{1}{\alpha}}}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right).$$

Тоді із (4) отримаємо

$$\rho_n \leq \frac{2}{\pi}\int\limits_0^T\left|\prod_{k=1}^n f_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)-\prod_{k=1}^n g_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right|\frac{dt}{t}+\frac{24}{n^{\frac{1}{\alpha}}T\pi^2}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right). \quad (5)$$

Нехай $c\in(0;\min\{1;r^{-\alpha}\})$ деяка стала, вибір якої визначимо пізніше. Позначимо $X=c^{\frac{5}{\alpha}}(\bar{\theta}_n)^{-p}$, $X_1=\min\{c^{\frac{1}{\alpha}};X\}$, де $p=\min\{1;\frac{n}{sn+1}\}$, якщо $\bar{\theta}_n<1$ і $p=1$, якщо $\bar{\theta}_n\geq 1$. Такі зміни у визначенні p не вплинуть на твердження теореми. Відзначимо, що $\bar{\theta}_n\leq c^{\frac{4}{\alpha p}}$ у випадку $X_1=c^{\frac{1}{\alpha}}$ і $\bar{\theta}_n\geq c^{\frac{4}{\alpha p}}$ у випадку $X_1=X$. У (5) покладемо $T=X$. Тоді

$$\rho_n \leq \frac{2}{\pi}\int\limits_0^{X_1}\left|\prod_{k=1}^n f_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)-\prod_{k=1}^n g_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right|\frac{dt}{t}+$$

$$+\frac{2}{\pi}\int\limits_{X_1}^{X}\left|\prod_{k=1}^n f_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)-\prod_{k=1}^n g_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right|\frac{dt}{t}+\frac{24}{n^{\frac{1}{\alpha}}T\pi^2}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)=$$

$$=I_1+I_2+\frac{24}{n^{\frac{1}{\alpha}}T\pi^2}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right). \quad (6)$$

$$\left|f_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right|=\left|f_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)-g_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)+g_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right|\leq$$

$$\leq e^{-|t|^{\alpha}}+\omega_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)=\psi_k(t)\leq\exp\left\{e^{-|t|^{\alpha}}-1+\omega_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right\}.$$

Оскільки для будь-якого $t \in R$ $e^{-|t|^\alpha} - 1 \le \frac{e^{-c}-1}{c} \min\{c; |t|^\alpha\}$, то

$$\left| f_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| \le \psi_k(t) \le \exp\left\{ \frac{e^{-c}-1}{c} \min\{c; |t|^\alpha\} + \omega_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right\}. \tag{7}$$

Нехай $X_1 = c^{\frac{1}{\alpha}}$. Тоді $\bar{\theta}_n \le c^{\frac{4}{\alpha p}}$. При $|t| \le c^{\frac{1}{\alpha}}$

$$\sum_{k=1}^{n} \omega_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \le \sum_{k=1}^{n} \theta_k r |t|^{\alpha+1} \le \bar{\theta}_n n r |t|^\alpha c^{\frac{1}{\alpha}} \le n r |t|^\alpha c^{\frac{4}{\alpha p} + \frac{1}{\alpha}} \le nc \min\{c; |t|^\alpha\},$$

а у випадку $c^{\frac{1}{\alpha}} \le |t| \le X$

$$\sum_{k=1}^{n} \omega_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \le \sum_{k=1}^{n} \theta_k |t|^s \le \bar{\theta}_n n X^s =$$

$$= c^{\frac{5s}{\alpha}} (\bar{\theta}_n)^{1-sp} n \le c^{\frac{5s}{\alpha}} (\bar{\theta}_n)^p n \le c^{\frac{5s}{\alpha} + \frac{4}{\alpha}} n \le nc \min\{c; |t|^\alpha\}.$$

Нехай $X_1 = X$. Тоді $\bar{\theta}_n \ge c^{\frac{4}{\alpha p}}$ і при $|t| \le X$

$$\sum_{k=1}^{n} \omega_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \le \sum_{k=1}^{n} \theta_k r |t|^{\alpha+1} \le \bar{\theta}_n n r |t|^\alpha X \le n r |t|^\alpha (\bar{\theta}_n)^{1-p} c^{\frac{5}{\alpha}} \le nc \min\{c; |t|^\alpha\}.$$

Отже, при $|t| \le X$

$$\sum_{k=1}^{n} \omega_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \le nc \min\{c; |t|^\alpha\}. \tag{8}$$

Крім того,

$$\exp\left\{ -\frac{e^{-c}-1}{c} \min\{c; |t|^\alpha\} \right\} \le e^{\frac{1}{2}c}. \tag{9}$$

Для будь-яких комплексних чисел $a_1, ..., a_n$, $b_1, ..., b_n$ справедливі нерівності

$$\left| \prod_{i=1}^{n} a_i - \prod_{i=1}^{n} b_i \right| \le \sum_{i=1}^{n} |a_i - b_i| \left(\prod_{k=1}^{i-1} |b_k| \right) \prod_{k=i+1}^{n} |a_k| \tag{10}$$

$$\left| \prod_{i=1}^{n} a_i - \prod_{i=1}^{n} b_i \right| \le \sum_{i=2}^{n} |a_i - b_i| \left(\prod_{k=1}^{i-1} |b_k| \right) \prod_{k=i+1}^{n} |a_k| +$$

$$+ \sum_{i=2}^{n} \left(\prod_{k=1}^{i-1} |a_k - b_k| \right) |b_i| \prod_{k=i+1}^{n} |a_k| + \prod_{k=1}^{i-1} |a_k - b_k|, \tag{11}$$

що одержуються із рівностей

$$\prod_{i=1}^{n} a_i - \prod_{i=1}^{n} b_i = \sum_{i=1}^{n} (a_i - b_i) \left(\prod_{k=1}^{i-1} b_k \right) \prod_{k=i+1}^{n} a_k =$$

$$= \sum_{i=2}^{n} (a_i - b_i) \left(\prod_{k=1}^{i-1} b_k \right) \prod_{k=i+1}^{n} a_k + \sum_{i=2}^{n} \left(\prod_{k=1}^{i-1} (a_k - b_k) \right) b_i \prod_{k=i+1}^{n} a_k + \prod_{k=i+1}^{n} (a_k - b_k).$$

Нехай $n \geq 2$. Для оцінки I_1 із нерівності (10) і умов теореми одержуємо

$$\left| \prod_{i=1}^{n} f_i \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) - \prod_{i=1}^{n} g_i \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| \leq \sum_{i=1}^{n} \omega_t \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \prod_{k=1}^{i-1} \left| g_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| \prod_{k=i+1}^{n} \left| f_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| \leq$$

$$\leq r|t|^{\alpha+1} \sum_{i=1}^{n} \theta_i e^{-|t|^{\alpha}(i-1)} \prod_{k=i+1}^{n} \psi_k(t) \leq r|t|^{\alpha+1} \sum_{i=1}^{n} \theta_i \prod_{k=1, k\neq i}^{n} \psi_k(t). \tag{12}$$

При $|t| \leq X_1$, $n \geq 2$ із нерівностей (7), (8) і (9)

$$\prod_{k=1, k\neq i}^{n} \psi_k(t) \leq \prod_{k=1, k\neq i}^{n} \exp \left\{ \frac{e^{-c} - 1}{c} \min\{c; |t|^{\alpha}\} + \omega_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right\} \leq e^{\frac{1}{2}c} e^{-c_1 n |t|^{\alpha}}, \tag{13}$$

де $c_1 = \frac{1-e^{-c}}{c} - c$, а стала c вибирається так, щоб $c_1 > 0$.

Із (12) і (13) при $|t| \leq X_1$ і $n \geq 2$

$$\left| \prod_{i=1}^{n} f_i \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) - \prod_{i=1}^{n} g_i \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| \leq \bar{\theta}_n n r |t|^{\alpha+1} e^{\frac{1}{2}c} e^{-c_1 n |t|^{\alpha}}. \tag{14}$$

Тоді із (14) при $n > 1$

$$I_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{X_1} \left| \prod_{k=1}^{n} f_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) - \prod_{k=1}^{n} g_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| \frac{dt}{t} \leq \frac{2}{\pi} \bar{\theta}_n n r e^{\frac{1}{2}c} \int_0^{X_1} t^{\alpha} e^{-c_1 n t^{\alpha}} dt \leq$$

$$\leq \frac{\bar{\theta}_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}} \frac{2}{\pi} r e^{\frac{1}{2}c} \frac{1}{\alpha} (c_1)^{-1-\frac{1}{\alpha}} \int_0^{\infty} e^{-z} z^{\frac{1}{\alpha}} dz \leq C_3 \frac{\bar{\theta}_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}}, \tag{15}$$

де через C_k будемо позначати сталі, що залежать тільки від c, α, r.

Будемо вважати, що $X_1 = c^{\frac{1}{\alpha}}$, бо у випадку $X_1 = X$ інтеграл $I_2 = 0$ і при $n \geq 2$ теорема випливає із (6) і (15).

Із нерівностей (11), (7) і умов теореми при $n \geq 2$

$$\left| \prod_{i=1}^{n} f_i \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) - \prod_{i=1}^{n} g_i \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| \leq \sum_{i=2}^{n} \omega_i \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \prod_{k=1}^{i-1} \left| g_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| \prod_{k=i+1}^{n} \left| f_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| +$$

$$+ \sum_{i=2}^{n} \left| g_i \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| \prod_{k=1}^{i-1} \omega_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \prod_{k=i+1}^{n} \left| f_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \right| + \prod_{k=1}^{i-1} \omega_k \left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \leq$$

$$\leq |t|^{s} e^{-|t|^{\alpha}} \sum_{i=2}^{n} \theta_i \prod_{k=2, k\neq i}^{n} \psi_k(t) + |t|^{s} \theta_1 e^{-|t|^{\alpha}} \sum_{i=2}^{n} \prod_{k=2, k\neq i}^{n} \psi_k(t) + |t|^{sn} \prod_{k=1}^{n} \theta_k. \tag{16}$$

Нехай $c^{\frac{1}{\alpha}} \leq |t| \leq X$, $n \geq 2$. У цьому випадку із (7), (8) і (9)

$$\prod_{k=2,k\neq i}^{n} \psi_k(t) \leq \prod_{k=2,k\neq i}^{n} \exp\left\{\frac{e^{-c}-1}{c}\min\{c;|t|^{\alpha}\} + \omega_k\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right\} \leq e^{c}e^{-cc_1 n}. \quad (17)$$

Тоді для $n \geq 2$ і $c^{\frac{1}{\alpha}} \leq |t| \leq X$ із (16) і (17) і нерівності $\prod\limits_{k=1}^{n}\theta_k \leq (\bar{\theta}_n)^n$

$$\left|\prod_{i=1}^{n} f_i\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right) - \prod_{i=1}^{n} g_i\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right| \leq |t|^{s}e^{-|t|^{\alpha}}e^{c}e^{-cc_1 n}n^2\bar{\theta}_n + |t|^{sn}(\bar{\theta}_n)^n. \quad (18)$$

Із (18) одержимо

$$I_1 = \frac{2}{\pi}\int\limits_{X_1}^{X}\left|\prod_{i=1}^{n} f_i\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right) - \prod_{i=1}^{n} g_i\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right|\frac{dt}{t} \leq$$

$$\leq \bar{\theta}_n n^2 e^{c}e^{-cc_1 n}\frac{2}{\pi}\int\limits_{X_1}^{X} t^{s-1}e^{-t^{\alpha}}dt + (\bar{\theta}_n)^n\frac{2}{\pi}\int\limits_{X_1}^{X} t^{sn-1}dt = I_2' + I_2''. \quad (19)$$

$$I_2' = \bar{\theta}_n n^2 e^{c}e^{-cc_1 n}\frac{2}{\pi}\int\limits_{X_1}^{X} t^{s-1}e^{-t^{\alpha}}dt \leq C_4\frac{\bar{\theta}_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}}. \quad (20)$$

У випадку $s \geq \frac{1}{3}$

$$I_2'' = (\bar{\theta}_n)^n\frac{2}{\pi}\int\limits_{X_1}^{X} t^{sn-1}dt \leq \frac{2}{\pi}(\bar{\theta}_n)^n\frac{X^{sn}}{sn} \leq$$

$$\leq \frac{6}{n\pi}(\bar{\theta}_n)^{n(1-sp)}\left(c^{\frac{5}{\alpha}}\right)^{sn} \leq \frac{6}{n\pi}(\bar{\theta}_n)^{p}\left(c^{\frac{5}{3\alpha}}\right)^{n} \leq C_5\frac{\bar{\theta}_p}{n^{\frac{1}{\alpha}}}. \quad (21)$$

При $s \leq \frac{1}{3}$ і $n \geq 2$, $\frac{n}{sn+1} \geq 1$, тому $p = 1$. Тоді

$$I_2'' \leq (\bar{\theta}_n)^n\frac{2}{\pi}(X_1)^{-\frac{1}{3}}\int\limits_{X_1}^{X} t^{sn-\frac{2}{3}}dt \leq (\bar{\theta}_n)^n\frac{2}{\pi}c^{-\frac{1}{3\alpha}}\frac{X^{sn+\frac{1}{3}}}{sn+\frac{1}{3}} \leq$$

$$\leq \frac{6}{\pi}c^{-\frac{1}{3\alpha}}(\bar{\theta}_n)^{n(1-s)-\frac{1}{3}}\left(c^{\frac{5}{\alpha}}\right)^{sn+\frac{1}{3}} \leq \bar{\theta}_n\frac{6}{\pi}c^{-\frac{1}{3\alpha}-1}c^{n} \leq C_6\frac{\bar{\theta}_n}{n^{\frac{1}{\alpha}}}. \quad (22)$$

Із (6), (15), (19)—(22) одержуємо справедливість теореми для $n \geq 2$.

Нехай $n = 1$. $\bar{\theta}_n \geq c^{\frac{4}{\alpha p}}$ у випадку $X_1 = X$. Тоді $\rho_1 \leq 1 \leq c^{-\frac{4}{\alpha p}}\theta_1$. Якщо $X_1 = c^{\frac{1}{\alpha}}$, то $\bar{\theta}_n \leq c^{\frac{4}{\alpha p}}$. Тоді із умови (3) теореми і (5), де $T = X = c^{\frac{5}{\alpha}}(\theta_1)^{-p}$, при $s > 0$

$$\rho_1 \leq \frac{2}{\pi}\int\limits_{0}^{X}\left|f_1\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right) - g_1\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\right|\frac{dt}{t} + c^{-\frac{5}{\alpha}}(\theta_1)^{p}\frac{24}{\pi^2}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right) \leq \theta_1\frac{2}{\pi}\int\limits_{0}^{X} t^{s-1}dt+$$

$$+c^{-\frac{5}{\alpha}}(\theta_1)^p\frac{24}{\pi^2}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)=\theta_1\frac{2}{\pi s}X^s+c^{-\frac{5}{\alpha}}(\theta_1)^p\frac{24}{\pi^2}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)\le C_7\left(1+\frac{1}{s}\right)(\theta_1)^p.$$

Теорема доведена.

Позначимо

$$\kappa_i=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|x|^\alpha\left|H_i\left(x\lambda^{\frac{1}{\alpha}}\right)\right|,\ \kappa_{i0}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\max(1,|x|^\alpha)\left|H_i\left(x\lambda^{\frac{1}{\alpha}}\right)\right|dx,$$

$$\nu_{i0}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\max(1,|x|^{\alpha+1})\left|dH_i\left(x\lambda^{\frac{1}{\alpha}}\right)\right|,\ \bar{\kappa}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\kappa_i,\ \bar{\kappa}_0=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\kappa_{i0},\ \bar{\nu}_0=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\nu_{i0}.$$

Лема. *Нехай* $\mu_{ik}=0$; $k=\overline{1,m}$; $i=1,2,...$; $\omega_i(t)=|f_i(t)-g_i(t)|$. *Тоді*

$$\omega_i\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\le\nu_{i0}\min\left(1,\frac{2^{1-\delta}}{m!(m+1)^\delta}|t|^{\alpha+1}\right);$$

$$\omega_i\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\le\kappa_{i0}\min\left(|t|,\frac{2^{1-\delta}}{m^\delta}|t|^{\alpha+1}\right);\ \omega_i\left(t\lambda^{-\frac{1}{\alpha}}\right)\le\kappa_i\frac{|t|^{\alpha+1}2^{1-\delta}}{m^\delta},$$

де $\delta=\alpha+1-m$.

Наслідок. *Існують сталі* $C^{(3)}$, $C^{(4)}$, $C^{(5)}$, *що для всіх* $n\ge1$ *справедливі нерівності*

$$\rho_n\le C^{(3)}n^{-\frac{1}{\alpha}}\bar{\nu}_0,$$

$$\rho_n\le C^{(4)}n^{-\frac{1}{\alpha}}\max\left(\bar{\kappa}_0;\ (\bar{\kappa}_0)^{\frac{n}{n+1}}\right),$$

$$\rho_n\le C^{(5)}n^{-\frac{1}{\alpha}}\max\left(\bar{\kappa};\ (\bar{\kappa})^{\frac{n}{(\alpha+1)n+1}}\right),$$

Список використаної літератури

1. *Боярищева Т. В., Слюсарчук П. В.* Оцінка близькості розподілів двох сум для різно розподілених випадкових величин // Науковий вісник Ужгородського ун-ту. Сер. матем. – Ужгород, 2001. – Вип. 6. – С. 4–8.
2. *Капустей М. М., Слюсарчук П. В.* Про одну форму псевдомоментів і їх застосування для оцінки близькості функцій розподілу двох сум випадкових величин // Науковий вісник Ужгородського ун-ту. Сер. матем. і інформ. – Ужгород, 2013. – Вип. 24, № 2. – С. 69–76.
3. *Золотарёв В. М.* Современная теория суммирования независимых случайных величин. – М.: Наука, 1986. – 416 с.
4. *Лоэв М.* Теория вероятностей. – М.: Изд–во иностр. лит., 1962. – 720 с.

Одержано 15.09.2017