

УДК 621.762

**А. В. Шостак** – кандидат технічних наук, доцент  
Луцького національного технічного університету;  
**Ю. А. Мельник** – аспірант Луцького національного  
технічного університету

## Визначення методами Фур'є–Хартлі мікротопографічних параметрів фрактографічних поверхонь

*Роботу виконано на кафедрі міського будівництва  
та господарства ЛНТУ*

Розглянуто питання стереомікротопографії (поверхонь металів, твердих тіл). Пропонується за даними РЕМ-стереовимірювань апроксимувати цифрові моделі мікрорельєфу методами Фур'є–Хартлі з наступним визначенням крутизни, кривини, спектральної щільності.

**Ключові слова:** фрактографія, стереометрія, перетворення Фур'є–Хартлі, частотно-спектральна характеристика.

**Шостак А. В., Мельник Ю. А. Определение методами Фурье–Хартли микротопических параметров фактографических поверхностей.** Рассматриваются вопросы стереомикрофрактографии (поверхностей металлов, твердых тел). Предлагается по данным РЭМ-стереоизмерений аппроксимировать цифровые модели микрорельефа методами Фурье–Хартли с последующим определением крутизны, кривизны, спектральной плотности.

**Ключевые слова:** фрактография, стереометрия, преобразование Фурье–Хартли, частотно-спектральная характеристика.

**Shostak A.V., Melnik Yu. A. The Estimation of Microtopographic Parametres of Fractographical Surfaces by Fourier–Hartley Mehods.** The problems of stereomicrotopography (of metal surfaces, of solid body's) are considered. The approximation of microrelief digital models by Fourier–Hartley methods on the basis of REM-stereomeasurements datas (a steepness, a curvature, spectral density) are proposed.

**Key words:** fractography, stereometry, Fourier–Hartley transformations, frequency and spectral characteristics.

**Постановка наукової проблеми та її значення.** На сьогодні спостерігається зацікавленість учених-дослідників до тривимірного представлення мікротопографії поверхні як докладнішого способу опису її мікрогеометрії.

Є спроби і в нашій країні, і за рубежом [11; 13; 8] встановлення зв'язків мікротопографічних параметрів з певними, наприклад, експлуатаційними властивостями. Але частіше всього дослідження поверхні тіл проводять за допомогою профілометричних пристроїв [9]. Отримані при цьому усереднені інтегральні характеристики неадекватно відображають мікрогеометрію поверхні, тому що не фіксують нерівності, співрозмірні з розміром щупа, вимірювання проводяться вздовж лінії, а не по площі, водночас без спостереження в мікроскоп [4]. Відповідно кількісна інформація про мікротопографічні властивості, що виявляють причини і наслідки, наприклад, зношування, є наближеними.

Труднощі в процесі збору вихідної інформації і визначення вихідних параметрів, необхідних для тривимірного представлення поверхні, якоюсь мірою гальмують подальший розвиток і впровадження мікротопографічних досліджень в інженерну практику.

Для розв'язку задачі коректної кількісної характеристики мікрогеометрії фрактографічних поверхонь або поверхонь твердих тіл в загальному випадку нами пропонується виконувати 3-D реконструкції цифрових моделей мікрорельєфу (ЦММР), що вивчаються з допомогою растрових електронних мікроскопів (РЕМ) в режимі мікрофотограмметричної зйомки [6].

**Аналіз останніх досліджень із цієї проблеми.** Серед найрізноманітніших застосувань електронно-мікроскопічних досліджень на сьогодні найменше реалізована тривимірна реконструкція. Водночас тривимірна оцінка та відображення об'єктів на нано-мікрорівнях є надзвичайно важливою і потребує високої точності, достовірності та оперативності в режимі «on-line» [1; 3; 8; 12]. Для вирішення таких задач використовуються такі методи:

1. *Метод 3-D реконструкції за різнофокусними зображеннями.* Метод теоретично і програмно добре відпрацьований, проте має низьку точність.

2. Просторове моделювання мікрорельєфних поверхонь за допомогою комп'ютерної мікроскопії. Цей метод має суттєві обмеження, а саме – діапазон малих збільшень світлової мікроскопії.

3. Достатньо вивченим є метод нано-мікрофотограмметрії із застосуванням РЕМ-фотограмметрії [7, 8].

РЕМ-мікрофотограмметричний метод є порівняно універсальним, проте має ряд суттєвих особливостей. Основні з них – це значна невідповідність електронномікроскопічного зображення до загальноприйнятої в фотограмметрії центральної проекції; порівняно низька метрична якість РЕМ-зображення; висока зашумленість, некоректність за Адамаром 3-D реконструкції та інші. Ці питання потребують ґрунтовних теоретичних та експериментальних досліджень. Актуальність і важливість таких досліджень неодноразово зображено у низці робіт вітчизняних і зарубіжних авторів, а також в рішеннях щорічних конференцій та конгресів з електронної мікроскопії та фотограмметрії.

ЦММР має певну просторову організацію і мікроструктуру. Тому повний опис цифрової моделі рельєфу як фізичного поля передбачає аналітичну інтерпретацію ЦММР і одержання функції спільного розподілу функції  $Z = (x, y)$  [10, 9] та її перших і других похідних для будь-якої скінченної множини точок. Проте побудова або 3-D реконструкція – це задача відображення тривимірного об'єкта за двовимірними зображеннями і з тієї причини є некоректною.

**Мета** статті – врахування цього утруднення із застосуванням для побудови ЦММР методів Фур'є-Хартлі з визначенням таких важливих мікротопографічних характеристик мікроповерхонь, як крутизна, кривина, АКФ, спектральна щільність, передавальних функцій та ін.

**Виклад основного матеріалу та обґрунтування отриманих результатів дослідження.**

**1. Побудова ЦММР методом Хартлі.** Перетворення Хартлі, як і добре відоме перетворення Фур'є, застосовується для цифрової обробки інформації, спектрального аналізу, фільтрації, інтерполяції та інше.

Ґрунтуючись на роботах [2, 11], дамо коротке визначення перетворення Хартлі стосовно побудови ЦММР. Розглянемо  $z$  як функцію одного аргументу, тобто  $z = f(x)$ . Перетворенням Хартлі функції  $f(x)$  називається вираз виду:

$$Hf(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos 2\pi vx + \sin 2\pi vx \, dx. \quad (1)$$

Обернене перетворення Хартлі визначається формулою:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} Hf(v) \cos 2\pi vx + \sin 2\pi vx \, dv. \quad (2)$$

Якщо  $Ff(v)$  – перетворення Фур'є функції  $f(x)$ , то має місце наступний зв'язок з перетворенням Хартлі:

$$Ff(v) = \frac{Y(v) + iH(v)}{1+i}, \quad (3)$$

де  $i$  – уявна одиниця.

Дискретне перетворення Хартлі  $H(v)$  дійсної функції  $f(x)$ , де  $\tau = 0, 1, \dots, N-1$ , визначається як сума косинусного й синусного перетворень, тобто

$$H(v) = N^{-1} \sum_{\tau=0}^{N-1} f(x) \left[ \cos \frac{2\pi v \tau}{N} + \sin \frac{2\pi v \tau}{N} \right]. \quad (4)$$

Обернене співвідношення має вигляд:

$$f(x) = \sum_{v=0}^{N-1} H(v) \left[ \cos \frac{2\pi v \tau}{N} + \sin \frac{2\pi v \tau}{N} \right]. \quad (5)$$

Порівнюючи формули прямого й оберненого перетворень Хартлі, бачимо, що вони виконуються однаково на відміну від перетворення Фур'є, яке проводиться прямо і обернено за різними формулами при використанні комплексних чисел.

Найповніше в матричному вигляді дискретне перетворення Хартлі запишемо:



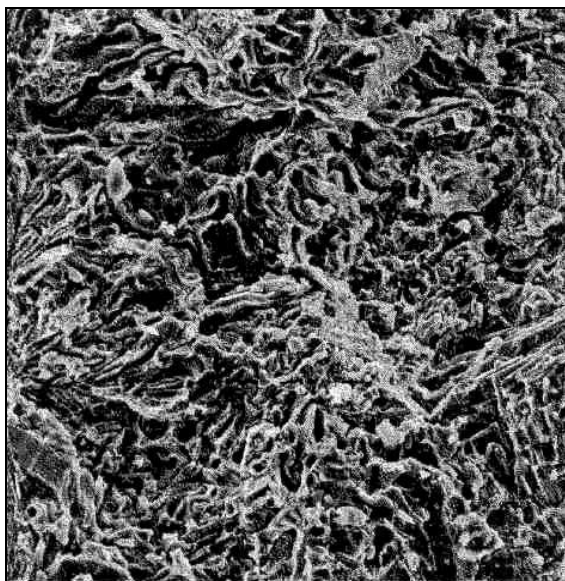


Рис. 1. РЕМ-мікрофотографія мікрорельєфу зразка. Збільшення 2000<sup>×</sup>

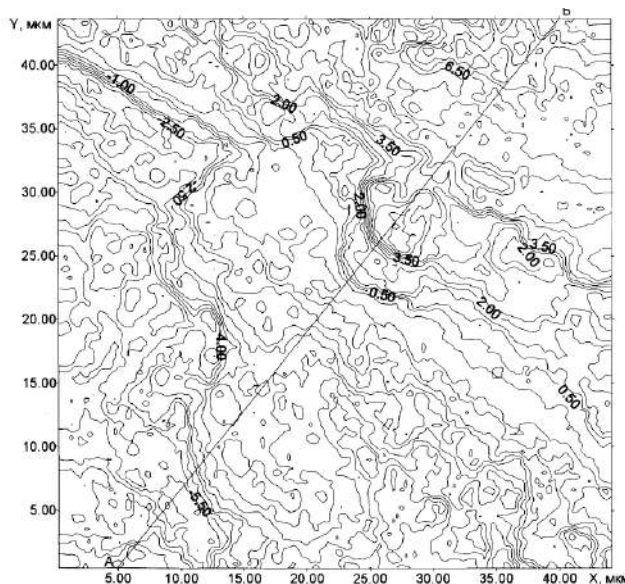


Рис. 2. Карта ізоліній поверхні чавунного злому. Збільшення 2000<sup>×</sup>

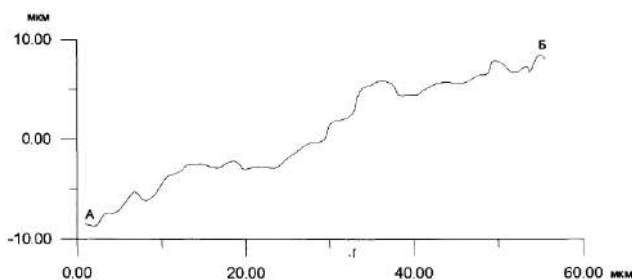


Рис. 3. Профіль мікрорельєфу поверхні ділянки вздовж лінії А–Б. Збільшення 2000<sup>×</sup>

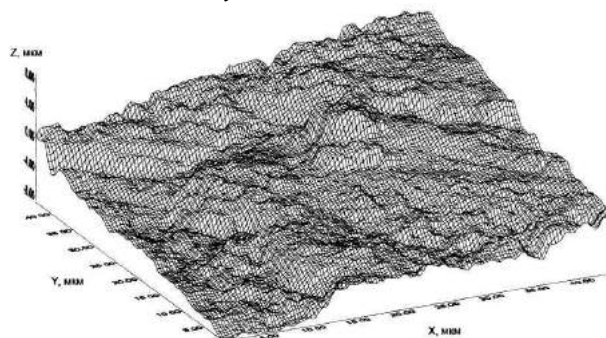


Рис. 4. Тривимірна блок-діаграма поверхні злому. Збільшення 2000<sup>×</sup>

**2. Визначення крутизни і кривини мікроструктурних елементів ЦММР.** Побудована цифрова модель мікрорельєфу служить основою для визначення мікротопографічних параметрів, що характеризують геометричні властивості локальної поверхні ЦММР у точці. Такими параметрами служать висота, крутизна і кривина.

Крутизна (ухил) і кривина в точці визначаються через перші і другі похідні функції рельєфу  $Z = f(x, y)$ . Похідні першого порядку  $\partial z/\partial x$  і  $\partial z/\partial y$  визначають крутизну в точці таким чином:

$$A = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \text{ – амплітуда й } g = \arctg\left(\frac{\partial z/\partial x}{\partial z/\partial y}\right) \text{ – азимут напрямку нахилу.}$$

Кривину в точці можна визначати за строгими формулами, що не завжди доцільно, і наближеними, використовуючи матрицю, отриману із других похідних, що має назву гессіана:

$$\|B\| = \begin{vmatrix} \partial^2 Z/\partial x^2 & \partial^2 Z/\partial x\partial y \\ \partial^2 Z/\partial y\partial x & \partial^2 Z/\partial y^2 \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Середня кривина  $K$  поверхні в якій-небудь її точці дорівнює сліду (spur) матриці  $\|B\|$ , тобто

$$K = spur\|B\| = \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2}\right). \quad (12)$$

Для визначення похідних першого і другого порядків від  $z(x, y)$  представимо поверхню  $\Omega$  у вигляді сплайн-поверхні, тобто розіб'ємо область  $\Omega$  на субобласті  $\Delta = d_x \cdot d_y$ . У кожній такій області  $\Delta$  отримуємо апроксимуючу гладку аналітичну поверхню добиранням поліномів другого або третього порядків ( $u$ ) [4, 13]:

$$z_u = z_u(x, y) \approx \sum_{q=0}^u \sum_{p=0}^{u-q} a_{pq} x^p y^q. \quad (13)$$

Результатом апроксимації поверхні  $\Delta$  є коефіцієнти  $a_{pq}$ , що визначаються з відповідних матричних рівнянь.

Часто апроксимація виконується по підгрупах, що складається з дев'яти або 25 точок, включаючи в центрі шукану точку  $(k, l)$ .

Вирази для похідних спрощуються внаслідок вибору початку координат  $xu$  сплайн-поверхні  $\Delta$  в точці  $(k, l)$ .

У таких випадках коефіцієнти  $a_{pq}$  є лінійними функціями координат дев'яти або 25 точок  $Z_i$ . Наприклад, для  $u=2$  і підгрупи з дев'яти точок коефіцієнти  $a_{pq}$  дорівнюють:

$$a_{10} = \frac{\sum_{j=l-1}^{l+1} (z_{k+1,j} - z_{k-1,j})}{6d}; \quad a_{01} = \frac{\sum_{i=k-1}^{k+1} (z_{i,l+1} - z_{i,l-1})}{6d}; \quad c = z_{20} + a_{02} \approx \frac{1}{4d^2} \left[ \sum_{\substack{i=k-1;k+1 \\ j=l-1;l+1}} (z_{i,j} - 4z_{kl}) \right]. \quad (14)$$

Коли ЦММР отримується на основі перетворення Хартлі, вказані параметри  $(a_{10} a_{01} c)$  доцільно визначати за одноманітною методологічною схемою спектрального опису мікрорельєфу:

$$\mathbf{[10 a_{01} c]} = H^{-1} \mathbf{[f_{nm} \bar{f}]}, \quad (15)$$

де  $H^{-1}$  – обернене перетворення Хартлі;  $\bar{f}$  – вектор факторизації. Компонентний запис (15) такий:

$$\begin{aligned} a_{10} &= \frac{1}{v \cdot d \cdot N \cdot M} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{[f_{nm}]} \cdot W_N^{nk} \cdot W_M^{ml} \cdot \mathbf{[10 \bar{f}_{nm}]} \\ a_{01} &= \frac{1}{v \cdot d \cdot N \cdot M} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{[f_{nm}]} \cdot W_N^{nk} \cdot W_M^{ml} \cdot \mathbf{[01 \bar{f}_{nm}]} \\ c &= \frac{1}{v \cdot d \cdot N \cdot M} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{[f_{nm}]} \cdot W_N^{nk} \cdot W_M^{ml} \cdot \mathbf{[c \bar{f}_{nm}]} \end{aligned} \quad (16)$$

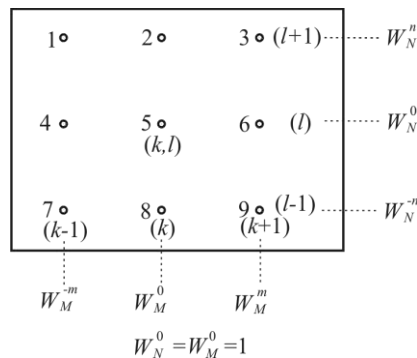


Рис. 5. До пояснення формули (16)

Для пояснення виразу (16) скористаємося рисунком 1, що пояснює методику визначення експоненціальних множників  $W = \exp(-i2\pi/N)$  (там, де цей множник відсутній, пропонується приймати  $W^0 = 1$ ) і залежностей (16).

Наприклад:

$$a_{10} = \frac{1}{6d} \left[ \left( z_{k+1,l+1} - z_{k-1,l+1} \right) \left( z_{k+1,l} - z_{k-1,l} \right) \left( z_{k+1,l-1} - z_{k-1,l-1} \right) \right] \\ = \frac{1}{6d} \left[ \left( z_{k+1,l+1} \cdot W_N^n \cdot W_M^m - z_{k-1,l+1} \cdot W_N^n \cdot W_M^{-m} \right) \left( z_{k+1,l} \cdot W_N^n \cdot W_M^m - z_{k-1,l} \cdot W_N^n \cdot W_M^{-m} \right) \left( z_{k+1,l-1} \cdot W_N^n \cdot W_M^m - z_{k-1,l-1} \cdot W_N^n \cdot W_M^{-m} \right) \right] \\ + \left( z_{k+1,l-1} \cdot W_M^{-m} \cdot W_M^m - z_{k-1,l-1} \cdot W_N^{-n} \cdot W_M^{-m} \right)$$

Звідси,  $f_{10} = (W_N^{-n} - W_M^{-m}) \left[ (W_N^n + W_M^{-m}) \right]$ .

Аналогічно  $f_{01} = (W_M^m - W_M^{-m}) \left[ (W_N^n + W_N^{-n}) \right]$ ;

$$f_c = 2 \left[ (W_N^n - W_N^{-n})(W_M^m - W_M^{-m}) - (W_N^n - W_M^{-m}) - (W_M^m - W_M^{-m}) - 4 \right]$$

Узагальнена схема обчислень складається з таких етапів: 1. Перехід від цифрової моделі  $Z_{kl}$  до спектральної моделі  $G_{nm} = H \mathcal{Z}_{kl}$ ,  $H$  – пряме перетворення Хартлі. 2. Факторизація  $\bar{G}_{nm} = \mathcal{E}_{nm} \cdot \bar{f}$ . 3. Обчислення вектора  $\bar{a} = \left[ a_{10} a_{01} c \right]^T$ ,  $\bar{a} = F^{-1} \mathcal{Z}_{nm}$ .

**3. Частотно-спектральна характеристика мікронерівностей ЦММР.** У разі формування ЦММР, наприклад, в результаті механічної обробки [10], необхідні оцінки спектральної щільності і АКФ. Ці оцінки можна визначати, використовуючи одновимірне перетворення Хартлі. Вони потрібні для оцінки чистоти поверхні.

Згладжена оцінка взаємного спектру визначається за формулою [6]:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} D(\tau) R(\tau) \exp(i 2\pi \tau f) d\tau, \quad (17)$$

де  $f$  – частота,  $R(\tau)$  – автокореляційна функція,  $D$  – кореляційне вікно,  $\tau_m$  – довжина автокореляційної функції,

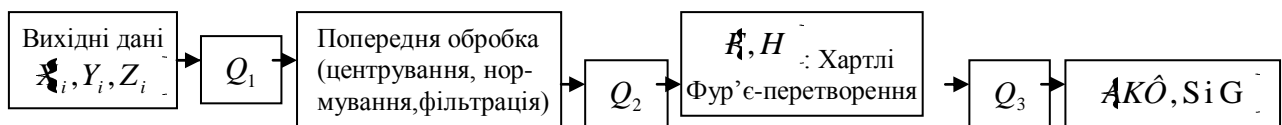
$$D = \begin{cases} 1 + \cos(\pi \tau / \tau_m) & | \tau | \leq \tau_m \\ 0 & | \tau | > \tau_m \end{cases}$$

Якщо при визначенні частотної амплітудної характеристики використовувати замість частоти  $f$  довжину хвилі  $\lambda$ , то вираз для коефіцієнта передачі має вигляд:

$$|G(\lambda)| = \sqrt{\frac{S_0(\lambda)}{S_i(\lambda)}}, \quad (18)$$

де  $S_0, S_i$  – щільність спектра потужності мікронерівностей на вході й на виході.

Згідно виразу (18), довжина хвилі  $\lambda$  мікронерівностей поверхні ріжучої кромки інструмента відтворюється на оброблювану поверхню виробу із збільшенням в  $|G(\lambda)|$  раз. Якщо досягається ідеально точне відображення в профіль мікронерівностей оброблюваної поверхні цілком однаковий з профілем кромки інструмента, то  $|G(\lambda)|=1$ . Однак зазвичай обидва профілі не співпадають і  $|G(\lambda)| \neq 1$ . Усі необхідні обчислення ведуться за наведеною нижче схемою, де  $Q_1, Q_2, Q_3$  – оператори перетворень:



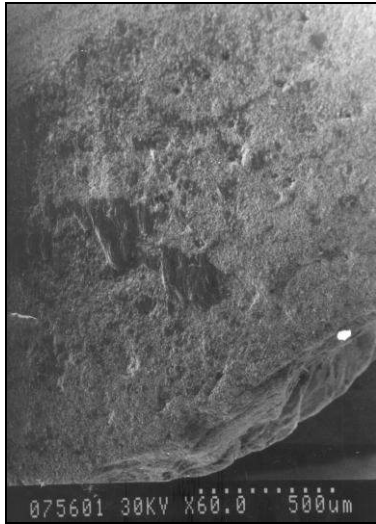


Рис. 6. Мікрофотографія ( $60\times$ ) стану ріжучої кромки різця

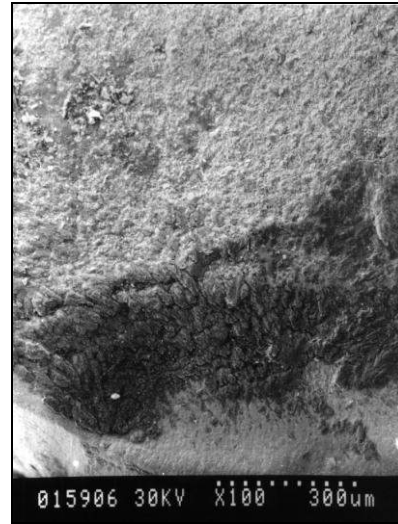


Рис. 7. Мікрофотографія ( $100\times$ ) зони контакту оброблюваної деталі і різця

На рисунку 8 наведені величини щільності спектра мікронерівностей ріжучої кромки, щільності спектра мікронерівностей оброблюваної поверхні і коефіцієнта передачі  $|G_{\lambda}|$  при обробці зі швидкістю різання  $v = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  при глибині різання  $d = 0,05 \text{ мм}$ .

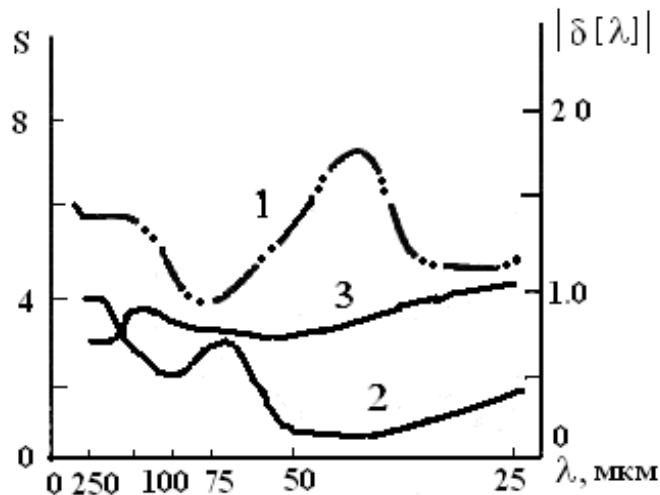


Рис. 8. Частота характеристики мікронерівностей механічно обробленої поверхні ріжучої кромки інструмента: 1)  $S_{\lambda}$  – спектр профілю ріжучої кромки; 2)  $S_{\lambda}$  – спектр профілю обробленої поверхні; 3)  $|G_{\lambda}|$  – амплітудна частотна характеристика.

**Висновок.** Практична значимість розробленої методики суттєво залежить від використовуваної моделі 3-D реконструкції ЦММР. Розроблений метод Фур'є-Хартлі має низку переваг порівняно зі загальноновизнаними поліноміальними та регресійними методами.

#### Список використаної літератури

1. Брэйсуэлл Р. Н. Преобразование Хартли / Брэйсуэлл Р. Н. – М. : Мир, 1990. – 175 с.
2. Брэйсуэлл Р. Н. // ТИИЭР, 1984. – Т. 72. – № 8. – С. 19.
3. Іванчук О. М. Структура і функції програмного комплексу «DIMICROS» для опрацювання РЕМ-зображень на цифровій фотограмметричній станції / О. М. Іванчук, І. Хрупіт // Сучасні дос. геод. науки та виробництва. – Вип. І(23). – 2012. – С. 193–197.
4. Корн Г. Справочник по математике / Корн Г. – М. : Наука, 1970. – 720 с.

5. Мельник В. М. Кількісна стереомікрофрактографія. Монографія / Мельник В. М., Шостак А. В. – Луцьк : Твердиня, 2010. – 457 с.
6. Мельник В. Н. Некоторые вопросы стереофрактографической обработки РЭМ-снимков / Мельник В. Н., Соколов В. Н. // Изв. РАН. Сер. : Физич., 1992. – С. 122–126.
7. Мельник В. М. Растрово-електронна стереомікрофрактографія. Монографія / Мельник В. М., Шостак А. В. – Луцьк : РВВ ВНУ ім. Лесі Українки, 2009. – 468 с.
8. Новый метод трехмерной реконструкции нано- и микрорельефа по сериям разнофокусных РЭМ-стереоизображений / Соколов В. Н., Разгулина О. В., Юрковец Д. И., Чернов М. С. // Материалы XXIII рос. конф. по РЭМ : тез. докл. – Черногловка, 2010. – С. 78.
9. Рудзит Я. А. Шероховатость поверхностей / Рудзит Я. А., Кризберг Ю. А. // Микрогеометрия и эксплуатационные свойства машин. – Зинате, 1983. – С. 55.
10. Хусу А. П. Шероховатость поверхностей: теорико-вероятностный подход / А. П. Хусу, Ю. Р. Виттенберг, В. А. Пальмов. – М. : Наука, 1975. – 343 с.
11. Чмыхов Д. В. Виртуальная лаборатория микроскопии с использованием новых методов анализа изображений / Д. В. Чмыхов // Будущее высоких технологий и инноваций за молодой Россией. – Рыбинск, 2009. – С. 37–41.
12. 3-D reconstruction of surface and Subsurface structures of Solids by SEM Stereo Images / Sokolov V. N., Yurkovets D., Melnik V., Boude A., Howell P. // Inst.Phys. conf. Dundee, 2001. – P. 168. – Section 4. – P. 109–122.
13. The IASTED International Conference on signal and image processing. / Vishnyakov G. N., Levin G. G., Loshchilov K. E., Sukhrukov K. A. // Fouriersynthsis profilometry – 2005. – С. 103–105.

Статтю подано до редколегії  
22.11.2011 р.