

УДК 681.5.015+62.52

*Б. В. Дурняк, М. М. Луцків, І. М. Хмельницька*

*Українська академія друкарства*

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СТРІЧКОЖИВИЛЬНОГО ПРИСТРОЮ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ РЕЖИМІ РОБОТИ**

*Розглядається задача побудови математичної моделі натягу стрічкового матеріалу на ділянці при його розмотуванні з рулону і подачі в ротаційну машину в нестационарному режимі. Обумовленого зміною швидкості руху при розгоні, подаються результати комп'ютерного симулювання.*

*Математична модель, стрічкопровідний пристрій, ротаційна машина, нестационарний режим, комп'ютерне симулювання*

Багато виробів стрічкового матеріалу в папероробній, хімічній, текстильній, поліграфічній та інших галузях промисловості виготовляють у вигляді рулонів, які широко застосовуються для пакування, друкування, нарізки аркушів тощо. Зазвичай рулон стрічкового матеріалу встановлюється в стрічкоживильному пристрої, призначеному для розмотування стрічки з рулону і подачі її в ротаційну машину, наприклад у рулонну друкарську, на якій здійснюється задрукування. Для підвищення точності суміщення кольорів машина обладнується різними системами автоматичного управління, приміром автоматичного управління швидкості і натягу стрічкового матеріалу, автоматичного суміщення кольорів й іншими. Швидкість руху стрічки в рулонних друкарських машинах складає 10–15 м/с, що ускладнює роботу системи автоматичного управління. Машину запускають на малій швидкості (близько 0.05 м/с) і з певним темпом поступово розганяють до робочої швидкості. Діапазон зміни швидкості може досягати 1:100 і більше [5, 9, 10].

Отже, машина і стрічкоживильний пристрій можуть деякий час працювати в нестационарному режимі, зумовленому зміною швидкості, при якому параметри ділянки стрічки як об'єкта регулювання (коефіцієнт передачі і стала часу) змінюються в часі в широких межах (у сотні разів). З практичного досвіду відомо, що при запуску друкарської машини значно погіршується якість продукції, можуть з'явитися бракована продукція й обриви стрічкового матеріалу, що призводить до аварійного режиму і вимушеної зупинки машини, втрати робочого часу і матеріалів. Традиційні системи автоматичного управління натягу не здатні забезпечити роботу машини в нестационарному режимі роботи. Це обумовлено тим, що існуючі системи синтезовані як стаціонарні і не враховують зміни параметрів стрічкоживильного пристрою.

Існуючі моделі стрічкоживильного пристрою побудовані за умови, що швидкість руху стрічкового матеріалу стала [5, 9, 10], тому є неповними, що обмежує їх можливості, унеможливорює синтез ефективних систем автоматичного управління натягу стрічки на вході рулонної друкарської машини. Виникає актуальна проблема побудови математичної моделі стрічкоживильного пристрою в нестационарному режимі роботи.

Оскільки наявні моделі стрічкоживильного пристрою будуються, як уже зазначалося, на основі рівняння руху рулону та лінійного диференціального рівняння деформації (натягу) рухомого стрічкового матеріалу на ділянці за умови, що швидкість руху стрічкового матеріалу є сталою [5, 9, 10], то вони не можуть описати роботу стрічкоживильного пристрою в нестационарному режимі роботи при запуску машини і виведенні її на робочу швидкість.

В окремих публікаціях відмічається, що стрічкоживильний пристрій рулонної друкарської машини є об'єктом із змінними параметрами, до яких передусім відносять зміну радіуса і момент інерції рулону, котрий розмотується [5, 9]. Зауважимо, що ці параметри змінюються дуже повільно, тому натяг можна просто здійснювати вручну або автоматично. Натомість зміна швидкості рулону відбувається значно швидше (за 20–50 с), що ускладнює ручне регулювання.

У джерелах [5, 9] наведено ряд структурних схем моделей різних елементів стрічкопровідних систем; їх формально подано блоками, як функціями окремих змінних, значення яких можна задавати при моделюванні (наприклад, радіус рулону, швидкість стрічки). Подано також графіки сімейства перехідних характеристик моделей для окремих заданих значень параметрів. Зауважимо, що вони не в повній мірі характеризують динамічні властивості стрічкоживильного пристрою як нестационарного об'єкта. В теорії автоматичного управління до класу об'єктів із змінними параметрами (нестационарних) відносять об'єкти, що описуються лінійними диференціальними рівняннями в повних похідних, в яких коефіцієнти є функціями часу, тобто змінними у часі [1, 3, 10].

У роботах [4, 6–8] опрацьовано математичні моделі натягу нестационарної стрічкопровідної ділянки і нестационарної стрічкопровідної системи у вигляді системи диференціальних рівнянь у повних похідних, в яких сталі часу і коефіцієнт передачі є функціями часу. На їх основі побудовано симулятор нестационарної стрічкопровідної системи. За результатами комп'ютерного симулювання встановлено, що перехідні характеристики значно відрізняються від стаціонарних і залежать від темпу зростання швидкості.

З викладеного випливає актуальність розвитку математичних моделей натягу стрічкопровідної ділянки стрічкоживильного пристрою при нестационарному режимі роботи.

Метою нашої роботи є опрацювання моделі стрічкоживильного пристрою з урахуванням зміни коефіцієнта передачі і сталої часу в нестационарному режимі роботи, побудова симулятора і аналіз динамічних властивостей.

Стрічкоживильний пристрій призначений для розмотування стрічкового матеріалу з рулону, створення натягу і подачі стрічки на вхід ротаційної машини,

приклад у друкарський апарат рулонної друкарської машини. Для створення стрічкового матеріалу до осі рулону прикладено гальмівний момент [5, 10]. Спрощена схема стрічкоживильного пристрою зображена на рис. 1.

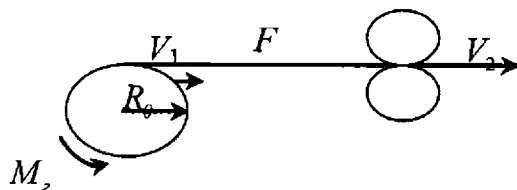


Рис. 1. Схема стрічкоживильного пристрою

При побудові математичної моделі натягу стрічкового матеріалу на ділянці в нестационарному режимі робимо такі основні припущення:

розтяг матеріалу відбувається в межах пружної деформації, яка є лінійною; рухома стрічка натягнута і не провисає на ділянці;

швидкість руху стрічкопровідних циліндрів однакова і може змінюватися у широких межах;

відсутнє проковзування стрічкового матеріалу в зонах контакту ведучих циліндрів;

нехтуємо масою стрічкопровідних циліндрів і стрічки та її аеродинамічними властивостями на ділянці;

не враховуємо зміну радіуса рулону при його розмотуванні.

Якщо лінійна швидкість руху стрічкового матеріалу стала, то натяг стрічки на ділянці описується відомим диференціальним рівнянням [5, 10]:

$$T \frac{dF}{dt} + F = K_v \Delta V, \quad (1)$$

де  $F$  — натяг стрічкового матеріалу на ділянці;  $\Delta V = V_2 - V_1$  — приріст швидкості стрічки на вході ділянки;  $V_2$  — лінійна швидкість стрічкопровідних циліндрів;  $V_1$  — швидкість стрічки в точці розмотування з рулону;  $K_v$  — коефіцієнт передачі ділянки стрічки за швидкістю;  $T$  — стала часу ділянки стрічки (час проходження стрічкою шляху між двома парами стрічкопровідних циліндрів).

Стала часу ділянки стрічки обернено пропорційна швидкості:

$$T = \frac{L}{V_2}, \quad (2)$$

де  $L$  — відстань між циліндрами.

Швидкість стрічки може змінюватись у широких межах при розгоні машини. Тоді, відповідно до виразу (2), стала часу ділянки змінюватиметься від безмежності до номінальної сталої часу. Така значна зміна сталої часу ділянки, безумовно, впливатиме на динаміку ділянки і стрічкоживильного пристрою загалом, що зумовлює розгляд останнього як об'єкта із змінними параметрами.

Коефіцієнт передачі ділянки стрічки за швидкістю залежить від швидкості [5, 10]:

$$K_v = \frac{E_c}{V_2}, \quad (3)$$

де  $E_c$  — пружність стрічки в поздовжньому напрямку.

Отже, стрічкопровідна ділянка має два параметри ( $T$  і  $K_v$ ), які залежать від швидкості, що зумовлює розгляд стрічкоживильного пристрою як об'єкта зі змінними параметрами (нестационарного об'єкта).

На основі теорії нестационарних систем управління [1, 3, 10] опишемо ділянку рухомої стрічки як нестационарний об'єкт, за допомогою диференціального рівняння в повних похідних вигляду

$$T(t) \frac{dF}{dt} + F = K_v(t) \Delta V, \quad (4)$$

де стала часу  $T(t)$  та коефіцієнт передачі  $K_v(t)$  є функціями часу з неперервними похідними.

Розв'язок цього диференціального рівняння із змінними параметрами виражається через інтеграл, який береться в квадратурах тільки в окремих випадках при простих виразах  $T(t)$  і  $V_2(t)$ . Тому в теорії автоматичного управління при аналізі нестационарних систем зазвичай використовують методи, що базуються на аналоговому і цифровому моделюванні [2, 10]. Для цього зручно подати диференціальне рівняння (4) в операторній формі:

$$T(t)pF(p) + F(p) = K_v(t)\Delta V(p), \quad (5)$$

де  $p$  — символ диференціювання.

Звідси одержимо розв'язок в операторному вигляді:

$$F(p) = \frac{K_v(t)}{T(t)p + 1} \Delta V(p). \quad (6)$$

При прийнятих вище припущеннях запишемо рівняння руху рулонів стрічкоживильного пристрою:

$$J_o \frac{d\omega}{dt} = R_o F - M_c - M, \quad (7)$$

де  $J_o$  — момент інерції рулону;  $\omega$  — кутова швидкість рулону;  $R_o$  — радіус рулону;  $M_c$  — гальмівний момент, прикладений до осі рулону.

Момент сил тертя в опорах рулону стрічкоживильного пристрою в першому наближенні приймаємо пропорційним кутовій швидкості

$$M_c = \alpha_o \omega, \quad (8)$$

де  $\alpha_o$  — коефіцієнт пропорційності.

Рухлий момент створюється силою натягу стрічки

$$M_p = FR_o. \quad (9)$$

Перейшовши до операторної форми запису і розв'язавши рівняння (7) відносно лінійної швидкості рулону  $V_f = \omega R_o$ , одержимо:

$$V_f(p) = \frac{R_o}{J_o p + \alpha_o} [R_o F(p) - M(p)]. \quad (10)$$

Відповідно до символної алгебри [3, 10], рівняння натягу (4) або відповідне йому рівняння в операторному вигляді (6) та (10) можна подати структурною схемою, де, крім сталих параметрів, паралельно враховують наявні змінні параметри (2) і (3), яка є наочною і зручною для цифрового моделювання.

Традиційне цифрове моделювання стрічкоживильного пристрою в нестационарному режимі роботи є трудомістким і вимагає відповідного рівня програмування. Для спрощення цієї задачі пропонується розв'язування її методом комп'ютерного симулювання за допомогою програмного пакета MATLAB-Simulink, який досить вдало поєднує можливості математики з основними досягненнями в галузі обчислювальної техніки і програмування [2]. MATLAB-Simulink є мовою високого рівня, у ньому реалізується принцип об'єкто-орієнтованого програмування, відповідно до якого користувач на екрані монітора з бібліотеки операційних блоків у вікні моделі створює графічну модель, за котрою здійснюється комп'ютерне симулювання.

На основі викладеного за виразами (6) і (10) з урахуванням змінних у часі параметрів (2) і (3) побудовано симулятор стрічкоживильного пристрою зі змінними параметрами. Вікно симулятора подано на рис. 2.

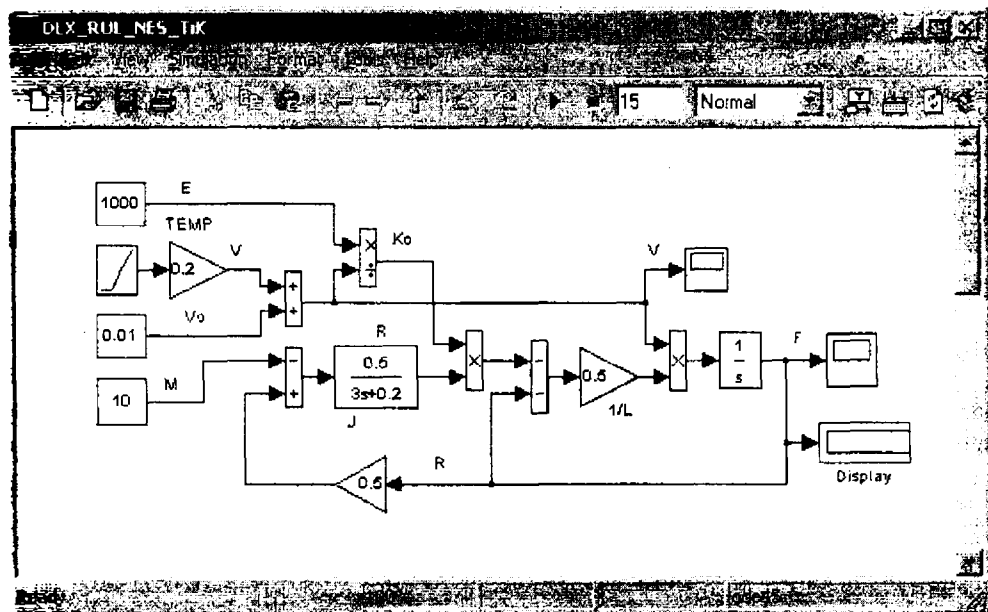


Рис. 2. Вікно симулятора стрічкоживильного пристрою зі змінними параметрами

Для побудови симулятора використано операційні блоки інтегрування множення і додавання. На вході симулятора блоки *Constant* задають пружніс стрічкового матеріалу ділянки, швидкість  $V_2$  і початкову швидкість  $V_0$ . Бу встановлює бажаний темп розгону машини. Довжина ділянки задається діалоговому вікні *Gain*. Візуалізація результатів симулювання здійснюєть блоками *Scope* і *Display*.

Мета комп'ютерного симулювання — ілюстрування запропоновано підходу до аналізу динаміки натягу стрічкоживильного пристрою нестационарному режимі при пуску і розгоні друкарської машини.

Для прикладу здійснювали комп'ютерне симулювання натягу стрічки ділянки при розгоні зі сталим прискоренням  $V_2(t) = 0,01 + 0,2 t$ . Задавали та дані: довжина ділянки стрічки  $L = 2$  м; жорсткість стрічки  $E = 1000$  К; моме інерції рулону  $J_0 = 3$  кгм<sup>2</sup>; радіус  $R_0 = 0,5$  м; гальмівний момент, прикладен до осі рулону  $M_2 = 10$  кгм; коефіцієнт  $a_0 = 0,2$ .

Результати комп'ютерного симулювання подано на рис. 3 у вигляді пер хідної характеристики натягу нестационарної стрічкоживильної ділянки.

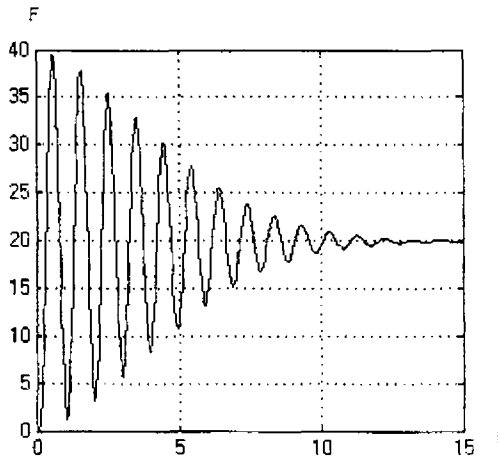


Рис. 3. Перехідна характеристики натягу стрічки для  $R_0 = 0,5$  м

Перехідна характеристика натягу стрічки на ділянці має значну ко вальність, яка обумовлена великим коефіцієнтом передачі ділянки стрічки, і розганяється; максимальна амплітуда коливань складає 40 кг і мало залеж від темпу зростання швидкості. Час затухання коливань залежить від довжи ділянки: чим менша її довжина, тим більший час затухання коливань.

Як показали дослідження, натяг стрічки на ділянці в значній мірі з лежить від радіуса рулону. Тому в другій серії комп'ютерного симулюван досліджували вплив зменшення радіуса на перехідний процес. Результа комп'ютерного симулювання при двократному зменшенні радіуса руло ( $R_0 = 0,25$  м) подано на рис. 4.

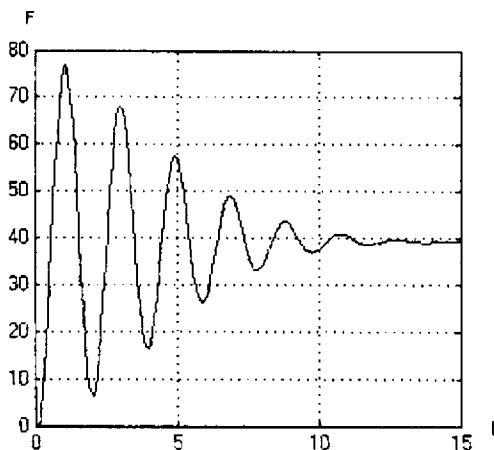


Рис. 4. Перехідна характеристики натягу стрічки для  $R_0 = 0,25$  м

При зменшенні радіуса рулону до  $R_0 = 0,25$  м удвічі збільшуються натяг стрічки і максимальна амплітуда, натомість зменшується коливальність. Отже, стрічкоживильний пристрій рулонної друкарської машини є коливним слабо демпфованим об'єктом регулювання.

З виробничого досвіду відомо, що при пуску і виведенні на робочу швидкість рулонної друкарської машини досить часто можуть бути обриви стрічкового матеріалу. Однією з причин цього є коливання натягу стрічки. Автоматичне регулювання натягу синтезована за умови, що стрічкоживильний пристрій є стаціонарним об'єктом регулювання, то в системі можуть виникати значні коливання натягу, що може призвести до обриву стрічкового матеріалу.

З вищевикладеного випливають такі висновки:

1. Стрічкоживильні пристрої рулонних ротаційних машин є складними об'єктами, параметри яких залежать від швидкості роботи машини, що значно впливають на їх динамічні властивості.

2. Існуючі математичні моделі пристроїв стаціонарні, побудовані при певних припущеннях, не враховують зміни швидкості при запуску і розгоні, що обмежує їх можливості при аналізі та синтезі ефективних систем автоматичного управління. Тому виникає актуальна проблема опрацювання математичної моделі натягу стрічкопровідної ділянки стрічкоживильного пристрою в нестационарному режимі роботи, зумовленому зміною швидкості руху стрічки в широких межах.

3. Стрічкоживильний пристрій — нестационарний об'єкт, що описується звичайним диференціальним рівнянням у повних похідних, стала часу якого і коефіцієнт передачі є функціями часу з неперервними похідними.

4. На основі опрацьованої математичної моделі побудовано симулятор стрічкоживильного пристрою із змінними в часі параметрами, який дозволяє досліджувати його динамічні властивості.

5. За результатами комп'ютерного симулювання встановлено, що стрічкоживильний пристрій рулонної друкарської машини є коливним об'єктом і має велику коливальність.

6. Чим менший радіус рулону, тим більші амплітуда натягу і коливальність.

7. Запропонована нестационарна модель стрічкоживильного пристрою може бути використана для побудови ефективної адаптивної системи автоматичного управління натягу стрічкового матеріалу.

1. Василенко В. А. Инвариантные оптимальные линейные системы с переменными параметрами / В. А. Василенко // Автоматическое управление и вычислительная техника: Вып. 4. — М.: Машгиз, 1961. — С. 258–268. 2. Гульятев А. Визуальное моделирование в среде MATLAB: {учеб. курс. / Гульятев А. — СПб: Питер, 2000. — 432 с. 3. Д'Анжело Г. Линейные системы с переменными параметрами. Анализ и синтез / Г. Д'Анжело [пер. с англ.] — М.: Машиностроение, 1974. — 288 с. 4. Дурняк Б. В. Стрічкопровідні системи рулонних ротаційних машин. Моделювання і управління / Б. В. Дурняк. — К.: Атіка, 2002. — 292 с. 5. Дурняк Б. В. Математична модель нестационарної стрічкопровідної ділянки / Б. В. Дурняк, М. М. Луцків, І. М. Хмельницька // Поліграфія і видавнича справа. — Л.: УАД. — 2008. — № 2(48). — С. 123–131. 6. Дурняк Б. В. Математична модель стрічкопровідної ділянки при нестационарному режимі роботи / Б. В. Дурняк, М. М. Луцків, І. М. Хмельницька // Поліграфія і видавнича справа. Л.: УАД. — 2009. — №1(49). — С. 88–96. 7. Дурняк Б. В. Математичне моделювання натягу в послідовно з'єднаних стрічкопровідних ділянках при нестационарному режимі роботи // Наукові записки. Л.: УАД. — 2009. — №1(15). — С. 68–76. 8. Дурняк Б. В. Математичне моделювання і реалізація систем керування стрічкопровідними системами / Б. В. Дурняк, О. В. Тимченко. — К.: Видавничий центр «Просвіта», 2003. — 232 с. 9. Луцків М. М. Системи автоматичного керування ротаційними машинами / М. М. Луцків. — Л.: Фенікс, 2000. — 152 с. 10. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. — Кн. 3. — Ч. 1. — М.: Машиностроение, 1989. — 602 с.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛЕНТОЧНОПИТАТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

*Рассматривается задача построения математической модели натяжения ленточного материала на участке при его разматывании из рулона и подаче в ротационную машину в нестационарном режиме, обусловленного сменой скорости движения при разгоне, приводятся результаты компьютерного моделирования.*

## MATHEMATICAL MODEL STRICHKOZHIVYVLYNOHO TRANSIENT DEVICE TO SPEED

*The problem of building mathematical models of belt tension of the material at the site during its unwinding from the roll and the filing of the rotary engine in a nonstationary regime, due to changes in speed acceleration, presented results of computer simulation.*

Стаття надійшла 21.04.10