

УДК 539.3:539.4

М. О. Кузін*Інформаційно-обчислювальний центр Львівської залізниці***АНАЛІЗ КОНТАКТНОЇ МІЦНОСТІ НЕОДНОРІДНИХ МЕТАЛЕВИХ СИСТЕМ В УМОВАХ СИЛОВОЇ ТЕРТЬОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ**

Розглядається оптимальне проектування поверхневих шарів металевих матеріалів для максимального поліпшення параметрів їх контактної міцності. Показано можливі шляхи розв'язання цієї проблеми з використанням сучасних чисельних методів і критеріїв міцності.

Неоднорідні металеві системи, контактна міцність, оптимальне проектування матеріалів

Деталі, які працюють в умовах тертьової контактної взаємодії, у багатьох випадках виготовляють з металевих матеріалів, що характеризуються неоднорідністю механічних властивостей. Особливо ця неоднорідність проявляється в приповерхневих областях і, зокрема, через процеси деградації їх властивостей при експлуатації або внаслідок цілеспрямованого створення заданої внутрішньої неоднорідності технологічними методами [6, 8]. Тому при аналізі напружено-деформованого стану, прогнозуванні залишкового ресурсу або параметризації часу роботи деталей в умовах тертя приповерхневий шар необхідно розглядати на модельному рівні як функціонально-градієнтний матеріал [13].

Модельне наближення для вивчення поведінки таких об'єктів в умовах тертя базується на розв'язанні контактних задач з відповідними крайовими умовами. Результати розв'язання цих задач використовують при виборі оптимальної схеми проектування внутрішньої будови металевих матеріалів, які використовуються як елементи пари тертя, з метою забезпечення їх надійного функціонування за даний проміжок часу.

Обґрунтування вибору математичної моделі, формулювання крайових умов та побудови схеми розв'язання поставленої задачі. На модельному рівні приповерхневий шар будемо моделювати як неоднорідно-пружне середовище, що описується такими рівнянням рівноваги в переміщеннях [3]:

$$\vec{\nabla}_0 \cdot \left(\left(K(x) - \frac{2}{3} G(x) \right) (\vec{\nabla}_0 \cdot \vec{u}) \cdot \hat{I} + 2G(x) (\vec{\nabla}_0 \otimes \vec{u})^s \right) = 0, \quad (1)$$

де $\vec{\nabla}_0$ — диференціальний оператор Гамільтона; \vec{u} — вектор переміщення; $K(x)$ — модуль об'ємного стиску; $G(x)$ — модуль зсуву; \hat{I} — одиничний тензор; $(\vec{\nabla}_0 \otimes \vec{u})^s$ — симетричний тензор деформації; $x \in D$, D — досліджувана пружна область.

У межах лінійних фізичних співвідношень для ізотропного тіла приймаємо, що закон Гука має такий вигляд:

$$\hat{\sigma}^s = K(x)e\hat{I} + 2G(x)\left(\hat{e} - \frac{1}{3}e\hat{I}\right). \quad (2)$$

Тут $\hat{e} = (\vec{\nabla}_0 \otimes \vec{u})^s$ — симетричний тензор деформації; $e = \hat{e} \cdot \hat{I} = \vec{\nabla}_0 \cdot \vec{u}$ — перший інваріант цього тензора.

Для аналізу параметрів контактної міцності приповерхневих шарів металевих матеріалів обмежимося далі двовимірною задачею про контактну взаємодію жорсткого штампа з фрагментом пружного півпростору. В області контактної взаємодії задамо вертикальні переміщення штампа, а фрагмент матеріалу закріпимо вздовж ненавантажених границь (рис. 1).

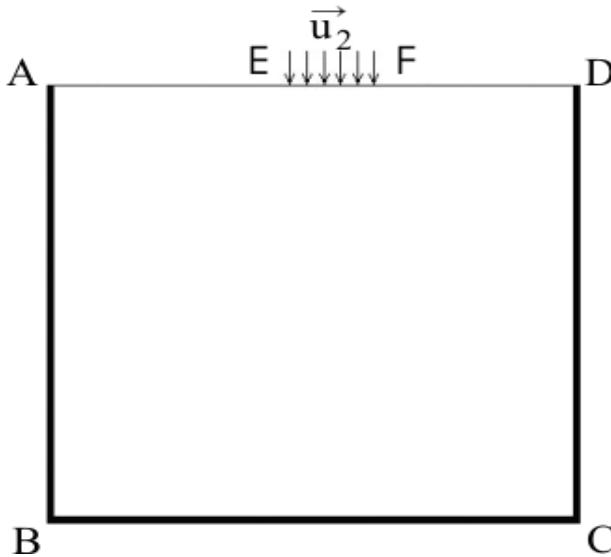


Рис. 1. Постановка задачі для фрагмента матеріалу в двовимірній постановці: АВ, ВС, CD — закріплення фрагмента матеріалу $\vec{u} = (0; 0)$; EF — область, де задано вертикальні складові вектора переміщень

Для розв'язання задачі використаємо метод скінчених елементів (варіаційна постановка) з відповідною схемою його формулювання [7]. За базовий виберемо ізопараметричний елемент, що містить вісім вершин (рис. 2).

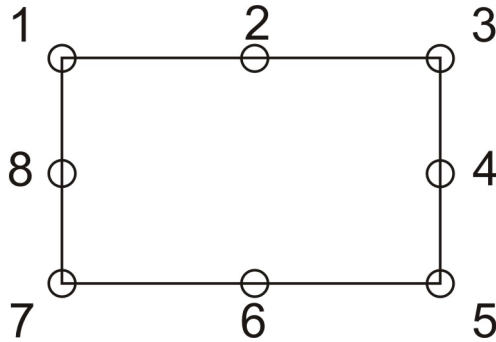


Рис. 2. Вид базового скінченного елемента

Для детального аналізу напружено-деформованого стану безпосередньо в околі області контактної взаємодії розіб'ємо область на скінчені елементи з додатковою ущільненістю в ній, що може задаватися програмно (рис. 3).

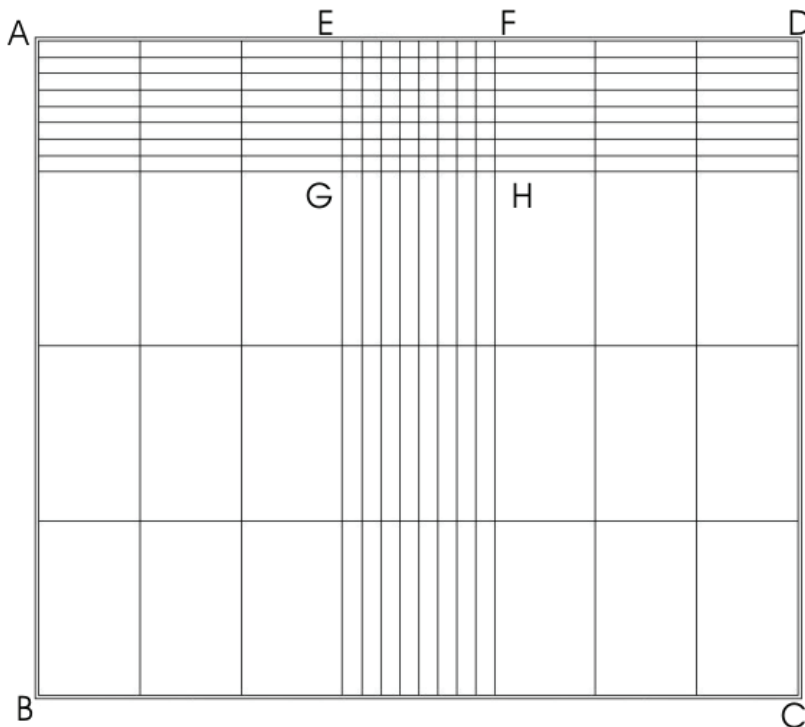


Рис. 3. Схема скінчено-елементного розбиття області:
ABCD — вся область; EFGH — область ущільненого
скінчено-елементного розбиття

При розв'язанні поставленої задачі було розроблено програму в середовищі Maple [1], яка шукає розв'язки в переміщеннях, деформаціях і на-

пруженнях. Роботу програми перевіряли на тестових прикладах, які отримано з аналітичних розв'язків, поданих у класичних монографіях з контактних задач [4, 12], за схемою, наведеною в підручнику [5].

У результаті для жорсткого прямокутного штампа отримали чисельний розв'язок, порівняння якого з аналітичним дає відносну похибку 3–5% усередині області і 19% в області сингулярності аналітичного розв'язку (рис. 4), що дозволяє використовувати написану програму для чисельного розрахунку напружено-деформованого стану в області контактної взаємодії.

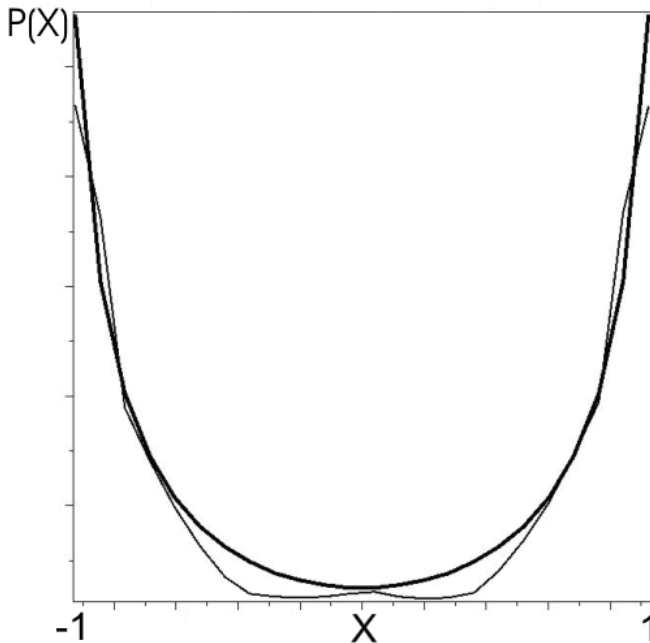


Рис. 4. Графіки аналітичного і чисельного розв'язків
(товста лінія — аналітичний розв'язок, тонка — чисельний розв'язок)

Вибір виду функцій, що описують зміну неоднорідності властивостей приповерхневих шарів. З аналізу впливу внутрішньої неоднорідності матеріалу на його міцнісні властивості досліджено фрагмент матеріалу, що має наступну аналітичну зміну механічних властивостей:

$$\begin{aligned} E(x, y) &= E(x) \cdot E(y) \\ \mu(x, y) &= \mu(x) \cdot \mu(y) \end{aligned} \quad (3)$$

де $E(x)$, $\mu(x)$ — періодичні функції по змінній x ; $E(y)$, $\mu(y)$ — функції вигляду $M_0 \cdot e^{-\lambda y}$.

Такий періодичний розподіл властивостей по поверхні зі зменшенням по глибині може бути отриманий, зокрема, за допомогою цілеспрямованих поверхневих обробок або специфічних видів експлуатації деталей [6, 8].

Опис функцій, що характеризують розподіл механічних властивостей у матеріалі тіла, доцільно проводити разом з аналізом розмірних характеристик основних одиниць контактної взаємодії при терті — плям контакту, оскільки саме в околі цих областей відбувається формування напружено-деформованого стану, що визначає контактну довговічність приповерхневих шарів [2]. З огляду на це при розрахунках була прийнята наступна координатна зміна пружних властивостей: $E(x) = E_0 (\alpha + \beta \cos(T_1 x))$; $E(y) = e^{(-T_2 y)}$; $\mu(x) = \mu_0 (\alpha + \beta \cos(T_1 x))$; $\mu(y) = e^{(-T_2 y)}$, де $T_1 = f_1(a)$; $T_2 = f_2(a)$; E_0 , μ_0 — осереднені (ефективні) механічні характеристики поверхневого шару матеріалу; a — розмірний параметр плями контакту (величина плями контакту); α , β — технологічні параметри зміни механічних властивостей.

Вибір критерію оптимального проектування властивостей покриттів і функціонально-градієнтних матеріалів. При проектуванні приповерхневих шарів завжди важливо вибрати критерій, згідно з яким визначають оптимальність вибору варіантів його виготовлення. У даній роботі критерієм оптимальності виберемо критерій «рівномірності» [11], тобто виріб має бути виготовлений так, щоб знеміцнення відбувалося в усій досліджуваній області одночасно. Як відмічає автор [11], за таких умов матеріал «працює» рівномірно і для заданого матеріалу умова рівномірності є також умовою мінімальної маси конструкції.

Виберемо критерієм міцності критерій Писаренко-Лебедева [9]:

$$\chi \sigma_i + (1 - \chi) \sigma_1 \leq R, \quad (4)$$

де R — граничне напруження;
 $\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}$; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — головні напруження;
 параметр χ характеризує міру участі в макроруйнуванні деформації зсуву і визначаються як

$$\chi = \frac{R_p}{R_\sigma}, \quad (5)$$

де R_p, R_σ — границі міцності під час розтягу і стиску відповідно.

Для ідеально пластичного стану $\chi=1$ і критерій Писаренко-Лебедева перетворюється на теорію міцності Мізеса-Губера-Генки (четверта теорія міцності), а в разі ідеально крихкого, коли $\chi=0$, — на першу теорію міцності. Для більшості матеріалів: $0 \leq \chi \leq 1$ [9]. Прийmemo, згідно з [9], для досліджуваних матеріалів $\chi = 0,9$.

Чисельні розрахунки впливу неоднорідності приповерхневих шарів на напружено-деформований стан та міцнісні властивості матеріалу в області контактної взаємодії. Для розрахунків прийемо величини механічних властивостей, які характерні для сталі М76, що використовується при виготовленні рейок залізничного транспорту ($E_0 = 200 \cdot 10^9$ ГПа, $\mu_0 = 0.25$,) [10]. Під граничним напруженням у співвідношенні (4) будемо розуміти межу текучості для заданого матеріалу — $\sigma_T = 430 \cdot 10^6$ ГПа. Виберемо величини α , β , T_1 , T_2 , що входять у співвідношення (3), такими: $\alpha = 1$, $\beta = 0,2$, $T_1 = 5$, $T_2 = -24$.

Розрахунок контактної міцності для матеріалу зі сталими міцнісними параметрами. У результаті проведених розрахунків отримано наступний розподіл напружень, що виникають у фрагменті неоднорідного тіла (рис. 5).

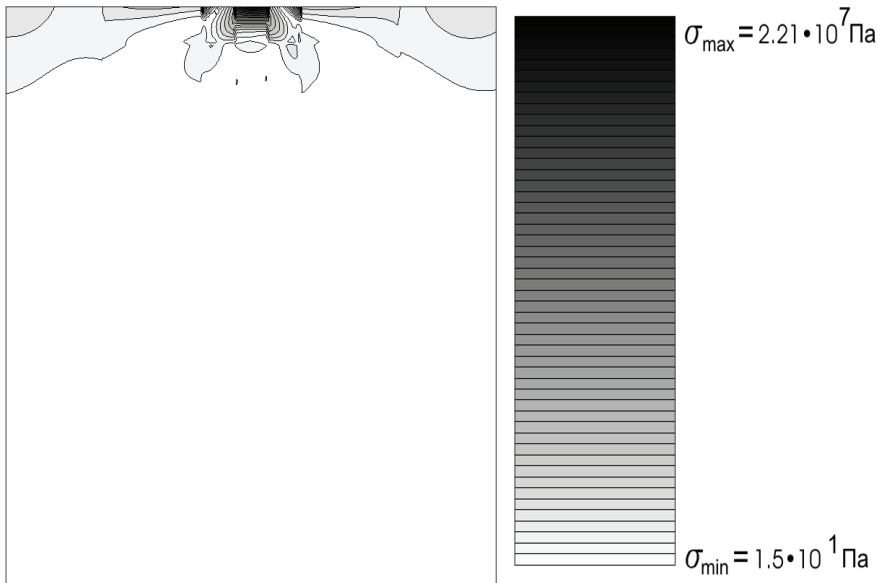


Рис. 5. Поле напружень, що виникає в досліджуваному зразку (відображено ефективні напруження згідно з функціональним виразом (4)).

Отримані результати показують, що найвищий рівень напружень спостерігається в околі безпосередньої контактної взаємодії (плямі контакту), а найнижчий — на краях досліджуваної області, де контакт відсутній.

Вибір міцнісних параметрів матеріалу для забезпечення його оптимальної роботи в умовах зовнішніх навантажень (згідно з критерієм «рівноміцності»). Аналіз отриманих результатів свідчить про те, що для оптимального проектування поверхневих шарів з метою максимального підвищення їх контактної міцності і довговічності необхідно враховувати не тільки розподіл

механічних властивостей і зовнішніх навантажень, але й координатну зміну параметрів контактної міцності матеріалу.

Для цього критерій (4) подамо у вигляді

$$\frac{\chi(x)\sigma_i(x) + (1 - \chi(x))\sigma_1(x)}{R(x)} = K = Const \leq 1. \quad (5)$$

Вибір константи K залежить від вибору величини «запасу міцності» досліджуваної конструкції. Для чисельних розрахунків візьмемо $K = 0,75$.

Для забезпечення контактної «рівноміцності» досліджуваної конструкції потрібно створити координатний розподіл у матеріалі межі текучості (якісно аналогічний рис. 5), указаний на рис. 6.

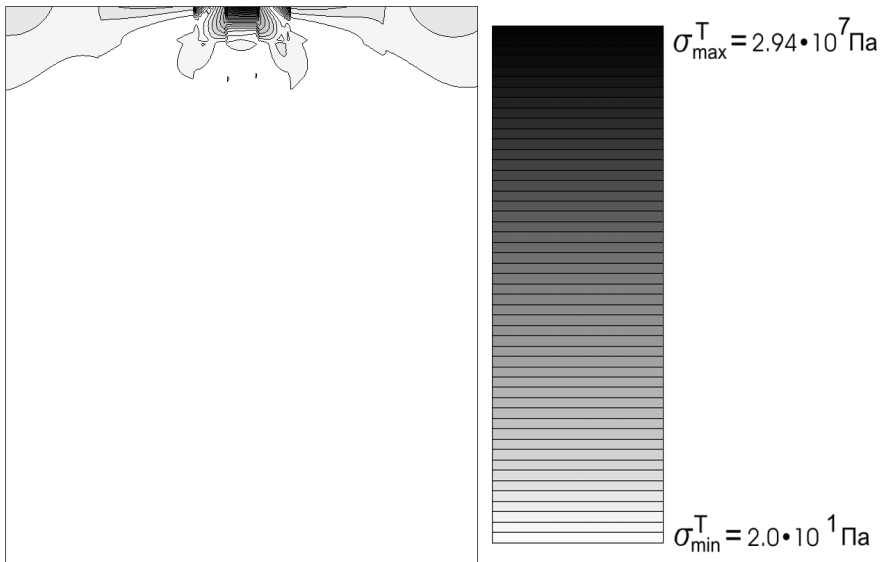


Рис. 6. Необхідний координатний розподіл межі текучості для забезпечення «рівноміцності» всієї області контактної взаємодії

З вищевикладеного випливає:

1. Оптимальне проектування приповерхневих шарів деталей, які працюють в умовах контактної взаємодії, має враховувати особливості контактної взаємодії та зовнішніх силових навантажень.

2. Вибір критерію, згідно з яким здійснюється оптимізація структурних параметрів, має відповідати ресурсним параметрам роботи заданого виробу.

1. Аладьев В. З. Программирование и разработка приложений в Maple: моногр. / Аладьев В. З., Бойко В. К., Ровба Е. А. — Гродно: ГрГУ; Таллинн: Межд. акад. ноосферы, Балт. отд.— 2007, — 458 с. 2. Бурак Я. Й. Вплив структури бабіту на напружено-деформований стан в області контактної взаємодії при терті / Я. Й. Бурак, М. О. Кузін // Фізико-хімічна механіка матеріалів. —

2007. № 6. — С. 27–30. 3. Бурак Я., Кузін М. Побудова математичної моделі механіки металічних пружних систем з урахуванням дисипативних процесів / Я. Бурак, М. Кузін // *Машинознавство*. — 2008. — № 10. — С. 8–11. 4. Джонсон. Механика контактного взаимодействия / Джонсон. — М: Мир, 1989. — 510 с. 5. Задачи контактного взаимодействия конструкций / [Подгорный А. Н., Гонтаровский П. П., Киркач Б. Н. и др.]; отв. ред. Рвачев В.Л.; АН УССР. Ин-т проблем машиноведения. — К.: Наук. думка, 1989. — 232 с. 6. Лужков Ю. М. Модель фрикционного контакта колеса с рельсом и возможность управления его свойствами / Ю. М. Лужков, В. А. Попов, Г. М. Седов // *Вестн. ВНИИЖТ*. — 2009. — № 1. — С. 30–36. 7. Приложение методов теории пластичности и ползучести к решению инженерных задач: в 2-х ч. — К.: Выща шк., 1991. 8. Прочность материалов и конструкций // Ред. кол.: В. Т. Трощенко (отв. ред.) и др. — К.: Академперіодика, 2005. — 1088 с. 9. Сопротивление материалов: в 2-х ч. // Под ред. В. Т. Трощенко. — К.: Наук. думка, 1993. 10. Таблицы физических величин: справ. / Под ред. акад. И. К. Кикоина. — М.: Атомиздат, 1976. — 1008 с. 11. Черепанов Г. П. Механика разрушения / Г. П. Черепанов, Л. В. Ершов М.: Машиностроение, 1977. — 224 с. 12. Штаерман И. Я. Контактная задача теории упругости и пластичности / И. Я. Штаерман М. — Л.: Гостехиздат, 1949. — 256 с. 13. Koizumi M. Concept of FGM / M. Koizumi // *Ceramics Trans.* — 1993. — 34. — P. 3–10.

АНАЛИЗ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ НЕОДНОРОДНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ СИЛОВОГО ФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Рассмотрена проблема оптимального проектирования поверхностных слоев металлических материалов для максимального повышения параметров их контактной прочности. Показаны возможные пути ее решения с использованием современных численных методов и критериев прочности.

THE ANALYSIS OF THE CONTACT STRENGTH OF INHOMOGENEOUS METALLIC SYSTEMS IN THE CONDITIONS OF FORCE FRICTIONAL INTERACTION

The problem of optimum designing of surface of metal materials for the maximum increase of parametres of their contact durability is considered. Possible ways of the decision of this problem with use of modern numerical methods and criteria of durability are shown.

Стаття надійшла 15.09.10