УДК 004

О. В. Овсяк

Львівська філія Київського національного університету культури і мистецтв

АЛГЕБРА АЛГОРИТМІВ З БАГАТОЗНАЧНИМ ЕЛІМІНУВАННЯМ

Аксіоматичним методом дано означення алгебри алгоритмів з операцією багатозначного елімінування.

Змінна, секвентування, елімінування, паралелення, реверсування, цикл, формула, алгоритм, алгебра

Найвідомішими і найчастіше використовуваними методами подання алгоритмів є вербальний і блок-схемний. Крім них, існують такі неалгебричні методи, як машин Поста (Posta) [10], Т'юрінґа (Turinga) [12], Ахо-Ульмана-Хопкрофта (Aho-Ullmana-Hopcrofta) [7], Шонґаґе (Schönhage) [11], рекурсивних функцій [8], алгорифмів Маркова [4], *b*-комплексів Колмогорова (машина Колмогорова) [2], числення λ [9], універсальних алгоритмів Криніцького [3].

Алгебричними методами подання алгоритмів є двоосновні системи алгоритмічних алгебр (САА) Глушкова, алгебра алгоритміки Цейтліна (САА модифікована), алгебра Дейкстри, алгебра Калужніна й алгебра Янова [1, 6]. Логічну основу утворюють операції кон'юнкції, диз'юнкції та інвертування, які в САА і САAM узагальнено на тризначний алфавіт; введено операцію прогнозування. У САА і САAM операція множення (композиції) є асоціативною (див. [1], с.126). Однак в алгоритмах асоціативність може бути тільки у часткових випадках.

Запропоноване дослідником [5] алгебричне трактування алгоритмів базується на індексації операціями знаків, над якими операції виконуються в загальному випадку. Операції не є асоціативними і комутативними, та алгебра не використовує операцій кон'юнкції і диз'юнкції. З 1996 року, коли в "Доповідях Національної академії наук України" було вперше опубліковано алгебру алгоритмів [5], відбулися зміни, що привели до природного її розвитку, описаного в даній роботі.

ОЗНАЧЕННЯ

Означення 1. Алфавіт алгебри алгоритмів утворюють: 1.1) знаки операцій: $\frown$ – секвентування; $\longmapsto$ – елімінування; $\sqcap$ – паралелення; — – реверсування; $\not\subset$ – циклічного секвентування; $\not\supset$ – циклічного елімінування; $\varnothing$ – циклічного паралелення; 1.2) незалежні змінні логічні $\boldsymbol{u, u_0, u^1, \dots, u_i, u^j, \dots}$ і нелогічні $\boldsymbol{X, X_0, X_o, \dots, Y_j, Y^0, \dots, Z^i_j, \dots}$; 1.3) багатозначні логічні змінні $\boldsymbol{w, w_0, w_1, \dots}$; 1.4) функціональні змінні $\boldsymbol{P(a), F(a,b), \dots, S(c, d, k), Q_i(q), R^j_n(s), \dots}$, залежні від предметних змінних $\boldsymbol{a, b, c, d, k, q, s, \dots}$; 1.5) * – порожній знак і $\boldsymbol{c_u}$ – знак повернення у цикл за умовою $\boldsymbol{u}$; 1.6) $\boldsymbol{\alpha}$ і $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\gamma}$ і $\boldsymbol{\delta}$ – індекси порядку; 1.7) кома, крапка з комою і двокрапка – розділювачі знаків.

Означення 2. Операцію, яка має властивості: 2.1) ідемпотентності: $\overgroup{X,X}=X;$ 2.2) поглинання порожнього знаку: $\overgroup{*:X}=X$ (розділювач «дві крапки» може бути замінений розділювачем «кома» або «крапка з комою»); 2.3) комутативності: $\overgroup{X,Y}=\overgroup{Y,X};$ 2.4) асоціативності: $\overgroup{\overgroup{X,Y},Z}=\overgroup{X,\overgroup{Y,Z}};$ 2.5) поглинання упорядкованих змінних: $\overgroup{\overgroup{X;Y},\ \overgroup{Z;Y}}=\overgroup{\overgroup{X,Z};Y}$, $\overgroup{\overgroup{X;Y},\ \overgroup{X;Z}}=\overgroup{X;\overgroup{Z,Y}};$ 2.6) поглинання логічного значення 1: $\overgroup{X:1}=X;$ 2.7) поглинання змінної логічним значенням 0: $\overgroup{X:0}=0;$ 2.8) утворення пар з однаковими індексами порядку: $\overgroup{X,Y}=\{\{X,\alpha\},\ \{Y,\alpha\}\};$ 2.9) утворення пар з різними індексами порядку: $\overgroup{X;Y}=\{\{X,\alpha\},\ \{Y,\beta\}\}$, називаємо **секвентуванням**.

Означення 3. Операцію, яка має властивості:
3.1) вибору змінної:

$$\overline{X;Y;u-?}=\begin{cases}X,\ \text{якщо}\ \boldsymbol{u}=1,\\ Y,\ \text{якщо}\ \boldsymbol{u}=0;\end{cases}\qquad \overline{X;Y;\ \dots\ Z;w-?}=\begin{cases}X,\ \text{якщо}\ \boldsymbol{w}=\boldsymbol{v}_0,\\ Y,\ \text{якщо}\ \boldsymbol{w}=\boldsymbol{v}_1,\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ Z,\ \text{якщо}\ \boldsymbol{w}=\boldsymbol{v}_{n-1},\end{cases}$$

де $\boldsymbol{v}_0, \boldsymbol{v}_1, \dots, \boldsymbol{v}_{n-1}$ – значення змінної $\boldsymbol{w}$.

3.2) поглинання змінної: $\overline{X;X;u-?}=X$, $\overline{X;X;\ \dots\ ;X;\ w-?}$:
3.5) поглинання змінної за двозначною змінною:

$$\overline{X;\ \overline{X;Y;u_2-?};u_1-?}=\overline{X;\ \overline{(u_1=1)-?;Y;u_2-?};\ u_1-?},$$

$$\overline{\overline{X;Y;\ u_2-?};Y;u_1-?}=\overline{\overline{X;(u_1=0)-?;\ u_2-?};Y,u_1-?};$$

3.7) дистрибутивності:

$$\text{a)}\ \overline{\overgroup{X:Y};\overgroup{X:Z};u-?}=\overgroup{X:\overline{Y;Z;u-?}};\ \text{b)}\ \overline{\overgroup{X:Y};\overgroup{X:R};\ \dots\ \overgroup{X:Z};\ w-?}=\overgroup{X:\overline{Y;R;\ \dots\ ;Z;w-?}},$$

$$\text{c)}\ \overline{\overgroup{X;\overline{Y;Z;u_1-?}};\ \overgroup{R;\overline{Y;Z;u_2-?}};\ u_3-?}=\overgroup{\overline{X;R;u_3-?};\ \overline{Y;Z;\overline{u_1-?;u_2-?;u_3-?}}},$$

називаємо **елімінуванням**.

Означення 4. Операцію, яка має властивості: 4.1) поглинання змінної: $\overline{X,X}=X;$ 4.2) поглинання порожнього знаку: $\overline{*,X}=X;$ 4.3) комутативності: $\overline{X,Y}=\overline{Y,X};$ 4.4) асоціативності: $\overline{\overline{X,Y},Z}=\overline{X,\overline{Y,Z}};$ 4.5) виносу змінної: $\overline{\overgroup{X:Y},\ \overgroup{X:Z}}=\overgroup{X:\overline{Y,Z}}$, $\overline{\overgroup{X:Y},\ \overgroup{Z:Y}}=\overgroup{\overline{X,Z}:Y};$ 4.6) поглинання логічного значення 0: $\overline{X:0}=X;$ 4.7) утворення пар з однаковими індексами порядку: $\overline{X,Y}=\{\{X,\gamma\},\ \{Y,\gamma\}\};$ 4.8) утворення пар з різними індексами порядку: $\overline{X;Y}=\{\{X,\gamma\},\ \{Y,\delta\}\}$, називаємо **паралеленням**.

Означення 5. Операцію з властивостями: 5.1) подвійного заперечення: $\bar{\bar{u}}=u$; 5.2) заперечення секвентування: $\overline{\overline{u_1;u_2}}=\overline{\bar{u}_1;\bar{u}_2}$; 5.3) заперечення паралелення: $\overline{\overline{u_1;u_2}}=\overparen{\bar{u}_1;\bar{u}_2}$ 5.5) зміни 1: $\bar{1}=0$; 5.6) утворення логічного значення 0: $\overparen{u,\bar{u}}=0$; 5.7) зв'язку операцій: $\overline{X;Y;u\text{-}?}=\overparen{\overline{u;X},\ \overline{\bar{u};Y}}$, називаємо **реверсуванням**.

Означення 6. Операції з властивостями: 6.1) для $F(x)$, де $x \in Q=\overparen{i:\overparen{j:\overparen{k:\ \ldots}}}$, а $i, j, k, \ldots$ – значення x, узагальнення операцій: $\overparen{F(i):\overparen{F(j):\overparen{F(k):\ldots}}} = \not\subset xF(x)$, $\overline{F(i):\overline{F(j):\overline{F(k):\ldots}}}=\varnothing xF(F)$, $\overline{F(i);\overline{F(j);\overline{F(k);\ldots;Y;u\ldots\text{-}?};u_k;u_j};u_i}= \not\supset x\overline{F(x);Y;u_x}$;

а x – зв'язана предметна змінна; 6.2) порожнього циклу: $\not\subset x^* = \not\supset x^* = \varnothing x^* = *$;

6.3) дописування змінної: $\not\subset x\overline{X;c_x;Y;u_x\text{-}?}=\not\subset x\overline{X;\overparen{c_x;Z};Y;u_x\text{-}?}$; $\not\supset x\overline{X;c_x;Y;u_x\text{-}?}= \not\supset x\overline{X;\overparen{c_x;Z};Y;u_x\text{-}?}$; $\varnothing x\overline{A;\overparen{c_x};K;x\text{-}?} = \varnothing x\overline{A;\overparen{c_x;D};K;x\text{-}?}$, називаємо **циклічними секвентуванням ($\not\subset$), елімінуванням ($\not\supset$) і паралеленням ($\varnothing$)**.

Означення 7. Знаки, індексовані операціями, називаємо **унітермами**.

Означення 8. 1) Якщо X і Y – змінні, то $\overparen{X:Y}$ і $\overline{X:Y}$ – формули. 2) Якщо $X, Y, \ldots, Z$ – змінні або формули, а u, w – змінні умов, то $\overline{X;Y;u\text{-}?}$, $\overline{X;Y;\ldots;Z;w\text{-}?}$, $\overline{X;Y;\bar{u}\text{-}?}$, $\overline{X;Y;\ldots;Z;\bar{w}\text{-}?}$ – формули. 3) Якщо $F(x)$ функціональна змінна або формула, а x – предметна змінна, то $\not\subset xF(x)$, $\not\supset xF(x)$, $\varnothing xF(x)$ – формули. 4) Тільки той вираз є формулою, для якого це можна показати, застосувавши скінчену кількість разів пункти 1–3.

Означення 9. Формулу, утворену функціональними унітермами, називаємо **формулою алгоритму.**

Багатозначною алгеброю алгоритмів є система операцій секвентування, елімінування, паралелення, реверсування і циклічних операцій.

Означення 10. Функціональні змінні з упорядкованими операцією секвентування предметними змінними є **секвенційними**. Приклад: $+\overparen{a,b}$, $-\overparen{c,d}$.

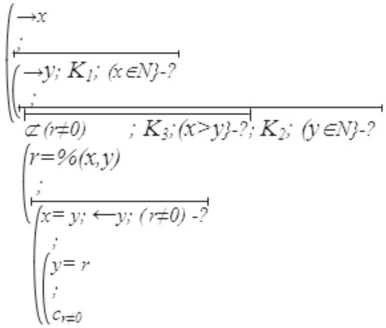
ПРАВИЛА ВИВОДУ

Суперпозиції (переназивання та заміни):

унітерму-змінної – усюди, де вони входять з вибраним індексом порядку у формулу, в якій виконується заміна іншими змінними або формулами (при цьому логічні змінні замінюються логічними, а нелогічні – нелогічними;

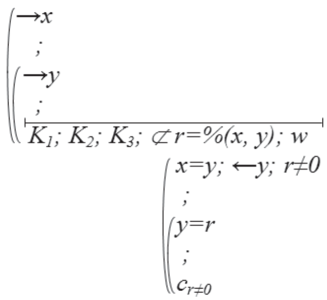
функціонального унітерму – усюди, де він входить з вибраним індексом порядку у формулу, в якій виконується заміна функціональною змінною або формулою, кількість предметних змінних яких не менша за кількість предметних змінних замінюваного функціонального унітерму, число зв'язаних змінних котрого менше за число незв'язаних змінних функціональної змінної або формули, що підставляються.

Приклад. Опис алгоритму Евкліда формулою алгебри алгоритмів [5] матиме такий вигляд:



де $\rightarrow x$ і $\rightarrow y$ – ввід і приписування змінним введених даних, а $\leftarrow y$ – вивід результату; $x, y \in N$ – перевірка належності значень змінних до натуральних чисел; K_1, K_2, K_3 – повідомлення, що x і y не є натуральними числами та x не більший за y; r=%(x, y) – знаходження остачі від ділення. Наведена формула містить 77 знаків (без знаків “–“ і “?”).

З використанням алгебри алгоритмів з багатозначним елімінуванням формула алгоритму Евкліда описується так:



і містить 60 знаків (зменшена на 21%).

1. Глушков В.М. Алгебра. Языки. Программирование / Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. – 2-е изд. перераб. – К.: Наук. думка, 1978. – 318 с. 2. Колмогоров А.Н. О понятии алгоритма / Колмогоров А.Н. // УМН. – 1953. – Т. 8. – Вып. 4(56). – С. 175–176. 3. Криницкий А.Н. Алгоритмы вокруг нас / Криницкий А.Н. // – М.: Мир, 1988. – 223 с. 4. Марков А.А. Теория алгорифмов / Марков А.А. // Тр. МИАН. – 1951. – Т.38. – С. 176–189. 5. Овсяк В.К. Засоби еквівалентних перетворень алгоритмів інформаційно-технологічних систем / Овсяк В.К. // Доп. Нац. акад. наук України. – 1996. – №9. – С.83–89. 6. Цейтлин Г.Е. Введение в алгоритмику / Цейтлин Г.Е. – К. : Сфера, 1998. – 310 с. 7. Aho A.V. The design and analysis of computer algorithms. Addison-Wesley Publishing Company / Aho A.V., Hopcroft J.E., Ullman J.D. – 1974. 8. Church A. An unsolvable problem of elementary number theory / Church A. // American Journal of Mathematics. – Vol. 58 (1936). – P. 345–363. 9. Kleene S.C. Origins of recursive function theory / Kleene S.C. // Annals of the Theory of Computing. – 1987. Vol. 3, No. 1. – P. 52–67. 10. Post E.L. Finite Combinatory Processes – Formulation 1 / Post E.L. // Journal of Symbolic Logic. – 1936. – 1. – P. 103–105. 11. Schönhage A. Universelle Turing Speicherung / Schönhage A. In J. Dörr and G. Hotz, Editors, Automatentheorie und Formale Sprachen, Bibliogr. Institut. – Mannheim. 1970. – P. 369–383. 12. Turing A.M. On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem / Turing A.M. // Proceedings of London Mathematical Society. – Ser. 2. – Vol. 42 (1936–1937). – P. 230–265.

АЛГЕБРА АЛГОРИТМОВ С МНОГОЗНАЧНЫМ ЭЛИМИНИРОВАНИЕМ

Аксиоматическим методом дано определение алгебры алгоритмов с многозначным элиминированием.

ALGEBRA OF ALGORITHMS WITH MULTI ELIMINATION

Axiomatic method definitions given algebra of algorithms surgery multivalve elimination.

Стаття надійшла 09.10.2012

УДК 004.4’232

М. А. Козелко

Українська академія друкарства

МОДЕЛЬ КОНВЕРТАЦІЇ АБСТРАКТНИХ ДО ТИПОВИХ ГРАФІЧНИХ УНІТЕРМІВ АВТОМАТІВ

Засобами алгебри алгоритмів описано створену модель побудови системи типових графічних унітермів, призначених для конвертації абстрактного унітерму.

Система, модель, графічний унітерм, абстрактний графічний унітерм, алгоритм

Інструментальні засоби інформаційних технологій і систем реалізуються графічними інтерфейсами. Можливі різні типи інструментальних засобів, наприклад, Windows або Web-проектів. Сам процес проектування інструментальних засобів творчий і складний. Особливо на початкових стадіях проектування є невідомими як загальний вигляд інструментальних засобів, так і його складові (графічні унітерми [3, 4, 5]) – кнопки, елементи альтернативного і безальтернативного вибору, текстові поля та інші. Для спрощення складності проектування інструментальних засобів доцільним є введення абстрактних графічних елементів – унітермів.

Використання абстрактних унітермів обумовлює відмову від строго типізованих елементів при розробленні інтерфейсу і передбачає повторне застосування спроектованих інтерфейсів для проектів різних типів, таких, як Windows програма [4, 5] чи інтернет-сторінка [1] й інших. Однак при компіляції готового проекту всі абстрактні унітерми повинні бути конвертовані до типових графічних. З огляду на це існує проблема коректного конвертування абстрактних унітермів до типових графічних із заданням усіх властивостей і методів їх опрацювання, а також дочірніх елементів абстрактного унітерму до типового графічного.