

УДК 004.942+655.326.1

**В. М. Сеньківський, О. В. Мельников, В. Ф. Кохан**

*Українська академія друкарства*

## **БАГАТОФАКТОРНИЙ ВИБІР АЛЬТЕРНАТИВНИХ ВАРІАНТІВ ФЛЕКСОГРАФІЧНОГО ДРУКУ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОГО ВІДНОШЕННЯ ПЕРЕВАГИ**

*Здійснено постановку та розв'язано задачу багатофакторного вибору альтернативних варіантів флексографічного друку на основі нечіткого відношення переваги факторів в альтернативах, виражених бінарними матрицями відношень, та розрахованих функцій належності згорток факторів.*

**Фактор, множина, модель, альтернатива, матриця, відношення переваги, зортка, функція належності, флексографічний друк**

Для досягнення нечітко визначеної мети, якою можна вважати задачу прогнозування якості друкарського процесу за умови нечітко виражених факторів, можна використати два підходи. Один з них передбачає використання набору функцій корисності, що обумовлює багатокритеріальність задач прийняття рішення.

Слід зауважити, що не завжди відношення переваги можна описати частками належності критерію (фактора) до певної альтернативи, що унеможливило використання функцій корисності для прийняття обґрунтованого рішення щодо вибору варіанту реалізації процесу. У цьому випадку користуються методом багатокритеріальної оптимізації, використовуючи для прийняття рішення нечітке відношення переваги, коли ступінь наявності попарних переваг між альтернативами можна задати числом на відрізку  $[0;1]$ . Отримуємо задачу вибору альтернативного варіанту друкарського процесу на основі нечіткого відношення переваги [1].

Нехай маємо пару альтернатив  $(x, y)$ . Відношення нестрогої переваги  $F$  означає, що для двох альтернатив можливі твердження:

$x$  не гірше від  $y$ , що відповідає  $x \geq y$ , аналогічно  $(x, y) \in F$ ;

$y$  не гірше від  $x$ , або скорочено  $(y \geq x)$ , що відповідає  $(y, x) \in F$ ;

$x$  та  $y$  не порівняльні, значить  $(x, y) \notin F$  та  $(y, x) \notin F$ .

Якщо маємо відношення строгої переваги, тобто  $(x, y) \in F_s$ , то вважається, що альтернатива  $x$  домінує альтернативу  $y$ , тобто  $x > y$ . При наявності чітких функцій корисності  $f_j$  на множині  $X$  альтернатива  $x$  з вищою оцінкою  $f_j(x)$  краща за фактором  $j$  від альтернативи  $y$  з оцінкою  $f_j(y)$ , що описується чітким відношенням переваги  $F_j$  на множині альтернатив  $X$ :

$$F_j = \{(x, y) : f_j(x) \geq f_j(y), x, y \in X\}. \quad (1)$$

Треба вибрати таку альтернативу  $x_0 \in X$ , яка матиме найвищу оцінку за множиною усіх виокремлених факторів (критеріїв), тобто

$$f_j(x_0) \geq f_j(y), \forall j = 1, m; \forall y \in X. \quad (2)$$

Альтернативи такого типу називають Парето-оптимальними або ефективними і вони є розв'язком задачі прийняття рішень при нечіткому відношенні переваги на множині альтернатив [1].

Оскільки вихідними критеріями задачі багатокритеріального вибору альтернативи є фактори (критерії) множини Парето, необхідно здійснити згортку багатьох критеріїв в один скалярний. Для цього використовуємо спосіб перетину, суть якого полягає в наступному [1].

Позначимо  $Z_1 = \bigcap_{j=1}^m F_j$ . Можна стверджувати, що множина альтернатив з відношенням переваги  $Z_1$  відповідає множині альтернатив з функціями корисності  $f_j(x)$ . Це означає, що набір відношень  $F_j$  ( $j = 1, m$ ) заміняємо їх перетином і знаходимо недоміновані альтернативи за нечітким відношенням переваги  $Z_1$ . Якщо  $\mu_j(x, y)$  – функція належності нечіткого відношення переваги  $F_j$ , то

$$\mu_j(x, y) = \begin{cases} 1, \text{ якщо } f_j(x) \geq f_j(y), \text{ тобто } (x, y) \in F_j; \\ 0, \text{ якщо } (x, y) \notin F. \end{cases} \quad (3)$$

З урахуванням (3) функція належності (згортка критеріїв) для нечіткого відношення переваги  $Z_1$  матиме такий вигляд:

$$\mu_{Z_1}(x, y) = \min\{\mu_1(x, y), \mu_2(x, y), \dots, \mu_m(x, y)\}. \quad (4)$$

Згортка критеріїв (4) може бути виражена через вагові значення факторів  $w_j$  та відповідні функції корисності функції:

$$R(x) = \min_j w_j f_j(x). \quad (5)$$

Аналогічно попередньому вводиться ще один тип згортки відношень  $\{F_j\}$ , який використовує ваги та функції корисності факторів:

$$Z_2 = \sum_{j=1}^m w_j f_j(x), \text{ де } \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0. \quad (5)$$

Згортці  $Z_2$  відповідає функція належності  $\mu_{Z_2}(x, y) = \sum_{j=1}^m w_j \mu_j(x, y)$ .

З урахуванням введених величин та послуговуючись [1], наведемо алгоритм задачі вибору альтернативного варіанту флексографічного друку на основі нечіткого відношення переваги.

1. Нехай якість друку на множині альтернатив  $X\{x_1, x_2, x_3\}$  оцінюється за факторами такими нечіткими відношеннями:  $F_1$  – матеріал для

друкування (МДР);  $F_2$  – параметри друкарського процесу (ПДП);  $F_3$  – друкарська машина (ДРМ);  $F_4$  – друкарська форма (ДРФ). Відношенням  $F_j$  відповідатимуть вагові значення факторів  $w_j, j=1,4$  та функції належності  $\mu_j(x, y)$ . Знаходимо згортку відношень  $Z_1 = \bigcap_{j=1}^4 F_j$  типу (4).

2. У множині  $\{X, Z_1\}$  встановлюємо множину невідомінованих альтернатив  $Z_1^{no}$  з функціями належності

$$\mu_{Z_1^{no}}(x) = 1 - \sup_{y \in X} \left\{ \sum_{j=1}^4 \mu_{Z_1}(y, x) - \mu_{Z_1}(x, y) \right\}. \quad (7)$$

3. На основі (6) для згортки  $Z_2$  знаходимо адитивну згортку відношень з функціями належності

$$\mu_{Z_2}(x, y) = \sum_{j=1}^4 w_j \mu_j(x, y), \quad \sum_{j=1}^4 w_j = 1, \quad w_j \geq 0. \quad (8)$$

4. Для  $Z_2$  аналогічно, як у (7), визначаємо множину невідомінованих альтернатив

$$\mu_{Z_2^{no}}(x) = 1 - \sup_{y \in X} \left\{ \sum_{j=1}^4 \mu_{Z_2}(y, x) - \mu_{Z_2}(x, y) \right\}. \quad (9)$$

5. Шукаємо спільну множину невідомінованих альтернатив як перетин множин  $Z_1^{no}$  та  $Z_2^{no}$ , тобто їх перетин  $Z_{no} = Z_1^{no} \cap Z_2^{no}$ , функція належності якого набуде вигляду

$$\mu_{no}(x) = \min \left\{ \mu_{Z_1^{no}}(x), \mu_{Z_2^{no}}(x) \right\}. \quad (10)$$

Оптимальною вважається альтернатива, функція належності  $\mu_{no}(x)$  якої максимальна, що означає найвищий ступінь невідомінованості.

Ураховуючи алгоритм вибору альтернативи, знайдемо оптимальний варіант друкування накладу флексографічним способом серед множини альтернатив  $X \{x_1, x_2, x_3\}$ , використовуючи наведені у п 1. алгоритму невідоміновані фактори множини Парето, які визначають відношення переваги, та відповідні їм ваги факторів для згортки  $Z_2$ :

$$w_1 = 0,5; \quad w_2 = 0,2; \quad w_3 = 0,2; \quad w_4 = 0,1.$$

Встановимо відношення переваги за кожним із факторів стосовно множини альтернатив.

Матеріал для друкування ( $F_1$ ):  $x_1 > x_2, x_1 = x_3$ .

Параметри друкарського процесу ( $F_2$ ):  $x_1 < x_2, x_1 = x_3$ .

Друкарська машина ( $F_3$ ):  $x_1 > x_2, x_1 < x_3, x_2 < x_3$ .

Друкарська форма ( $F_4$ ):  $x_1 > x_2, x_1 > x_3, x_2 < x_3$ .

За наведеними відношеннями переваги будемо матриці відношень за умовою (3). Матрицю відношень  $F_1$  стосовно переваг матеріалу для друкування в альтернативних варіантах помістимо в табл. 1. Переваги альтернатив беремо з наведених вище відношень.

Таблиця 1

$\mu_{F_1}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	1	1
	$x_2$	0	1	0
	$x_3$	1	1	1

Матриця відношень  $F_2$  для переваг параметрів друкарського процесу у заданих варіантах окреслена в табл. 2.

Таблиця 2

$\mu_{F_2}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	0	1
	$x_2$	1	1	1
	$x_3$	1	0	1

Для відношень  $F_3$ , що інтерпретують можливі якості друкарської машини, матриця відношень матиме такий вигляд (табл. 3).

Таблиця 3

$\mu_{F_3}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	1	0
	$x_2$	0	1	0
	$x_3$	1	1	1

Відношення  $F_4$ , прив'язане до друкарської форми та її порівняльних характеристик у різних варіантах, набере таке відображення (табл. 4).

Таблиця 4

$\mu_{F_4}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	1	1
	$x_2$	0	1	0
	$x_3$	0	1	1

Наступний крок – побудова згортки відношень  $Z_1 = F_1 \cap F_2 \cap F_3 \cap F_4$ , для якої матриця значень функції належності матиме такий вигляд (табл. 5):

Таблиця 5

$\mu_{Z_1}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	0	0
	$x_2$	0	1	0
	$x_3$	0	0	1

Згортка  $Z_1$  вказує на чітку недомінованість альтернатив. На основі табл. 5 та виразу (7) визначаємо множину недомінованих альтернатив.

$$\mu_{Z_1}^{no}(x) = 1 - \sup_{y \in X} \{ \mu_{Z_1}(y, x) - \mu_{Z_1}(x, y) \}.$$

Для кожної з альтернатив отримаємо відповідні значення:

$$\mu_{Z_1}^{no}(x_1) = 1 - \sup_{y \in X} \{ 0 - 0; 0 - 0 \} = 1;$$

$$\mu_{Z_1}^{no}(x_2) = 1 - \sup_{y \in X} \{ 0 - 0; 0 - 0 \} = 1;$$

$$\mu_{Z_1}^{no}(x_3) = 1 - \sup_{y \in X} \{ 0 - 0; 0 - 0 \} = 1.$$

Ураховуючи результат обчислень, маємо  $\mu_{Z_1}^{no}(x) = [1; 1; 1]$ .

Знаходимо нечітке відношення переваги  $Z_2$ , так звану адитивну згортку відношень  $F_j$ ,  $j=1, 4$ , за формулою  $Z_2 = \sum_{j=1}^4 w_j f_j(x)$ . Значення функції належності згортки  $\mu_{Z_2}(x_i, x_j) = \sum_{k=1}^4 w_k \mu_{F_k}(x_i, x_j)$  [1, 3] як елементи матриці відношення  $Z_2$  помістимо в табл. 6.

Таблиця 6

$\mu_{Z_2}(x_i, x_j)$	$x_i / x_j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$x_1$	1	0.8	0.8
	$x_2$	0.2	1	0.2
	$x_3$	1	0.8	1

Для відношення  $Z_2$  знайдемо множину недомінованих альтернатив за формулою (9):

$$\mu_{Z_2}^{no}(x_1) = 1 - \sup \{ (0.2 - 0.8); (1 - 0.8) \} = 0.8;$$

$$\mu_{Z_2}^{no}(x_2) = 1 - \sup\{(0.8 - 0.2); (0.8 - 0.2)\} = 0.4;$$

$$\mu_{Z_2}^{no}(x_3) = 1 - \sup\{(0.8 - 1); (0.2 - 0.8)\} = 1.$$

У результаті отримаємо  $\mu_{Z_2}^{no}(x_i) = [0.8; 0.4; 1]$ .

Останній крок полягає в знаходженні згортки перетину множин  $Z_1^{no}$  та  $Z_2^{no}$ , тобто  $Z_{no} = Z_1^{no} \cap Z_2^{no}$ , з функцією належності у вигляді

$$\mu_Z^{no}(x_i) = \min\{\mu_{Z_1}^{no}(x_i), \mu_{Z_2}^{no}(x_i)\}, \quad i = 1, 3. \quad (11)$$

З урахуванням того, що  $\mu_{Z_1}^{no}(x_i) = [1; 1; 1]$ , одержимо  $\mu_Z^{no}(x_i) = [0.8; 0.4; 1]$ .

Функція належності згортки  $Z$  указує на такий висновок: оптимальною альтернативою друкування продукції флексографічним способом із заданими вище відношеннями переваги корисності факторів є варіант  $x_3$ , функція належності якого має максимальне значення.

Достовірність отриманого результату підтверджується аналогічним висновком попереднього параграфа, в якому найкращим є третій варіант альтернативи, отриманий з використанням багатокритеріальної теорії корисності [4] та методу Саати аналізу ієрархій [5].

Таким чином, у результаті дослідження здійснено постановку та розв'язано задачу розрахунку альтернативного варіанту флексографічного друку з урахуванням факторів (лінгвістичних змінних) множини Парето, нечітких відношень їх переваги в альтернативах, вираженими бінарними матрицями відношень, та розрахованих функцій належності згорток факторів.

1. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. Підручник. Сьоме видання, перероблене та доповнене / Ю. П. Зайченко. – К. : Вид. дім «Слово», 2006. – 816 с. 2. Сеньківський В. М. Новий спосіб прогнозування результатів флексографічного друку / В. М. Сеньківський, В. Ф. Кохан, О. В. Мельников // І Міжнар. наук.-практ. конф. «Пакувальна індустрія: Сучасні тенденції розвитку та підготовки кадрів», 8–9 листоп. 2012 р., м. Львів : мат. конф. – Львів : [Укр. акад. друкарства], 2012. – С. 30–33. 3. Зайченко О. Ю. Дослідження операцій: зб. задач / О. Ю. Зайченко, Ю. П. Зайченко. – К. : Вид. дім «Слово», 2007. – 472 с. 4. Бартіш М. Я. Дослідження операцій. Ч. 3. Ухвалення рішень і теорія ігор / М. Я. Бартіш, І. М. Дудзяний. – Львів : Вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009. – 278 с. 5. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий : пер. с англ. / Т. Саати. – М. : Радио и связь, 1993. – 278 с.

## **МНОГОФАКТОРНЫЙ ВЫБОР АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ВАРИАНТОВ ФЛЕКСОГРАФИЧЕСКОЙ ПЕЧАТИ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКОГО ОТНОШЕНИЯ ПРЕИМУЩЕСТВА**

*Осуществлена постановка и решена задача многофакторного выбора альтернативных вариантов флексографической печати на основе нечеткого отношения преимущества факторов в альтернативах, выраженных бинарными матрицами отношений, и рассчитанных функций принадлежности сверток факторов.*

## MULTIFACTORIAL CHOICE ALTERNATIVE OPTIONS FLEXOGRAPHIC PRINTING BASED ON FUZZY PREFERENCE RELATIONS

*Staged and a problem of multivariate selection alternatives flexographic printing based on fuzzy preference factors in the choices expressed by binary matrices ratios and calculated functions of convolutions.*

*Стаття надійшла 22.11.2012*

УДК 681.625.23:004942

***М. М. Луцків, В. І. Рибак, О. М. Назаренко***

*Українська академія друкарства*

### **ПОБУДОВА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОКРИТТЯ РАСТРОВОГО ВІДБИТКА ФАРБОЮ ФАРБОВОЇ СИСТЕМИ ДУКТОРНО- НОЖОВОГО ТИПУ ПОСЛІДОВНО-ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ**

*Розроблено математичну модель і побудовано характеристики покриття растрового відбитка фарбою фарбової системи дукторно-ножового типу послідовно-паралельної структури для усталеного режиму роботи. Наведено результати комп'ютерного симулювання.*

***Покриття, растровий відбиток, фарбова система, дукторно-ножовий тип, послідовно-паралельна структура, комп'ютерне симулювання***

Рівномірність товщини фарби на поверхні растрового відбитка – важливий технічний параметр офсетних друкарських машин, від якого значно залежить якість відбитка. Залежна вона від конструкції і структури фарбового апарата, кількості фарбових валиків, сюжету друкарської форми, інших параметрів і факторів. Для забезпечення рівномірності фарби здійснюють ручне або автоматичне зональне налагодження подачі фарби на заданий наклад. Експериментальне дослідження нерівномірності покриття растрових відбитків фарбою залежно від окремих параметрів фарбового апарата і растрової друкарської форми складне завдання, вимагає дорогої вимірювальної апаратури і затрат часу. З огляду на це для побудови характеристик покриття почали застосовувати математичне моделювання [6, 7]. Існуючі моделі фарбодрукарських систем для усталених режимів роботи побудовано при певних припущеннях, зокрема не в повній мірі враховані властивості фарбоживильного пристрою. Отож, достовірність результатів моделювання значно залежатиме від прийнятих припущень.

Таким чином, створення математичної моделі фарбодрукарської системи дукторно-ножового типу і побудова характеристики покриття растрового відбитка фарбою, зручних для комп'ютерного моделювання, є актуальним завданням.

У фарбодрукарських системах протікають складні процеси, пов'язані з дискретною подачею фарби, її розкочуванням у рівномірний неперервний шар,