

УДК 330.46

МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ДЕНЕЖНОЙ МАССЫ ПРИ ЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЦЕНЫ ТОВАРОВ И УСЛУГ ОТ СПРОСА

СТЕШЕНКО И. В.,
канд. экон. наук, доц. кафедры
информационных технологий
Донецкого государственного
университета управления

В статье описана новая модель расчета среднего значения денежной массы, которая необходима для обращения на протяжении определенного периода времени. Модель базируется на законе денежного обращения, в котором цена товаров и услуг линейно зависит от спроса.

Ключевые слова: денежный оборот; денежная масса; модель; случайная величина; финансы.

У статті описано нову модель розрахунку середнього значення грошової маси, яка необхідна для обертання впродовж певного періоду часу. Модель базується на законі грошового обертання, в якому ціна товарів і послуг лінійно залежить від попиту.

Ключові слова: грошовий зворот; грошова маса; модель; випадкова величина; фінанси.

It is obtained in the article the new model of money supply mean value calculation, which is necessary for circulation over the certain period of time. The model is based on the law of money circulation in which the price of commodities and services arcwise depends on demand.

Keywords. money supply; amount of money; model; random variable; finances.

Постановка проблемы. Для успешного управления финансовой системой финансовым аналитикам необходимо знать, какое количество денег необходимо для обращения за определенный период времени. В настоящее время модели, которые рассматриваются авторами в различной литературе, либо носят детерминированный характер, либо основываются на устаревших данных, либо не учитывают роль цены – основного фактора, определяющего и балансирующего спрос и предложение в рыночной экономике.

Эти модели не учитывают многие важные взаимосвязи между величинами в модели, что резко сужает область их применения и адекватность полученных результатов. Поэтому актуальность данной статьи заключается в том, что автором рассмотрена реальная ситуация, когда денежная масса зависит от цены товаров и услуг, на которую влияет спрос на рынке, представленный случайной величиной.

Анализ последних исследований и публикаций. Проблемами денежного обращения занимались разные отечественные ученые, такие, как: Бланк И.А. [1], Литовских А.М. [2], Нешиной А.С. [3], Поляк Г.Б. [4], Стоянова Е.С. [5] и др., а также зарубежные: Боди Зви, Мертон Роберт К. [6], Маршалл Джон Ф., Бансал Випула К. [7] и др. Однако вопросы, связанные с исследованием денежного обращения, в котором учитываются случайные изменения характеристик, еще недостаточно изучены.

Цель исследования. Получить модель влияния цены товаров и услуг на количество денег, необходимых для обращения на протяжении определенного времени.

Основной материал исследования. Пусть количество денег, необходимых для обращения на протяжении определенного времени t , равно [8]:

$$M_{H_t} = \frac{P_t Q_t - K_t + \Pi_t - ВП_t}{V}, \quad (1)$$

где P_t – цена товаров и услуг, которые реализуются за определенный период времени t , $t \in [0, T_k]$; Q_t – количество товаров и услуг за тот же период t ; V – среднее количество оборотов денежной единицы за тот же период t ; K_t – сумма продаж товаров и услуг в кредит; Π_t – общая сумма платежей, срок оплаты которых наступил; $B\Pi_t$ – сумма платежей, которые погашаются путем взаимного зачисления долгов.

Обозначим в формуле (1) через U_t дополнительные факторы, которые действуют на денежную массу:

$$U_t = \frac{-K_t + \Pi_t - B\Pi_t}{V}. \quad (2)$$

Тогда формулу (1) перепишем в виде:

$$M_{H_t} = \frac{P_t Q_t}{V} + U_t. \quad (3)$$

В денежном обращении участвуют n субъектов хозяйствования.

Представим цену товара и услуг в виде:

$$P_j(t) = a_j s_j(t) + b_j, \quad j = \overline{1, n}, \quad (4)$$

где $s_j(t)$ – спрос на товары и услуги; a_j, b_j – константы.

Количество товаров и услуг за период t представим в виде $Q_j(t) = (q_1, q_2, \dots, q_n)$. Тогда в формуле (3) числитель запишем в виде:

$$P_t Q_t = \sum_{j=1}^n P_j(t) Q_j(t) = \sum_{j=1}^n q_j a_j s_j(t) + \sum_{j=1}^n b_j q_j. \quad (5)$$

Спрос на товары и услуги за определенный период времени t представим в виде:

$$ds_j(t) = (\alpha_j + \beta_j s_j(t)) dt + (\gamma_j + \delta_j s_j(t)) dw_j(t). \quad (6)$$

Из [9] известно, что решением такого стохастического дифференциального уравнения (6) является:

$$s_j(t) = \exp \left\{ \int_0^t \left[\beta(z) - \frac{1}{2} \delta^2(z) \right] dz + \int_0^t \delta(z) dw(z) \right\} \cdot \left[s_j(0) + \int_0^t \exp \left\{ - \int_0^z \left[\beta(u) - \frac{1}{2} \delta^2(u) \right] du - \int_0^z \delta(u) dw(u) \right\} \cdot [\alpha(z) - \gamma(z) \delta(z)] dz + \int_0^t \exp \left\{ - \int_0^z \left[\beta(u) - \frac{1}{2} \delta^2(u) \right] du - \int_0^z \delta(u) dw(u) \right\} \gamma(z) dw(z) \right]. \quad (7)$$

Если спрос на товары и услуги за определенный период времени t положительный, т. е. $s_j(t) \geq 0$, то он принимает определенное значение: $s_j(0) = s_j^0, j = \overline{1, n}$. Если $\gamma_j = 0, j = \overline{1, n}$ в формуле (6), следовательно, спрос на товары и услуги за определенный

период времени t имеет отрицательное значение, т. е. $s_j(t) < 0$, что невозможно. Учитывая это, перепишем формулу (6) в виде:

$$ds_j(t) = (\alpha_j + \beta_j s_j(t)) dt + \delta_j s_j(t) dw_j(t). \quad (8)$$

Решением стохастического дифференциального уравнения (8) является:

$$s_j(t) = \exp \left\{ \int_0^t \left[\beta(z) - \frac{1}{2} \delta^2(z) \right] dz + \int_0^t \delta(z) dw(z) \right\} \cdot \left[s_j(0) + \int_0^t \exp \left\{ - \int_0^z \left[\beta(u) - \frac{1}{2} \delta^2(u) \right] du - \int_0^z \delta(u) dw(u) \right\} \cdot \alpha(z) dz \right. \quad (9)$$

Подставим формулу (5) в формулу (3), тогда количество денег, необходимых для обращения на протяжении определенного времени t , будет равно:

$$M(t) = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j a_j s_j(t) + \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j b_j + \sum_{j=1}^n U_j \quad (10)$$

Тогда динамику денежной массы можно записать в виде:

$$dM(t) = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j a_j ds_j(t) + \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j b_j + \sum_{j=1}^n U_j \quad (11)$$

Подставим в равенство (8) в формулу (11) и получим:

$$dM(t) = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j a_j (\alpha_j + \beta_j \cdot s_j(t)) dt + \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j a_j \cdot \delta_j s_j(t) dw_j(t) + \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j b_j + \sum_{j=1}^n U_j \quad (12)$$

Посчитаем среднее значение денежной массы, которое необходимо для обращения на протяжении определенного периода времени t :

$$M(M(t)) = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j a_j M s_j(t) + \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j b_j + \sum_{j=1}^n U_j \quad (13)$$

Рассмотрим первое слагаемое правой части формулы (13):

$$M s_j(t) = \sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j \cdot s_j(t)) dt$$

Получим:

$$M s_j(t) = \sum_{j=1}^n (\alpha_j + \beta_j \cdot M(s_j(t))) dt$$

Если $s_j(0) = s_j^0$ – не случайная величина, тогда запишем $M(s_j(t)) = m_j(t)$ – математическое ожидание от спроса:

$$d m_j(t) = (\alpha_j + \beta_j m_j(t)) dt = \alpha_j dt + \beta_j m_j(t) dt, \quad \frac{d m_j(t)}{dt} = \alpha_j + \beta_j(t) m_j(t), \quad \frac{d m_j(t)}{dt} - \beta_j(t) m_j(t) = \alpha_j \quad (14)$$

Умножим левую и правую части формулы (14) на $e^{-\beta_j t}$, получим:

$$e^{-\beta_j t} \cdot \frac{d m_j(t)}{dt} - e^{-\beta_j t} \beta_j m_j(t) = \alpha_j e^{-\beta_j t};$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(\ell^{-\beta_j t} m_j(t)) &= \alpha_j \ell^{-\beta_j t} ; \\
\int_0^t \frac{d}{d\tau}(\ell^{-\beta_j \tau} m_j(\tau)) d\tau &= \int_0^t \alpha_j \ell^{-\beta_j \tau} d\tau ; \\
\ell^{-\beta_j t} m_j(t) - s_j^0 &= -\frac{\alpha_j}{\beta_j} \ell^{-\beta_j t} + \frac{\alpha_j}{\beta_j} ; \\
\ell^{-\beta_j t} m_j(t) &= s_j^0 + \frac{\alpha_j}{\beta_j} - \frac{\alpha_j}{\beta_j} \ell^{-\beta_j t} ; \\
m_j(t) &= (s_j^0 + \frac{\alpha_j}{\beta_j}) \cdot \ell^{\beta_j t} - \frac{\alpha_j}{\beta_j} . \tag{15}
\end{aligned}$$

Так как $M(s_j(t))=m_j(t)$, то, подставляя равенство (15) в формулу (13), получим среднее значение денежной массы, которое необходимо для обращения на протяжении определенного периода времени t :

$$M(M(t)) = \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j a_j \left[\left(s_j^0 + \frac{\alpha_j}{\beta_j} \right) \ell^{\beta_j t} - \frac{\alpha_j}{\beta_j} \right] + \frac{1}{V} \sum_{j=1}^n q_j b_j + \sum_{j=1}^n U_j . \tag{16}$$

Выводы. Денежный оборот в стране обеспечивается определенной массой денег. Эта величина является важной характеристикой состояния денежного оборота и рыночной конъюнктуры в целом. Изменение денежной массы оказывает существенное влияние на экономическое развитие страны. Поэтому регулирование денежной массы является важным направлением денежно-кредитной политики страны. В статье описана полученная модель расчета денежной массы, когда цены товаров и услуг за определенный период времени зависят от случайного спроса на рынке.

Литература

1. Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент: учебный курс / И.А. Бланк. – К.: Эльга-Н, Ника-Центр, 2001. – 448 с.
2. Литовских А.М. Финансы, денежное обращение и кредит: учебное пособие / А.М. Литовских, И.К. Шевченко. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2003. – 135 с.
3. Нешиной А.С. Финансы, денежное обращение и кредит: учебник / А.С. Нешиной. – Изд-во: Дашков и К^о, 2013. – 640 с.
4. Поляк Г.Б. Финансы. Денежное обращение. Кредит: учебник / Г.Б. Поляк. Изд-во: Юнити-Дана, 2011. – 639 с.
5. Стоянова Е.С. Финансовый менеджмент: теория и практика: учебник, 4-е изд., перераб. и доп. / Е.С. Стоянова. – М.: Изд-во «Перспектива», 1999. – 656 с.
6. Боди Зви. Финансы: пер. с англ.: учебное пособие / Зви Боди, Роберт К. Мертон. – М.: Издат. дом «Вильямс», 2000. – 592 с.
7. Маршалл Джон Ф. Финансовая инженерия: Полное руководство по финансовым нововведениям: пер. с англ. / Джон Ф. Маршалл, Випул К. Бансал. – М.: ИНФРА-М, 1998. – 784с.
8. Денежный оборот. Сущность и экономическая основа денежного оборота. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://kredithelper.ru/oborot-denezhnyj12.html>
9. Гихман И.И. Теория вероятности / И.И. Гихман, А.В. Скороход, Н.И. Ядренко. – К.: Вища школа, Головное изд-во, 1979. – 408 с.