УДК 336.78

Новоселецький О. М.,
кандидат економічних наук Національного університету "Острозька академія"

ОЦІНЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ В ДИНАМІЦІ НА ОСНОВІ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

У статті запропоновано алгоритм оцінки "глибини довгострокової пам'яті" часового ряду економічної стійкості з метою визначення трендостійкості, що характеризує зміну досліджуваної системної характеристики в часі.
Ключові слова: *економічна стійкість, трендостійкість, фрактальний аналіз, глибина пам'яті.*

В статье предложено алгоритм оценки "глубины долгосрочной памяти" временного ряда экономической устойчивости с целю определения трендоустойчивости, что характеризирует смену исследуемой системной характеристики во времени.
Ключевые слова: *экономическая устойчивость, трендоустойчивость, фрактальный анализ, глубина памяти.*

In the arrticle there was offered an algorithm (the long-term memory depth) of economic stability time series with the aim to determine the trend stability, which defines the variance systemic characteristics in time.
Key words: *economic stability, trend stability, fractal analysis, the memory depth.*

Постановка проблеми. Сучасному ринковому середовищу, який динамічно розвивається, притаманна нестабільність, нелінійність та змінюваність економічних параметрів. Зумовлюється це, головним чином, дією великої кількості збурень різного характеру, що в кінцевому підсумку призводить до зменшення обсягів виробництва, зниження попиту на виготовлену продукцію, що спричиняє порушення стійкого функціонування підприємства, результатом чого може бути зниження норми прибутку, неплатоспроможність та банкрутство. А тому потрібно вирішення проблеми адекватного реагування виробничо-економічної системи з метою пом'якшення негативного впливу різноманітних перешкод. Актуальним напрямом вирішення цієї проблеми є розробка на основі інструментарію економіко-математичного моделювання ефективної системи кількісного оцінювання рівня економічної стійкості в динаміці.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Різні аспекти проблеми забезпечення економічної стійкості суб’єктів господарювання знайшли відображення в працях багатьох дослідників. Зокрема, С. Рубанов та А. Воронов оцінку стійкості пропонують проводити в розрізі динамічних рядів значень визначених показників, за якими визначається кількість приростів обраних показників, але не здійснюється дослідження їх взаємозв’язку. А. І. Хорев, А. Н. Полозова, Н. В. Фролова запропонували підхід, який визначає тільки характер економічного розвитку підприємства, а не рівень його стійкості. У працях [1, 2, 5] пропонується оцінка динаміки стану економічних систем, однак не досліджується така їх системна характеристика, як стійкість. Отже, незважаючи на появу багатьох досліджень, оцінка стійкості в динаміці є ще недостатньо вивченою.

Мета і завдання дослідження. Метою дослідження є теоретичне обґрунтування та розробка алгоритму оцінки “глибини довгострокової пам’яті” часового ряду економічної стійкості з метою визначення трендостійкості, що характеризує зміну досліджуваної системної характеристики в часі, тим самим підтверджуючи (спростовуючи) достовірність отриманого значення інтегрального показника стійкості.

Виклад основного матеріалу. Фінансово-економічні показники функціонування промислових підприємств у динаміці в умовах ринкової економіки, часто характеризуються нелінійною поведінкою. Тому одним із підходів моделювання такої поведінки, що, зокрема, характеризує стійкість, є застосування принципів і методів нелінійного та фрактального аналізу, метою якого є вияв у часовому ряді довготермінової пам’яті, оцінка її глибини, а також розрахунок значення показника Херста. Крім цього, ця методика передбачає визначення такої характеристики, як трендостійкість або, навпаки, такої властивості, як “повернення до середнього частіше, ніж у випадковій поведінці часового ряду” [1], а також вияв квазіциклів.

Основним інструментарієм фрактального аналізу часових рядів є алгоритм послідовного *R/S*-аналізу [4]. Робота цього алгоритму для часового ряду економічної стійкості реалізується так:

1. Задається цілочисельне значення величини кроку $\Delta \geq 1$ і формується послідовність значень довжини відрізків, на які розбивається часовий ряд економічної стійкості для кожної фіксованої довжини:

n1, n2, ..., nk, ..., nl (1)

де $n_{k+1} = n_k + \Delta,\ \overline{1, l-1}$, і максимальне значення індексу *l* визначається нерівністю

$$n_l \leq \left[\frac{m}{2}\right].$$

Наступні кроки виконуються послідовно відповідно до зростання індексу $k = 1,2, ..., l$.

2. Для кожного наступного значення індексу k часовий ряд економічної стійкості Z, що розглядається, розбивається на $r_k = \left[\frac{m}{n_k}\right]$ відрізків $Z^t = \langle z_j^t \rangle$, $j = 1,2,...,n$, $t = 1,2,...,r_k$, де для t відрізок Z^t_k визначається своїм першим елементом z^t_1, який у вихідному часовому ряді стійкості Z пронумерований індексом $i = i_t = (t - 1) \cdot n_k + 1$. Зауважимо, що в процесі розбиття часового ряду стійкості на вказані відрізки може утворитися залишок, довжина якого менше n_k. Цей залишок надалі не враховується відповідно до [4]. Для кожного відрізку Z^t_k розраховується середнє значення $z_t = \frac{1}{m_k}\sum_{j=1}^{n_k} z_j^t$, $t = \overline{1, r_k}$.

3. Для кожного відрізку Z^t_k, $t = \overline{1, r_k}$ при фіксованому $k \in \{1,2,...,l\}$ розраховується ряд накопичених відхилень $X_{k,q}^t = \sum_{i=1}^{q}(z_j^t - z^t)$, $q = \overline{3, n_k}$, на основі яких знаходиться значення розмаху

$$R_k^t = \max_{1\le q\le n_k} X_{k,q}^t - \min_{1\le q\le n_k} X_{k,q}^t \qquad (2)$$

для кожного $t = \overline{1, r_k}$.

4. При фіксованому k для відрізку Z_k^t розраховуємо його стандартне відхилення

$$S_k^t = \left(\frac{1}{n_k}\sum_{j=1}^{n_k}(z_j^t - z^t)^2\right)^{0,5}$$

і нормуємо значення розмаху:

$$\left(\frac{R}{S}\right)_k^t = \left(\frac{R_k^t}{S_k^t}\right), t = \overline{1, r_k}, 1 \le k \le l \qquad (3)$$

Для кожного фіксованого k розраховуємо середнє значення нормованих розмахів:

$$\left(\frac{R}{S}\right)_k = \frac{1}{r_k}\sum_{t=1}^{r_k}\left(\frac{R}{S}\right)_k^t, \ 1 \le k \le l \qquad (4)$$

На основі отриманих середніх значень (4) для кожного $k = 1,2,..,l$ розраховуємо для часового ряду економічної стійкості логарифмічні координати (абсцису і ординату) точок, що відображають проміжні результати роботи алгоритму нормованого розмаху Херста:

$$x_k = \lg n_k, \quad y_k = \lg\left(\frac{R}{S}\right)_k, \quad k = \overline{1, l} \qquad (5)$$

Використовуючи метод найменших квадратів для множини точок з координатами (x_k, y_k), $K = 1,2, .., l$ типу (5), будуємо графік лінійної регресії. Нахил отриманої лінії регресії до вісі абсцис дозволяє отримати оцінку показника Херста (H) для часового ряду економічної стійкості Z. Числове значення отриманої оцінки розраховується як тангенс кута нахилу отриманої прямої.

Зауважимо, що отримана оцінка показника Херста відображає середнє (для часового ряду економічної стійкості Z в цілому) значення цього показника.

Якщо досліджуваний часовий ряд Z має властивість циклічності, то йому властива довгострокова пам’ять, внаслідок чого деяка кількість початкових точок отриманої траєкторії нормованого розмаху утворюють чітко виражений лінійний тренд. При деякому значенні $k = k_0$ траєкторія нормованого розмаху досить різко змінює свій нахил, тобто в точці (x_{k_0}, y_{k_0}) траєкторія отримує значний за абсолютною величиною негативний приріст $\sigma_k = y_{k+1} - y_k$. Появу цього нахилу називають зміною тренду, маючи на увазі, що в точці k_0 ефект “довгострокової пам’яті про початок часового ряду” дисипатує [3]. Тобто зміна тренду свідчить про втрату пам’яті про початкові умови, а також повідомляє про закінчення циклу або квазіциклу, який спостерігається в початковому відрізку часового ряду.

Однак у загальному випадку описаний вище класичний алгоритм нормованого розмаху Херста не завжди є достатнім для цілей фрактального аналізу економічних рядів економічної стійкості. Тому, пропонуємо новий алгоритм фрактального аналізу часового ряду стійкості, що володіє довгостроковою пам’яттю.

Ідея підходу, що пропонується в нашому науковому дослідженні, ґрунтується на встановленому Херстом достовірному факті, що більшість природних систем не є випадковими, тобто часовий ряд у такої системи не являє собою у “чистому вигляді” випадкову величину, ймовірність розподілу якої підпорядковується нормальному, рівномірному або іншому відомому закону. Такі ряди наділені ефектом пам’яті і їх прийнято називати персистентними або трендостійкими [4]. Якщо в такому ряді протягом певного (обмеженого) періоду має місце зростання (спадання), то, ймовірно, досліджувана (аналізована) економічна система буде зберігати цю тенденцію деяку кількість кроків і в майбутньому. Вказана трендостійкість у деякому розумінні протилежна короткостроковій “марківській” пам’яті і ми говоримо про часовий ряд з пам’яттю, в якому давніші події мають відчутний вплив. Де ми знаходимося тепер, визначається тим, яка послідовність подій цьому передувала. Із збільшенням довжини цієї послідовності сила вказаного впливу слабшає і можна говорити про “глибину пам’яті”. В термінах нелінійної динаміки систем замість терміна "глибина пам'яті" використовується термін "глибина циклу", що означає тривалість, після закінчення якої втрачається пам'ять про початкові умови цього циклу [1].

Херст показав, що більшість природних явищ слідують "зміщеному випадковому блуканню" – тренду з шумом. Сила тренду і рівень шуму можуть бути оцінені тим, як міняється нормований розмах в часі, або, іншими словами, на скільки величина *H* перевищує 0,5. Зауважимо, що колір шуму є однією із основних фрактальних характеристик часового ряду. Значення $H > 0{,}6$ визначають чорний колір шуму. Чим більше значення *H* в діапазоні [0,6; 1], тим більша трендостійкість властива відрізку часового ряду. Значення *H* в діапазоні $0{,}4 < H < 0{,}6$ визначають окіл білого шуму, який відповідає хаотичній поведінці часового ряду і, відповідно, найменшій надійності прогнозу. Значення *H* в околі $\approx 0{,}3 \pm 0{,}1$ визначають перебування відповідного часового відрізку в області рожевого шуму. Рожевий шум говорить про притаманність відрізку часового ряду властивості антиперсистентності, тобто має місце випадок, який означає, що часовий ряд "реверсує частіше, ніж випадковий" [4]. Також виділяють ще сірий шум, який відповідає області нечіткого розмежування між областями чорного і білого шумів.

Основою для твердження того, що часовий ряд *Z* характеризується довготерміновою пам'яттю, є виконання такої умови: його *H*-траєкторія через декілька своїх початкових точок опиняється в області чорного шуму, а для його *R/S*-траєкторії ці точки входження в чорний шум демонструють собою наявність тренду. Глибину "пам'яті про початок ряду" визначає такий номер $\tau = l$, для якого виконується така умова: в точці *l* *H*-траєкторія, перебуваючи в точці чорного шуму, отримує негативний приріст, а *R/S*-траєкторія в цій точці демонструє так званий "зрив з тренду" [4]. При цьому, якщо "зрив" відбувся, то *R/S*-траєкторія до цього тренду не повертається.

Пропонується використати такий алгоритм оцінки "глибини довгострокової пам'яті" [2] всього часового ряду економічної стійкості і представити її у вигляді нечіткої множини, що складається із трьох кроків:

Крок 1. Формування на базі часового ряду економічної стійкості *Z* сімейства $S(Z) = \{Z^r\},\ Z^r = \langle z_i^r \rangle,\ i = 1,2,\ldots,n_r,\ r = 1,2,\ldots,m$, що складається із *m* часових рядів Z^r, де через індекс *i* позначені елементи r-го ряду, що отримується із $(r-1)$-го часового ряду Z^{r-1} шляхом видалення його першого елементу z_1^{r-1}. Тут *m* визначається як найбільше значення індексу *r* таке, що ряд $Z^m = \langle z_i^m \rangle,\ i = 1,2,\ldots,n_m$ ще має точку заміни тренду в його *R/S*-траєкторії; вихідний часовий ряд *Z* також належить сімейству *S(Z)*, в якому йому присвоєне значення індексу $r = 1$.

Крок 2. Здійснюється послідовний *R/S*-аналіз часових рядів економічної стійкості із сімейства *S(Z)*. Результатом другого кроку є отримання даних для формування нечіткої множини значень глибини пам’яті часового ряду. Розглянемо це детальніше.

Нехай для кожного часового ряду економічної стійкості $Z^r = \left(z_i^r\right), i = 1,2,...,n_r, r = \overline{1,m}$ в результаті застосування до нього алгоритму послідовного *R/S*-аналізу побудовані *R/S*-траєкторія і *H*-траєкторія, що визначають собою номер точки l_r, в якій відбулася зміна тренду, тобто l_r – це номер $i = l_r$ першої за порядком точки, що знаходиться “вище” зони білого шуму, в якій *H*-траєкторія отримала негативний приріст, а *R/S*-траєкторія змінила тренд.

Введемо такі позначення: *N(l)* – кількість всіх часових рядів стійкості Z^r із сімейства *S(Z)*, у кожного з яких номер точки зміни тренду l_r дорівнює числу *l*; $l^0 = \min\limits_{1 \le r \le m} l_r$; $L^0 = \max\limits_{1 \le r \le m} l_r$; $m = \sum\limits_{l=l^0}^{L^0} N(l)$; $d(l) = \frac{N(l)}{m}$ – частка таких рядів в сімействі *S(Z)*, в кожного з яких втрата пам’яті відбулася на глибині *l*; *L(Z) = {l}* – множина значень номерів точок зміни тренду в рядах із сімейства *S(Z)*; *L(Z) = {(l, μ(l)}*, *l* ∈ *L(Z)* – нечітка множина “глибини пам’яті” для часового ряду *Z* в цілому, *μ(l)*– це функція належності “глибини *l*” нечіткій множині *L(Z)* [5]. Значення *μ(l)* пропорційні числам *d(l)*, *l* ∈ *L(Z)*, на виході кроку 2 вони отримуються шляхом спеціального нормування значень часток *d(l)* так, що *μ(l) < 1* для будь-якого *l* ∈ *L(Z)*.

Спочатку із множини *L(Z)* вибирається максимальний елемент l^*, який визначається з рівності $d(l^*) = \max\limits_{l \in L(\tilde{Z})} d(l)$. Після цього експериментальним шляхом визначається значення *μ(l)* функції належності елемента l^* множині *L(Z)*. Далі для інших елементів *l* ∈ *L(Z)* обчислюють значення функції належності за допомогою формули

$$\mu(l) = \frac{d(l)}{d(l^*)} \cdot \mu(l^*) \quad . (6)$$

Крок 3. Шляхом попарного об’єднання елементів *N(l)* та *μ(l)* формується нечітка множина “глибини пам’яті” часового ряду економічної стійкості в цілому. Далі з сформованої множини отримуємо величину *l*, яка свідчить про трендостійкість.

Термін “трендостійкість” має одночасно якісну природу і кількісні оцінки. Останні представлені двома показниками – глибина пам’яті та показник Херста. Здійснивши аналіз багатьох досліджень та експериментальних розрахунків, проведених різними авторами на базі *R/S*-аналізу природних і економічних часових рядів, автор книги [4] формулює такий висновок: “Трендостійкість поведінки (часового ряду), або сила персистентності, збільшується при наближені *H* до 1, або 100% (довгострокової) кореляції. Чим ближче *H* до 0,5, тим більше зашумлений ряд і тим менше виражений його тренд”. Стосовно терміна “глибина пам’яті” тут також стверджується, “… що в будь-якій нелінійній системі, в її русі завжди існує точка, де втрачається пам'ять про початкові умови. Ця точка "втрати" аналогічна (тобто відповідає) кінцю нормального періоду системи". Уточнимо, що під терміном "період системи" розуміється цикл, що спостерігається в її траєкторії, тобто в часовому ряді.

Один із емпіричних результатів, отриманий на базі послідовного *R/S*-аналізу часових рядів, який включає циклічну компоненту, можна символічно представити так *ГП=Ц+Л*, де *ГП* – глибина пам'яті, *Ц* – довжина циклу, *Л* – лаг, тобто кількість рівнів, протягом яких дисипується пам'ять про вичерпність циклу [4].

Таким чином, такі числові характеристики трендостійкості часового ряду стійкості $Z = \langle z_i \rangle, i = \overline{1,n}$ як глибина його пам'яті $L(Z) = \{(l, \mu(l)\}$ і показник Херста $H = H(Z)$ являють собою максимізовані показники щодо яких прагнуть, щоб вони мали максимально можливі значення. Це означає, що для пари порівнюваних часових рядів Z' і Z'' той часовий ряд краще з точки зору трендостійкості, для якого значення $L(Z)$ і $H(Z)$ є більшим. При цьому ми зіштовхуємося з нетривіальною методичною та методологічною проблемою порівняння показника $L(Z)$, який не є звичайним числом, а є множиною (нечіткою множиною).

Висновки. На підґрунті використання інструментарію фрактального аналізу нами запропоновано концептуальні положення та відповідний алгоритм оцінки "глибини довгострокової пам'яті" часового ряду економічної стійкості з метою визначення трендостійкості, що характеризує зміну досліджуваної системної характеристики в часі, тим самим підтверджуючи (спростовуючи) достовірність отриманого значення інтегрального показника стійкості. Крім того, зазначимо, якщо часовий ряд є трендостійким, то тенденція, яка намітилася, збережеться ще протягом певного періоду часу в майбутньому.

Література:

1. Максишко Н. К., Перепелица В. А. Анализ и прогнозирование эволюции экономических систем: Монография. – Запорожье: Полиграф, 2006. – 235 с.

2. Перепелица В. А., Попова Е. В., Янгишиева А. М., Леншова Т. М. Предпрогнозный анализ объемов стока горных рек, как елемент экономической безопасности региона // Весник ВГУ, серия: Экономика и управление. – 2005. – №1. – С. 168-176.

3. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. – М. : Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.

4. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М. : Мир, 2000. – 333 с.

5. Ярушкина Н. Г. Основы теории нечетких и гибридных систем: Учеб. пособие. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 320 с.