

УДК 330.4, 519.86

Григорків В. С.,*доктор фізико-математичного наук, професор, завідувач кафедри економіко-математичного моделювання Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича,***Вінничук І. С.,***асистент кафедри економіко-математичного моделювання Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича*

НАЙПРОСТІШІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІКИ У ВИПАДКУ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТІНЬОВОГО СЕКТОРА

У статті запропоновано математичні моделі економіки у випадку функціонування легального та тіньового секторів. Ці моделі дозволяють визначити динаміку заощаджень економічно активних груп населення та цін на тіньову і легальну продукцію.

Ключові слова: *тіньова економіка, економічна структура суспільства, заощадження, ціна.*

В статті предложено математические модели экономики в случае функционирования легального и теневого секторов. Эти модели позволяют определять динамику накопленных экономически активных групп населения и цен на теневую и легальную продукцию.

Ключевые слова: *теневая экономика, экономическая структура общества, сбережения, цена.*

The mathematical models of the economy taking into account shadow economy sector are built. These models allow us to determine the dynamics of the savings of economically active population. It allows us also to determine prices on the shadow and legal products.

Keywords: *shadow economy, the economic structure of society, savings, price.*

Постановка проблеми. Сучасний економічний стан нашої країни засвідчує наявність багатьох негативних явищ, серед яких найбільш кричущими є корупція, хабарництво, розширення тіньової економіки [1-3]. За даними Державної податкової служби України, в тіньовому секторі економіки приховується 350 млрд грн, що на 18 млрд грн більше, ніж вся доходна частина державного бюджету. Половина цих коштів припадає на тіньові зарплати, а третина – це кошти, які платники податків переводять у готівку за допомогою тіньових схем або виводять за кордон [4]. Тому питання визначення чинників тінізації економіки та пошук шляхів детінізації економіки на сьогодні є актуальними.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблеми тінізації економіки розглянуті в працях зарубіжних та вітчизняних вчених. Серед зарубіжних вчених відзначимо роботи К. Харта, П. Гутманна, Е. де Сото, Ф. Шнайдера, І. Масакової, І. Єлісеєвої, Е. Файге, Н. Бокуна, серед вітчизняних – В. Антипова, В. Мандибури, О. Турчинова, Ю. Харазішвілі, З. Варналія, І. Мазур. Проте невирішеним залишається питання визначення впливу тіньової економіки на активних учасників економіки, зокрема на найманих працівників та підприємців, а також питання взаємодії легальної і тіньової економік на рівні економічної структури суспільства.

Мета і завдання дослідження. Метою цього дослідження є вивчення процесів взаємодії тіньової та легальної економік з урахуванням економічної структури суспільства. Реалізація вказаної мети передбачає побудову у просторі показників економічної структури суспільства математичних моделей економіки у випадку функціонування тіньового сектора.

Виклад основного матеріалу. Спочатку запропонуємо одну з найпростіших моделей функціонування легальної та тіньової економік, пов'язану з так званою "економічною структурою суспільства", під якою розуміється розподіл громадян, їх сімей тощо за ліквідними нагромадженнями (заощадженнями) у грошах і цінних паперах, що швидко конвертуються у гроші. У найпростішому випадку можна розглядати агреговану економіку, яка виробляє єдиний агрегований суспільний продукт, до якого має безпосередній стосунок та суспільна група людей, яка володіє засобами виробництва й організовує його, та суспільна група людей, яка своєю працею виробляє агрегований продукт.

Інакше кажучи, розглянемо суспільні групи власників капіталу та реальних працівників (робітників). При цьому будемо вважати, що кількості робітників і власників відповідно дорівнюють n_1 та n_2 . Тінізація економіки означає, що як власники, так і робітники одночасно можуть бути задіяні як у легальному, так і в тіньовому секторі економіки, хоча можуть бути інші варіанти представництва робітників і власників у процесах взаємодії легальної та тіньової економік. Будемо вважати, що члени кожної групи мають рівні у межах своєї групи капітали (заощадження) x_i ($i = 1, 2$), які звичайно залежать від попиту та пропозиції агрегованої продукції (товару) на ринку.

Попит окремого покупця описується функцією попиту, що залежить від його фінансових можливостей, які, своєю чергою, визначаються його заощадженнями та ціною.

Якщо p – ціна, то $m = \frac{x}{p}$ – купівельна спроможність покупця, а $G = G(m) = G\left(\frac{x}{p}\right)$ – залежність обсягу

попиту від $m = \frac{x}{p}$, тобто функція попиту.

Зазначимо, що функція попиту може бути побудована неоднозначно та належати різним класам функцій, що пов'язано не тільки зі змістом тієї чи іншої задачі, але й із вибраною концепцією її побудови. Для задач, сформульованих у цій роботі, можна вибрати, наприклад, уже апробовану на практиці [5] функцію попиту

$$G(\mu) = G_1 \cdot \left[\frac{\mu}{\mu + \mu_1} + \varepsilon_1 \mu \right] + \theta(\mu - \mu_{\min}) \cdot G_2 \cdot \left[\frac{\mu - \mu_{\min}}{(\mu - \mu_{\min}) + \mu_2} + \varepsilon_2 (\mu - \mu_{\min}) \right] \quad (1)$$

де G_1 – прожитковий мінімум; μ_1 – купівельна спроможність, яка забезпечує “кошик продовольчих товарів” (витрати на харчування у країнах з перехідною економікою становлять майже половину всіх витрат, тобто

$$G_1 \cdot \left[\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_1} + \varepsilon_1 \mu_1 \right] \approx \frac{G_1}{2});$$

ε_1 – параметр, що описує наявність однотипних товарів, які відрізняються за ціною і якістю (оскільки цей параметр малий, то при невеликих значеннях μ він мало впливає на вигляд функції (1);

$$\theta(\mu - \mu_{\min}) = \begin{cases} 0, & \mu \leq \mu_{\min}, \\ 1, & \mu > \mu_{\min}; \end{cases}$$

μ_{\min} – значення купівельної спроможності, яке розділяє споживання товарів першої категорії (першої необхідності) та товарів другої категорії; G_2 – рівень життя забезпечених людей; μ_2 – купівельна спроможність, що характеризує поведінку людей середнього класу, яка полягає у тому, що вони користуються товарами другої категорії середнього рівня якості і не ведуть себе як так звана “еліта” (при μ_2 обсяг споживання товарів другої категорії $\approx \frac{1}{2} G_2$);

ε_2 – малий параметр, що мало впливає на вигляд функції (1) і відображає заміщення аналогічних товарів довготермінового використання на дорожчі у випадку зростання купівельної спроможності.

Пропозиція випуску агрегованого продукту залежить від капіталозабезпечення робочого місця (одиниці робочої сили, одного робітника) або від виробничої потужності в розрахунку на одне робоче місце. Якщо, для прикладу, у виробництві агрегованого продукту беруть участь n працівників, а $m = \frac{x}{p}$ – фінансова спроможність виробництва,

то $\frac{\mu}{n}$ – питома виробнича потужність, а $F = F\left(\frac{\mu}{n}\right)$ – виробнича функція або функція випуску продукції, тобто кількість одиниць продукції, що припадає на одного робітника за одиницю часу. Специфікація функції $F = F\left(\frac{\mu}{n}\right)$ може бути вибрана також у різних варіантах, однак у кожному випадку ця функція

повинна відображати принципові закономірності виробництва. Оскільки аргументом функції

$F = F\left(\frac{\mu}{n}\right)$ є виробнича потужність у розрахунку на одиницю робочої сили, то логічним є вибір такої функції, яка характеризує уповільнення виробленого одним працівником обсягу продукції при зростанні виробничої потужності та має цілком обґрунтовану верхню межу. До такого класу функцій належить зокрема функція

$$F = F\left(\frac{\mu}{n}\right) = \begin{cases} \frac{\mu}{n}, & \frac{\mu}{n} < F_{\max}, \\ F_{\max}, & \frac{\mu}{n} \geq F_{\max}. \end{cases} \quad (2)$$

Величина F_{\max} у функції (2) і є тією верхньою межею виробленої кількості продукції, яка залежить від рівня технологій, організації виробничого процесу та інших важливих чинників.

Для того, щоб побудувати модель економіки у випадку функціонування легального (L) та тіньового (S) сектора, будемо припускати, що робітники як споживачі витрачають частку α_1 своїх заощаджень на споживання продукції легального сектора економіки і частку β_1 ($\alpha_1 + \beta_1 \leq 1$) – на споживання продукції тіньового сектора економіки. Аналогічно власники підприємств витрачають частку α_2 і β_2 своїх заощаджень відповідно на споживання продукції легального та тіньового секторів. Однак, крім споживання, власники витрачають частку δ_2 своїх заощаджень на виробничі потреби у легальному і частку γ_2 – у тіньовому (нелегальному) секторі ($\alpha_1 + \beta_1 + \delta_2 + \gamma_2 \leq 1$). Будемо також вважати, що p_L – ціна продукції сектора L, p_S – ціна продукції сектора S. Отже, якщо припустити, що всі власники (n_2) і всі робітники (n_1) одночасно задіяні в обох секторах (L і S), то кількість продукції, що виробляється одним робітником

у легальному секторі, визначається величиною $F\left(\frac{n_2 \delta_2 x_2}{n_1 p_L}\right)$, а кількість продукції, що виробляється одним робітником у тіньовому секторі – величиною $F\left(\frac{n_2 \gamma_2 x_2}{n_1 p_S}\right)$.

Частки виробничих витрат на одиницю продукції у секторах L і S відповідно позначимо λ_L і λ_S . При побудові рівняння динаміки заощаджень власника потрібно також врахувати, що у легальному секторі L власник сплачує податок на фонд заробітної плати (ставка k_L^*) та додану вартість (ставка k_L^{**}), а у тіньовому секторі S (припустимо, що податки аналогічні, хоча мають різне призначення) – податок на фонд тіньової заробітної плати (ставка k_S^*) та тіньову додану вартість (ставка k_S^{**}). Робітники отримують легальну зарплату у натуральних одиницях, а саме r_L одиниць у секторі L та r_S одиниць у секторі S. При цьому податок з легальної зарплати чи легального доходу становить k_L відсотків, а з тіньової – k_S відсотків (k_L та k_S – ставки податку на дохід).

Перейдемо до формування основних співвідношень моделі. Швидкість зміни заощаджень робітників пропорційна різниці між їх загальним доходом, складеним із легальної та тіньової зарплат, зменшених на величини податків на дохід, та загальними витратами, складеними із видатків на споживання легальної і тіньової продукції, тобто

$$\frac{dx_1}{dt} = p_L \left[r_L (1 - k_L) - G\left(\frac{\alpha_1 x_1}{p_L}\right) \right] + p_S \left[r_S (1 - k_S) - G\left(\frac{\beta_1 x_1}{p_S}\right) \right]. \quad (3)$$

Очевидно, рівняння (3) можна записати у вигляді

$$\frac{dx_1}{dt} = p_L r_L (1 - k_L) + p_S r_S (1 - k_S) - p_L G\left(\frac{\alpha_1 x_1}{p_L}\right) - p_S G\left(\frac{\beta_1 x_1}{p_S}\right).$$

Динаміка заощаджень власників залежить від різниці між їх сумарними доходами від збуту легальної та тіньової продукції, зменшеними на величини відповідних податків на дохід, та сумарними видатками на зарплату робітників, виробничі потреби та оподаткування у секторах L і S:

$$\begin{aligned} \frac{dx_2}{dt} = & \frac{p_L}{n_2} (1 - k_L) \sum_{i=1}^2 n_i G\left(\frac{\alpha_i x_i}{p_L}\right) + \frac{p_S}{n_2} (1 - k_S) \sum_{i=1}^2 n_i G\left(\frac{\beta_i x_i}{p_S}\right) - p_L G\left(\frac{\alpha_2 x_2}{p_L}\right) - \\ & - p_S G\left(\frac{\beta_2 x_2}{p_S}\right) - \frac{p_L}{n_2} \left[n_1 r_L (1 + k_L^*) + n_1 (\lambda_L + k_L^{**}) F\left(\frac{n_2 \delta_2 x_2}{n_1 p_L}\right) \right] - \end{aligned} \quad (4)$$

Пояснимо більш детально складові правої частини рівняння (4). Очевидно, перший доданок зліва є сумарним доходом від реалізації легальної продукції (у грошових одиницях), зменшеним на величину податку на дохід. При цьому цей доданок містить також ту частину доходу власника, яку він фактично реалізує сам собі. Аналогічний зміст має і другий доданок, але він належить до тіньового сектора. Третій і четвертий доданки взяті із знаком “–”, оскільки вони є витратами (у вартісному вимірі) окремого власника на споживання продукції легального та тіньового секторів відповідно. П’ятий і шостий доданки є витратами (перед ними стоїть знак “–”), пов’язаними безпосередньо з виробництвом (витратами на фонд заробітної плати, безпосередньо виробничими витратами та витратами на оподаткування доданої вартості). При цьому у квадратних дужках вказані сумарні витрати, тобто витрати усіх власників (у натуральних одиницях). Розділивши ці витрати на кількість власників і помноживши на відповідні ціни, отримуємо відповідні питомі витрати, тобто витрати у розрахунку на одного власника, але уже у грошових одиницях.

Не тільки заощадження x_1 , x_2 , але й ціни p_L , p_S є динамічними змінними. Швидкість зміни ціни легальної продукції пропорційна різниці між загальним попитом і загальною пропозицією цієї продукції на ринку, тому рівняння для ціни p_L має вигляд:

$$\frac{dp_L}{dt} = v_L \left[\sum_{i=1}^2 n_i G \left(\frac{\alpha_i x_i}{p_L} \right) - n_1 F \left(\frac{n_2 \delta_2 x_2}{n_1 p_L} \right) \right], \quad (5)$$

де v_L – коефіцієнт інерційності легального ринку.

Аналогічно швидкість зміни ціни тіньової продукції пропорційна різниці між загальним попитом і загальною пропозицією тіньової продукції на ринку, тобто

$$\frac{dp_S}{dt} = v_S \left[\sum_{i=1}^2 n_i G \left(\frac{\beta_i x_i}{p_S} \right) - n_1 F \left(\frac{n_2 \gamma_2 x_2}{n_1 p_S} \right) \right], \quad (6)$$

де v_S – коефіцієнт інерційності тіньового ринку.

Доповнивши систему диференціальних рівнянь (3) – (6) початковими умовами (умовами Коші), наприклад у момент $t=0$, тобто умовами

$$x_1(0) = x_1^{(0)}, \quad x_2(0) = x_2^{(0)}, \quad p_L(0) = p_L^{(0)}, \quad p_S(0) = p_S^{(0)} \quad (7)$$

одержимо співвідношення (3) – (7), які формалізують у системі економічних показників $\{x_1, x_2, p_L, p_S\}$ модель економіки у випадку функціонування тіньового сектора.

Зауважимо, що легальний та тіньовий ринки тут розглядаються окремо, тому ціни різні на один і той самий товар. Якщо у цій моделі зробити припущення про один ринок, тобто про однакові ціни на агреговану продукцію, яка незалежно від того вироблена у легальному чи тіньовому секторах легалізується на спільному ринку, то матимемо ще один варіант моделі, яка описує тіньові процеси в економіці.

Отже, нехай $p_L = p_S = p^*$. Тоді рівняння (3) і (4) трансформуються відповідно у рівняння

$$\begin{aligned} \frac{dx_2}{dt} &= \frac{p^*}{n_2} \left\{ (1-k_L) \sum_{i=1}^2 n_i G \left(\frac{\alpha_i x_i}{p^*} \right) + (1-k_S) \sum_{i=1}^2 n_i G \left(\frac{\beta_i x_i}{p^*} \right) - \right. \\ \frac{dx_1}{dt} &= p^* \left[r_L (1-k_L) + r_S (1-k_S) - G \left(\frac{\alpha_1 x_1}{p^*} \right) - G \left(\frac{\beta_1 x_1}{p^*} \right) \right], \\ &- \left[n_1 r_L (1+k_L^*) + n_1 (\lambda_L + k_L^{**}) F \left(\frac{n_2 \delta_2 x_2}{n_1 p^*} \right) \right] - \\ &- \left[n_1 r_S (1+k_S^*) + n_1 (\lambda_S + k_S^{**}) F \left(\frac{n_2 \gamma_2 x_2}{n_1 p^*} \right) \right] - G \left(\frac{\alpha_2 x_2}{p^*} \right) - G \left(\frac{\beta_2 x_2}{p^*} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Динаміка ціни p^* буде залежати від різниці між сумарним попитом та сумарною пропозицією всієї (легальної та тіньової) продукції на спільному ринку, тобто:

$$\begin{aligned} \frac{dp^*}{dt} &= v^* \left\{ \sum_{i=1}^2 n_i \cdot \left[G \left(\frac{\alpha_i x_i}{p^*} \right) + G \left(\frac{\beta_i x_i}{p^*} \right) \right] - \right. \\ &- \left. n_1 \left[F \left(\frac{n_2 \delta_2 x_2}{n_1 p^*} \right) + F \left(\frac{n_2 \gamma_2 x_2}{n_1 p^*} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

де v^* – коефіцієнт інерційності єдиного ринку як для легальної, так і для тіньової продукції.

Зміняться також початкові умови. Вони набудуть вигляду:

$$x_1(0) = x_1^{(0)}, \quad x_2(0) = x_2^{(0)}, \quad p^*(0) = p^{*(0)} \quad (11)$$

Співвідношення (8) – (11) описують у системі економічних показників $\{x_1, x_2, p^*\}$ модель економіки з урахуванням тіньового сектора при наявності спільного ринку продукції.

Висновки. У запропонованих вище моделях функціонування тіньової та легальної формуються 2 групи населення: працівники та робітники, які здійснюють діяльність як у легальному, так і в тіньовому секторах. Моделі формалізують зміну в часі грошових заощаджень кожної групи населення, а також цін на агреговану продукцію як у випадку окремих ринків продукції, так і у випадку єдиного ринку як для легальної, так і тіньової продукції. Застосування цих моделей спрямоване на вдосконалення методики дослідження зв'язку динаміки заощаджень та цін за умов існування тіньової економіки.

Література:

1. Чернявский С. Н. Теневая экономика в Украине [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://masters.donntu.edu.ua/publ2002/fem/chernyavsky.pdf>.
2. Ечмаков К. М. Теневая экономика: анализ и моделирование / К. М. Ечмаков. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 408 с.
3. Латов Ю. В. Экономика вне закона : очерки по теории и истории теневой экономики / Ю. В. Латов. – М. : Моск. общ. науч. фонд, 2001. – 281 с.
4. Соломко И. Кормильцы наши / И. Соломко // Корреспондент. – 2012. – № 35. – С. 18-22.
5. Чернавский Д. С. О проблемах физической экономики / Д. С. Чернавский, Н. И. Старков, А. В. Щербаков // УФН. – 2002. – Том 172. – № 9. – С. 1045-1066.