

**Хохлов В. Ю.,**

кандидат технічних наук, менеджер з міжнародного маркетингу, *Global Spirits*

## ОПЦІОННІ СТРАТЕГІЇ ХЕДЖУВАННЯ

*Стаття присвячена опціонним стратегіям хеджування. Проаналізовано недоліки дельта-нейтральної стратегії, яка широко використовується на практиці. Запропоновані моделі та виведені формули для більш складних стратегій – дельта-гамма, дельта-тета, дельта-вега. Усі ці стратегії значно покращують якість хеджування. Хоча теоретично дельта-вега стратегія є найбільш цікавою, на практиці різниця між дельта-вега та дельта-гамма стратегіями є незначною, тому обидві можна рекомендувати до застосування.*

**Ключові слова:** опціони, управління ризиками, хеджування, дельта-нейтральна стратегія.

*Статья посвящена опционным стратегиям хеджирования. Проанализированы недостатки дельта-нейтральной стратегии, которая широко используется на практике. Предложены модели и выведены формулы для более сложных стратегий – дельта-гамма, дельта-тета, дельта-вега. Все эти стратегии значительно улучшают качество хеджирования. Хотя теоретически дельта-вега стратегия является наиболее интересной, на практике разница между дельта-вега и дельта-гамма стратегиями незначительна, поэтому обе можно рекомендовать к использованию.*

**Ключевые слова:** опционы, управление рисками, хеджирование, дельта-нейтральная стратегия.

*In this article we discuss the option hedging strategies. We analyze the widely used delta-neutral hedging and show its disadvantages. To overcome them, we develop more sophisticated models, such as delta-gamma, delta-theta and delta-vega strategies, which allow increasing the quality of hedging a good deal. Although the delta-vega strategy is theoretically the most promising, we do not observe much difference with the delta-gamma hedging on practice, hence both strategies can be recommended.*

**Keywords:** options, risk management, hedging, delta-neutral strategy.

**Постановка проблеми.** Розвиток фондового ринку, поява нових інструментів та останні фінансові кризи призвели до значного підвищення уваги до управління фінансовими ризиками. Одним із основних інструментів ризик-менеджменту є використання похідних інструментів, зокрема опціонів. Розробка опціонних стратегій хеджування, порівняння їх властивостей та визначення доцільності використання за тих чи інших умов є актуальною темою сучасних фінансів.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Однією з найбільш ґрунтовних праць з теми ризик-менеджменту є дослідження Джоріона [1], яке використовується Американською асоціацією ризик-менеджменту як базовий підручник. Автор детально розглядає питання управління ризиками, торкається теми хеджування на прикладі дельта-нейтральної стратегії, але не розвиває її. Більш детально ця стратегія хеджування викладена у фундаментальній книзі Халла [2], у якій автор досліджує не тільки дельта-нейтральну стратегію, а й опис більш складних стратегій, які включають використання двох змінних. Але, на жаль, автор не наводить формул та моделей по цих стратегіях. Використання дельта-нейтральної стратегії у контексті управління портфелем висвітлюється у виданнях провідного світового інституту в інвестиційній галузі, CFA Institute [3]. Іншим важливим напрямком досліджень по темі статті є торгові стратегії з використанням опціонів. Такі стратегії, як спреди, стренгл, стреддл, батерфляй, розглянуті у вказаних вище джерелах [1; 2; 3], а також у роботі Коннолі [4]. З робіт вітчизняних дослідників з цієї теми можна виділити книгу Наймана [5].

**Мета і завдання дослідження.** Метою дослідження є розробка та вивчення властивостей стратегій хеджування портфеля цінних паперів за допомогою опціонів. Завданнями дослідження є: 1) побудувати математичні моделі стратегій хеджування за двома параметрами; 2) вивести формули хеджування за одним чи двома параметрами; 3) дослідити властивості стратегій у статистиці.

**Стратегії статичного хеджування.** Сутність хеджування ризиків полягає у такій побудові портфеля, що його вартість залишається незмінною при зміні тих вхідних параметрів, за якими здійснюється хеджування. Наприклад, для інвестора, який вклав гроші у портфель акцій на Українській біржі (УБ), вхідним параметром може бути значення індексу УБ. Але оскільки опціонів на індекс УБ немає, то розглянемо як вхідний параметр ціну ф'ючерсу на індекс УБ (різниця між ними несуттєва) та опціон на цей ф'ючерс.

Статичне хеджування полягає у тому, що ми створюємо портфель, який хеджує ризики за обраними параметрами на час його створення, та не змінюємо цей портфель у часі. Усі результати стратегій, подані нижче, отримані для портфеля, який було створено 19 березня 2012 року, станом на наступний торговий день, 20 березня 2012 року. При цьому розрахунки проводились по теоретичній ціні УБ при незмінній волатильності.

Дельта-нейтральна стратегія. Дельтою є часткова похідна вартості інструменту чи портфеля з вартості базового активу. Якщо дельта дорівнює нулю, то вартість портфеля не буде залежати від зміни вартості базового активу. Таким чином, до нашого портфеля акцій, який моделюється індексом УБ, додамо опціони таким чином, що сумарна дельта буде дорівнювати нулю:

$$\Delta = \frac{\partial P}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S}(NS + n_1 c_1) = N + n_1 \Delta_1 = 0'$$

де  $P$  – вартість портфеля,  $S$  – вартість базового активу,  $N$  – кількість базових активів у портфелі,  $c_1$  – вартість опціону,  $n_1$  – кількість опціонів у портфелі,  $\Delta$  та  $\Delta_1$  – дельти портфеля й опціону відповідно.

Розв'язавши це рівняння відносно  $n_1$ , ми знайдемо потрібну кількість опціонів:  $n_1 = -N/\Delta_1$ .

Дельта-нейтральна стратегія є найбільш поширеною та популярною через її простоту. Але вона має два суттєві недоліки – по-перше, як перша похідна, дельта добре працює лише при незначних коливаннях ціни базового активу. Коли ця ціна раптово зазнає значної зміни, таке лінійне наближення ціни опціону стає неадекватним і потрібно використовувати похідні більш високих порядків. По-друге, ціна базового активу – головний, але не єдиний чинник, що впливає на ціну опціону. Ігнорування інших суттєвих чинників може призвести до неефективності хеджування. Результати статичного дельта-нейтрального хеджування подані у таблиці 1.

Таблиця 1.  
Результати дельта-нейтральної стратегії хеджування

Зміна ціни	-250	-100	-50	-20	0	20	50	100	250
Ціна ф'ючерса (УХ-6.12)	1137	1287	1337	1367	1387	1407	1437	1487	1637
Ціна опціону (С1500)	1.11	11.11	19.71	26.78	32.38	38.74	49.76	72.21	168.41
Прибуток по ф'ючерсам	-2500	-1000	-500	-200	0	200	500	1000	2500
Прибуток по опціонам	1054	721	434	199	12	-200	-567	-1315	-4520
Результат портфеля	-1446	-279	-66	-1	12	0	-67	-315	-2020

Дельта-гамма стратегія. Ця стратегія вирішує першу з зазначених вище проблем дельта-нейтрального хеджування – лінійність наближення ціни опціону. Гамма є другою похідною вартості інструменту чи портфеля по вартості базового активу, тому хеджування по дельті та гаммі відповідає квадратичному наближенню ціни опціону та дозволяє ефективно хеджувати портфель у більш широкому діапазоні змін ціни базового активу. Математично цю стратегію можна описати системою рівнянь:

$$\begin{cases} \Delta = \frac{\partial P}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S}(NS + n_1 c_1 + n_2 c_2) = N + n_1 \Delta_1 + n_2 \Delta_2 = 0, \\ \Gamma = \frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S}(N + n_1 \Delta_1 + n_2 \Delta_2) = n_1 \Gamma_1 + n_2 \Gamma_2 = 0. \end{cases}$$

де  $P$  – вартість портфеля,  $S$  – вартість базового активу,  $N$  – кількість базових активів у портфелі,  $c_1$  та  $c_2$  – вартість опціонів № 1 та № 2 відповідно,  $n_1$  та  $n_2$  – кількість опціонів № 1 та № 2 у портфелі,  $\Delta$ ,  $\Delta_1$  та  $\Delta_2$  – дельти портфеля й опціонів,  $\Gamma$ ,  $\Gamma_1$  та  $\Gamma_2$  – гамми портфеля й опціонів.

$$n_1 = N \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1 \Delta_2 - \Gamma_2 \Delta_1}, n_2 = N \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2 \Delta_1 - \Gamma_1 \Delta_2}.$$

Розв'язком цієї системи є

Перевагу дельта-гамма над дельта-нейтральною можна побачити при значних змінах у ціні ф'ючерсу в таблиці 2. Зазначимо також, що вибір опціонів № 1 та № 2 є довільним, але один з них ми купуємо, а інший придбаємо. Таким чином, ми маємо змогу поряд з хеджуваннями застосувати й елементи торговельної стратегії – ведмежого чи бичачого спреда. У першому випадку ми купуємо більш дешевий і продаємо більш дорогий опціон, таким чином маємо прибуток при падінні ринку, а у другому – продаємо більш дешевий та купуємо більш дорогий, маючи прибуток на зростанні ринку.

Таблиця 2.  
Результати дельта-гамма стратегії хеджування

Зміна ціни	-250	-100	-50	-20	0	20	50	100	250
Ціна ф'ючерса (UX-6.12)	1137	1287	1337	1367	1387	1407	1437	1487	1637
Ціна опціону 1 (C1500)	1.11	11.11	19.71	26.78	32.38	38.74	49.76	72.21	168.41
Ціна опціону 2 (C1400)	4.11	28.16	44.95	57.59	67.12	77.52	94.70	127.34	248.61
Прибуток по ф'ючерсам	-2500	-1000	-500	-200	0	200	500	1000	2500
Прибуток по опціонам	1756	944	495	201	0	-201	-496	-944	-1663
Результат портфеля	-744	-56	-5	1	0	-1	4	56	837

Дельта-тета стратегія. З таблиці 1 можна побачити, що навіть якщо ціна базового активу не змінюється, результат портфеля не є нульовим. Це є наслідком того, що ціна опціонів змінюється під впливом часу до експірації. Тета є мірою чуттєвості ціни опціону, тому щоб врахувати при хеджуванні вплив часу на ціну опціону, потрібно використовувати дельта-тета стратегію, яка описується такою системою рівнянь:

$$\begin{cases} \Delta = \frac{\partial P}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S}(NS + n_1c_1 + n_2c_2) = N + n_1\Delta_1 + n_2\Delta_2 = 0, \\ \Theta = \frac{\partial P}{\partial t} = n_1\Theta_1 + n_2\Theta_2 = 0. \end{cases}$$

де  $P$  – вартість портфеля,  $S$  – вартість базового активу,  $N$  – кількість базових активів у портфелі,  $c_1$  та  $c_2$  – вартість опціонів № 1 та № 2 відповідно,  $n_1$  та  $n_2$  – кількість опціонів № 1 та № 2 у портфелі,  $\Delta$ ,  $\Delta_1$  та  $\Delta_2$  – дельти портфеля й опціонів,  $\Theta$ ,  $\Theta_1$  та  $\Theta_2$  – тети портфеля й опціонів.

Розв'язком цієї системи є  $n_1 = N \frac{\Theta_2}{\Theta_1\Delta_2 - \Theta_2\Delta_1}$ ,  $n_2 = N \frac{\Theta_1}{\Theta_2\Delta_1 - \Theta_1\Delta_2}$ .

Вигляд розв'язку є аналогічним до попередньої стратегії. Насправді, реалізація будь-якої стратегії хеджування до двом грецьким змінним є подібною. З таблиці 3 можна побачити, що дельта-тета стратегія дозволяє отримати нульовий результат портфеля при незмінній ціні базового активу. Хоча ми отримали майже такий самий результат і для дельта-гамма стратегії, теоретично лише дельта-тета стратегія може гарантувати це, але при тому вона має інші недоліки, притаманні дельта-нейтральній стратегії.

Таблиця 3.  
Результати дельта-тета стратегії хеджування

Зміна ціни	-250	-100	-50	-20	0	20	50	100	250
Ціна ф'ючерса (UX-6.12)	1137	1287	1337	1367	1387	1407	1437	1487	1637
Ціна опціону 1 (C1500)	1.11	11.11	19.71	26.78	32.38	38.74	49.76	72.21	168.41
Ціна опціону 2 (C1400)	4.11	28.16	44.95	57.59	67.12	77.52	94.70	127.34	248.61
Прибуток по ф'ючерсам	-2500	-1000	-500	-200	0	200	500	1000	2500
Прибуток по опціонам	1763	946	496	201	0	-201	-495	-940	-1636
Результат портфеля	-737	-54	-4	1	0	-1	5	60	864

На практиці дельта-тета стратегія не використовується з двох причин. По-перше, тета не є випадковою змінною, тому вважається, що хеджувати портфель по ній не варто. По-друге, вплив часу до експірації на ціну опціону не є таким суттєвим, як вплив волатильності.

Дельта-вега стратегія. Волатильність вважається ключовим фактором, який впливає на ціну опціону, але усі розглянуті вище стратегії ігнорували можливість її зміни. Мірою чуттєвості ціни опціону до волатильності є вега, а відповідна стратегія хеджування по дельті та везі є такою:

$$\begin{cases} \Delta = \frac{\partial P}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S}(NS + n_1c_1 + n_2c_2) = N + n_1\Delta_1 + n_2\Delta_2 = 0, \\ v = \frac{\partial P}{\partial \sigma} = n_1v_1 + n_2v_2 = 0. \end{cases}$$

де  $P$  – вартість портфеля,  $S$  – вартість базового актива,  $N$  – кількість базових активів у портфелі,  $c_1$  та  $c_2$  – вартість опціонів № 1 та № 2 відповідно,  $n_1$  та  $n_2$  – кількість опціонів № 1 та № 2 у портфелі,  $\Delta$ ,  $\Delta_1$  та  $\Delta_2$  – дельти портфелю й опціонів,  $v$ ,  $v_1$  та  $v_2$  – веги портфеля й опціонів.

$$\text{Розв'язком цієї системи є } n_1 = N \frac{v_2}{v_1\Delta_2 - v_2\Delta_1}, n_2 = N \frac{v_1}{v_2\Delta_1 - v_1\Delta_2}.$$

Результати статичного хеджування за дельта-вега стратегією подані у таблиці 4.

Таблиця 4  
Результати дельта-вега стратегії хеджування

Зміна ціни	-250	-100	-50	-20	0	20	50	100	250
Ціна ф'ючерса (UX-6.12)	1137	1287	1337	1367	1387	1407	1437	1487	1637
Ціна опціону 1 (C1500)	1.11	11.11	19.71	26.78	32.38	38.74	49.76	72.21	168.41
Ціна опціону 2 (C1400)	4.11	28.16	44.95	57.59	67.12	77.52	94.70	127.34	248.61
Прибуток по ф'ючерсам	-2500	-1000	-500	-200	0	200	500	1000	2500
Прибуток по опціонам	1760	945	496	201	0	-201	-495	-942	-1649
Результат портфеля	-740	-55	-4	1	0	-1	5	58	851

#### Статичне хеджування при зміні волатильності

Вище ми розглянули статичне хеджування при незмінній волатильності (implied volatility), але на практиці цей параметр постійно змінюється. З даних УБ можна дійти висновку, що зазвичай щоденні зміни волатильності не перевищують 1%, хоча у деякі дні зміни можуть досягати 2%. Уявимо собі, що з 19 на 20 березня 2012 року сталося саме таке екстремальне збільшення волатильності на 2%, та дослідимо результати розглянутих вище стратегій.

У таблиці 5 подані результати портфелів, отримані на 20 березня 2012 року при зростанні волатильності на 2%. Як можна побачити з таблиці, дельта-нейтральна стратегія втратила властивості хеджа навіть при незмінній ціні базового актива. Це пояснюється тим, що ціна опціону зростає при підвищенні волатильності, а дельта-нейтральна стратегія не враховує вплив цього фактору на ціну. Тому вона не дозволяє ефективно хеджувати портфель навіть протягом одного дня при різких змінах не лише ціни базового актива, а й волатильності.

Цікаво, що всі інші стратегії – дельта-гамма, дельта-вега, дельта-тета – показали дуже схожі результати, які є значно кращими за дельта-нейтральну стратегію. Хоча теоретично лише дельта-вега стратегія повинна була б ефективно хеджувати портфель при зміні волатильності, гарні результати дельта-гамма та дельта-тета стратегій свідчать про їх прийнятність. Ці результати частково пояснюються тим, що ми використовуємо два опціони, але один продаємо, а другий купуємо. Тому при зміні волатильності збільшення ціни обох опціонів компенсує один одно.

Таблиця 5  
Результати стратегій хеджування при зміні волатильності

Зміна ціни	-250	-100	-50	-20	0	20	50	100	250
Ціна ф'ючерса (UX-6.12)	1137	1287	1337	1367	1387	1407	1437	1487	1637
Ціна опціону 1 (C1500)	1.76	13.99	23.57	31.19	37.13	43.79	55.19	77.99	173.37
Ціна опціону 2 (C1400)	5.66	32.47	49.96	62.88	72.52	82.96	100.11	132.42	251.67
Результати портфеля									
Дельта-нейтральна стратегія	-1468	-375	-194	-148	-146	-168	-248	-508	-2186
Дельта-гамма стратегія	-795	-122	-43	-14	3	21	56	155	1005
Дельта-тета стратегія	-789	-119	-42	-13	4	23	59	162	1036
Дельта-вега стратегія	-792	-121	-43	-14	4	22	57	159	1021

**Інші стратегії.** Окрім розглянутих вище, можна розробити ще низку стратегій хеджування за допомогою опціонів. Теоретично можна розглянути дельта-ро стратегію, де  $\rho$  – міра чуттєвості ціни опціону до зміни безризикової ставки відсотка, але на практиці вона не має суттєвого впливу на ціну опціону, тому дельта-ро стратегія не є цікавою. Досліджувати ж стратегії з двох параметрів, які не містять дельти, не має сенсу, бо ціна базового активу є основною змінною у хеджуванні.

Більш складні стратегії хеджування включають хеджування по трьох чи більше змінним, наприклад, дельта-гамма-вега стратегія. Ми не наводимо формул для розрахунку таких стратегій, бо вони є досить громіздкими, хоча математично їх виведення не є чимось складним, воно включає лише розв'язок системи лінійних рівнянь. Більш суттєвою перешкодою при використанні таких стратегій є істотне зростання кількості опціонів, потрібних для реалізації стратегії. Якщо дельта-нейтральна стратегія потребувала застосування лише 30-35 опціонів для хеджування 10 базових активів, то дельта-гамма, дельта-вега та дельта-тета стратегії вже застосовували довгу позицію по приблизно 75 та коротку позицію по близько 65 опціонах.

**Висновки.** Розглянуті у статті стратегії хеджування за допомогою опціонів дозволяють вирішувати проблеми управління ризиками, хоча це не такий прямий інструмент ризик-менеджменту, як хеджування ф'ючерсними контрактами. Так, дельта-нейтральне хеджування працює добре лише при незначних коливаннях ціни базового активу. Але запропоновані стратегії хеджування за двома параметрами дозволяють подолати окремі недоліки дельта-нейтрального хеджування та отримати кращі результати.

Дельта-гамма стратегія дозволяє ефективно хеджувати портфель при більш великих коливаннях ціни базового активу, а дельта-вега стратегія враховує коливання волатильності. Як показали результати експериментів, обидві стратегії є значно кращими за дельта-нейтральну, хоча між собою їх результати відрізняються не дуже сильно. З теоретичних міркувань дельта-вега стратегія повинна бути більш універсальною, але на практиці ми не простежували її переваги над дельта-гамма стратегією.

Практична значущість отриманих результатів полягає у тому, що були виведені формули хеджування по двох змінних, що дозволило перейти від самої ідеї хеджування за двома параметрами до її практичної реалізації, що продемонстровано на прикладах. Перспективними напрямками подальших досліджень є вивчення чуттєвості ціни опціону до зміни вхідних параметрів та дослідження поведінки захищених портфелів у динаміці.

#### **Література:**

1. Jorion Ph. Financial Risk Manager Handbook. – Wiley, 2003. – 832 p.
2. Hull J. C. Options, Futures, and Other Derivatives. – Pearson Prentice Hall, 2008. – 848 p.
3. Chance D. Risk Management Applications of Option Strategies / Don M. Chance // CFA Program Curriculum, 2010, Level 3, Volume 5. – CFA Institute, 2011. – P. 395-478.
4. Connolly K. Buying and Selling Volatility. – Wiley, 1997. – 230 p.
5. Найман Э. Малая энциклопедия трейдера. – М. : Альпина Паблишер, 2009. – 456 с.