

УДК 004.75

Теленик С. Ф., д.т.н.; Ролік О. І., к.т.н.; Ясочка М. В.; Моргаль О. М.

НЕЧІТКЕ ОЦІНЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛІННЯ РІВНЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ

Теленик С. Ф., Ролік О. І., Ясочка М. В., Моргаль О. М. **Нечітке оцінювання в задачах управління рівнем обслуговування.** Розглядається проблема оцінювання показників функціонування мереж операторів інформаційно-комунікаційних послуг. Виконано аналіз чинників впливу та існуючих рішень. Поставлена задача агрегування заданих у вигляді нечітких множин показників оцінювання якості сервісів. Наведено метод побудови функції належності та нечітких правил за допомогою навчальних вибірок даних. Розроблено відповідний алгоритм навчання, який дозволяє будувати функції належності вхідних нечітких змінних і формувати нечіткі правила зведення показників оцінювання якості сервісів.

Ключові слова: ІНФРАСТРУКТУРА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ, ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ СЕРВІСІВ, НЕЧІТКІ МНОЖИНИ, НЕЧІТКІ ПРАВИЛА, АГРЕГУВАННЯ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ СЕРВІСІВ

Теленик С. Ф., Ролік А. І., Ясочка М. В., Моргаль О. Н. **Нечеткое оценивание в задачах управления уровнем обслуживания.** Рассматривается проблема оценки показателей функционирования сетей операторов информационно-коммуникационных услуг. Выполнен анализ факторов влияния и существующих решений. Поставлена задача агрегирования заданных в виде нечетких множеств показателей для оценки качества сервисов. Приведен метод построения функции принадлежности и нечетких правил с помощью обучающих выборок данных. Разработан соответствующий алгоритм обучения, который позволяет строить функции принадлежности входных нечетких переменных и формировать нечеткие правила сведения показателей оценки качества сервисов.

Ключевые слова: ИНФРАСТРУКТУРА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ОЦЕНКА КАЧЕСТВА СЕРВИСОВ, НЕЧЕТКИЕ МНОЖЕСТВА, НЕЧЕТКИЕ ПРАВИЛА, АГРЕГИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА СЕРВИСОВ

Telenyk S. F., Rolik O. I., Yasochka M. V., Morgal O. M. **Fuzzy evaluation in service level management problems.** Evaluation problem of indices of information-communication network operator services operation is considered. Influencing factors and existing solutions are analyzed. Problem of aggregation of service quality estimation indices, given in form of uncertainty sets is set. Membership function and fuzzy rule construction method based on learning samples is presented. Proper learning algorithm constructing membership functions for uncertain inputs and fuzzy rules for service estimation quality is developed.

Key words: IT-INFRASTRUCTURE, SERVICE QUALITY ESTIMATION, UNCERTAINTY SETS, FUZZY RULES, AGGREGATION OF SERVICE QUALITY INDICES

Вступ. Глобальна інформатизація сприяє проникненню інформаційних технологій (ІТ) у всі сфери життя людини. Економічні чинники змушують компанії будувати свої системи управління на зовнішніх ресурсах. Організації, які надають послуги зв'язку та доступ до різноманітних ресурсів, повинні підтримувати складну ІТ-інфраструктуру. Це визначає їх досить великі масштаби і розгалужену систему зв'язків між структурними підрозділами і службами. Тому для ефективного управління їх діяльністю необхідні добре продумані бізнес-процеси. А в основу прийняття рішень щодо ключових моментів діяльності цих організацій повинні бути покладені математичні моделі і методи.

Загалом виникає потреба у створенні математичних моделей і методів для: *планування* і контролю роботи; *оцінювання* ефективності бізнес-процесів; *оцінювання* ефективності окремих служб; *поліпшення* бізнес-процесів та ін.

Традиційно такі організації оцінюють свою діяльність за допомогою низки метрик технологічного (виконавчого) рівня, наприклад, затримки і пропускної здатності, якщо мова йде про управління якістю надання послуг доступу до мережі передачі даних, інтервал (однобічної/двобічної) з'єднаності, затримка передавання пакетів чи частота помилок передавання пакетів, якщо оцінюється, наприклад, технологія ІР поверх АТМ.

Але ці метрики не враховують впливу на бізнес сучасних тенденцій до надання послуг у вигляді сервісів з акцентом на повне задоволення потреб користувачів. Тому метрики

виконавчого рівня не можуть бути основою для всебічного аналізу, оптимізації і управління діяльністю цих організацій, і відбувається перехід до метрик, пов'язаних із оцінюванням сервісів, здійсненням очікувань користувачів і впливом на бізнес самих провайдерів сервісів. Ці метрики дозволяють провайдерам сервісів більш повно оцінити свою діяльність, рівень сервісів, задоволеність користувачів і вплив окремих аспектів експлуатації, технічного обслуговування, управління процесами надання послуг, планування, проектування і розвитку IT-інфраструктури на бізнес. Але такий перехід вимагає розроблення нових методів оцінювання впливу окремих аспектів на бізнес у розрізі аналізу їх зв'язків із базовими метриками виконавчого рівня. Для цього необхідно мати моделі і методи бізнес-аналізу, застосування яких поліпшить діяльність організацій. Потрібно вирішити проблему оптимізації у розрізі бізнес-аналізу і побудувати систему підтримки прийняття рішень (СППР), яка дозволить оптимізувати структуру і діяльність організацій.

У статті розглядається проблема агрегування метрик одного рівня у метрики вищого рівня при застосуванні нечітких метрик.

Сутність проблеми. Усвідомлення критичної важливості управління якістю телекомунікаційних послуг, особливо щодо доступності і надійності, для бізнесу провайдерів телекомунікаційних сервісів (ПТС) закріплене в документах міжнародної асоціації лідерів ПТС — Telecommunication Management Forum (TMF). Оскільки саме Service Level Agreement (SLA) визначає якість наданих телекомунікаційних сервісів через показники їх доступності, надійності, продуктивності, то для автоматизації бізнес-процесів ПТС з точки зору вартісних і часових критеріїв найважливішим є SLA Management Handbook [1].

У цьому документі, враховуючи нові обставини діяльності ПТС (насамперед появу нових видів ПТС (провайдерів Internet, прикладних застосувань і контенту), тенденцію до мережоцентричних архітектур, які уможливають електронну комерцію, ускладнення IT-інфраструктури забезпечення сервісів, акцентування на проблемах користувачів, зростання ролі автоматизації), TMF запропонував нову модель організації діяльності ПТС у галузі телекомунікацій — enhanced Telecommunication Operating Model (eTOM). У eTOM знайшли відображення бізнес-процеси, необхідні для управління SLA, якістю сервісу (Quality of Service, QoS) та ін. Керівники ПТС і організацій-користувачів розуміють, що SLA здатен заохотити організацій-користувачі використовувати нові сервіси і технології, якщо ПТС забезпечить необхідний рівень характеристик сервісів та гарантує організаціям-користувачам можливість вести свій бізнес ефективно з точки зору вартості та з мінімальними ризиками.

Але для цього, як з боку організацій-користувачів, так і з боку ПТС, у складі їх систем управління повинні бути відповідні модулі, здатні допомогти їм перетворити SLA в потужний інструмент для формування бізнесових продуктів. Належним чином підготовлений SLA дозволяє визначити очікування від кожного елементу потрібного сервісу і управляти цими очікуваннями, а також підтримує ефективні зміни у діяльності, поліпшення вимірювань і звітності, прогнозування, закладаючи при цьому основи для успіху організацій-користувача. Необхідність автоматизованого управління рівнем сервісного обслуговування усвідомлена розробниками засобів автоматизації для ПТС. Виходячи із загальної тенденції галузі фокусуватися не на технічному управлінні мережами, а на управлінні сервісами і клієнтами з точки зору цілей і політик бізнесу, вони запропонували декілька програмно-апаратних рішень, наприклад [2].

Але складність проблем, викликана як розмірами мереж та організаційних структур підтримки діяльності ПТС, так і необхідністю пов'язати в єдиній системі управління багато чинників, які раніше не враховувалися, породжує необхідність у комплексі адекватних процесів, що автоматизуються, та моделей, які можна було б покласти в основу створення зазначених систем управління. Багатокритеріальність, невизначеність, необхідність

врахувати ризики – це лише деякі з обставин, які необхідно брати до уваги при розробленні цих моделей.

Концептуально автоматизоване управління рівнем сервісного обслуговування з точки зору ПТС повинне базуватися на таких показниках:

- 1) вплив неполадок на фінансові втрати внаслідок недоплат клієнтів, штрафів, які виставляють клієнти, переходу клієнтів до інших провайдерів;
- 2) доходи, які приносять мережа та її елементи, наприклад у вигляді “гривня на порт”, “гривня на комутатор” тощо.

Для ефективного управління рівнем сервісного обслуговування на основі зазначених показників необхідно побудувати залежності між станом мережі та її елементів, динамікою відмов і втратами/прибутками, щоб можна було дати бізнесу інструмент для оцінки рішень відносно інвестицій у мережу і прийняття SLA на основі вартісних параметрів цих рішень для оператора.

Сучасному погляду на структурування великих мереж притаманне виділення у них чотирьох основних рівнів: ресурсів; мереж; сервісів; користувачів. На кожному з них вибудовується своя система оцінювання якості. На рівні ресурсів використовується громіздка система технологічних показників, яка суттєво залежить від технологій і обладнання. Тут необхідно врахувати показники технологій IP, ATM, DSL, Ethernet, MPLS та інших. Моделюються окремі елементи, наприклад маршрутизатори, комутатори і лінії зв'язку, а також композиції технологій. На рівні мереж використовуються релевантні для цього рівня показники функціонування технологій і обладнання – Key Performance Indicators (KPI). Тут зацікавленість викликає оцінювання якості сервісу в мережі у місці підключення користувача, затримка передавання пакетів чи частота помилок передавання пакетів між двома вузлами мережі. Але ці показники малоінформативні щодо якості надання сервісу на всьому шляху від ресурсів до користувача. Тому на рівні сервісів використовуються релевантні для цього рівня показники якості – Key Quality Indicators (KQI). Вони забезпечують визначення специфічних аспектів функціонування продуктів, сервісів та їх елементів на основі KPI, а також враховують інформацію з інших джерел. При цьому виділяються KQI для сервісів, які агрегують KPI для оцінювання якості сервісів та їх елементів, та узагальнені KQI, призначені для оцінювання продуктів, які пропонуються користувачу. Саме останні KQI, які визначаються на основі сервісних KQI, часто входять до SLA. На рівні користувачів застосовуються також специфічні для користувачів показники QoS. Прикладами цих технологічно нейтральних метрик, за допомогою яких оцінюють якість, є показники готовності сервісів, середній час між відмовами сервісів та інші аспекти надійності надання сервісів, якість обслуговування користувачів, точність білінгу тощо. Метрики рівня користувачів орієнтовані на замовників і дозволяють оцінити виконання послуги (наприклад, суб'єктивні показники якості обслуговування з точки зору користувача), рівень підтримки (наприклад, середній час очікування відповіді служби допомоги), білінг (наприклад, точність білінгу) та інші аспекти. Найважливішою метрикою цього рівня є задоволення користувача, яке є оцінкою налаштованості користувача на продовження обслуговування. З точки зору бізнесу оцінюються метрики трьох груп: метрики користувачів (наприклад, середній рівень задоволення користувачів, коефіцієнт “плинності” користувачів); прибутковості (прибутковість сервісу тощо); САВ (charging, accounting, billing).

Тому методичною базою концепції автоматизованого управління рівнем сервісного обслуговування повинна бути ієрархічна система вимірювання, накопичення, узагальнення і перетворення показників на кожному рівні та між рівнями.

Щонайменше необхідні такі моделі і відповідні методики: класифікації операторів, замовників і сервісів; оцінювання рівня сервісів клієнтами (QoE); оцінювання рівня сервісів для клієнта оператором зв'язку (QoS); визначення рівня функціональності сервісів;

визначення технічних параметрів сервісів; визначення параметрів функціонування обладнання в домені мережі провайдера.

Крім того, потрібна загальна багаторівнева модель управління рівнем сервісного обслуговування, яка адекватно пов'язує параметри функціонування мереж і технологій з очікуваннями користувачів і показниками прибутковості бізнесу.

Особливе місце посідає зведення показників одного рівня у інтегровані показники цього ж або вищого рівня. Зростання мереж, використання різноманітних технологій і розширення застосувань користувачів і сервісів створили ситуацію, коли системи управління ПТС переповнені потоками інформації, яка надходить від мереж, обладнання, застосувань, сервісів та інших елементів ІТ-інфраструктури. Метрик на нижчих рівнях більше, ніж на вищих, до того ж останні є результатом агрегування перших. Це навіть дало підстави деяким дослідникам [2] зобразити взаємопов'язані метрики у вигляді піраміди і запропонувати модель дерева метрик, яка дозволяє будувати композиції потрібних для оцінювання мереж метрик. Чим вищий рівень аналізу мереж операторів, тим більше чинників невизначеності впливає на оцінювання їх показників, що виправдовує застосування недетермінованих методів аналізу, насамперед теорії нечітких множин і нечіткої логіки. Наприклад, загальну оцінку задоволеності користувача сервісом чи загальну оцінку сервісу дуже зручно моделювати у термінах нечітких множин, а агрегування показників здійснювати за допомогою правил нечіткої логіки. Саме проблема *агрегування* нечітких даних розглядається у статті.

Огляд існуючих рішень. Для розрахунку якості обслуговування в глобальних і локальних інформаційно-телекомунікаційних мережах традиційно застосовуються методи теорії масового обслуговування. Згідно з класичним підходом Клейнрока і Джексона [3], розвиненим для інформаційно-обчислювальних систем (ІОС), інформаційно-телекомунікаційні мережі також можна розглядати як множину незалежних вузлів, кожний з яких становить систему масового обслуговування (СМО). Базова модель розглядає ці СМО як одноканальні з нескінченними чергами і потоками заявок. За певних припущень щодо незалежності потоків у вузлах, стаціонарності потоків заявок і розподілу часу надходження заявок та їх обслуговування по експоненціальному закону, для цих моделей одержані аналітичні вирази для оцінювання основних параметрів ІОС, таких як середній час обслуговування заявки, ефективна пропускна здатність, ймовірність відмови в обслуговуванні.

Застосування моделей на основі СМО дозволило не тільки побудувати ефективний інструментарій дослідження супутникових і провідних каналів, магістральних мереж, але й створило умови для появи нових моделей ІОС, які враховують обмеження на буферні пристрої, пріоритетне обслуговування, адаптивний розподіл трафіку, багатоканальність [4...6].

Для відмови від припущення щодо незалежності потоку у кожному вузлі мережі застосовуються моделі системного аналізу, побудовані на засобах теорії графів.

Відмовитися від припущення щодо стаціонарності потоку і розширити вибір законів розподілу часу надходження заявок та їх обслуговування дозволить застосування методів теорії нечітких множин і нечіткої логіки. В умовах нечіткого описання системи і/або нечітко сформульованих критеріїв ці методи можна ефективно застосовувати для оптимізації і управління параметрами мереж, оскільки вони дозволяють більш адекватно представити процеси в мережах. Сьогодні методи теорії нечітких множин і нечіткої логіки переважно застосовуються для моделювання вхідного потоку заявок та параметрів мереж, наприклад, зв'язності, найкоротших шляхів [4, 7].

У задачах управління рівнем обслуговування методи теорії нечітких множин і нечіткої логіки застосовуються досить рідко. Тут широко використовуються методи дослідження

операцій, насамперед теорія корисності, моделі і методи штучного інтелекту, наприклад продукційні системи і логічний підхід [8, 9].

Загалом на рівні ресурсів і мереж існують добре продумані підходи до комплексного оцінювання їх функціонування, наприклад [10, 11]. Тут визначені набори критеріїв, опрацьовані метрики для низки технологій. Ситуація з розробленням моделей і методів визначення KQI з урахуванням аспектів бізнесу провайдера не така райдужна. Період констатації необхідності аналізу профілів користувачів і мереж в процесах прийняття рішень ПТС уже завершився і з'явилися цікаві підходи до управління параметрами SLA з урахуванням бізнес-інтересів [12, 13]. Але дослідження метрик та їх взаємовпливу все ще не охоплюють усього спектру чинників впливу, особливості нових видів провайдерів і користувачів. Враховуючи зазначене вище та постійні зміни у IT-інфраструктурі, необхідно поглиблювати дослідження у цій цікавій галузі.

Постановка проблеми зведення метрик при неповній і нечіткій інформації. Нехай маємо дворівневу систему показників функціонування мереж (сервісів, технологій), причому на нижньому рівні n показників K_1, K_2, \dots, K_n , які повинні бути зведені в один показник Q верхнього рівня. Значеннями метрики Q є не числа, а слова чи речення природної або певної формальної мови. Наприклад, таку характеристику як якість сервісу можна визначити за допомогою змінної «Якість», значення якої можуть належати множині $S = \{\text{надзвичайно добра } (S_1); \text{ дуже добра } (S_2); \text{ добра } (S_3); \text{ середня } (S_4); \text{ нижча середньої } (S_5); \text{ погана } (S_6); \text{ дуже погана } (S_7)\}$. Ясно, що змінна «Якість» була б звичайною змінною, якщо б її значення були точними числами. Але в цих умовах вона перетворюється у лінгвістичну змінну, оскільки використовується у нечітких міркуваннях людини. В деяких випадках після нечітких висновків змінній Q вимагається приписати числове значення. Значення метрик K_1, K_2, \dots, K_n в одних випадках можуть бути числовими, а в других – нечіткими, причому в останньому випадку вони набувають значення із подібних множині S множин значень A_1, A_2, \dots, A_n . Лінгвістичні змінні характеризуються функціями належності – кожному значенню лінгвістичної змінної відповідає певна нечітка множина зі своєю функцією належності. Нечіткі множини – це природне узагальнення звичайних множин, коли ми відмовляємось від бінарності їх характеристичної функції і припускаємо, що вона може набувати будь-яких значень на відріжку $[0,1]$.

У нечіткій логіці з n входами і одним виходом міркування здійснюються за правилами (нечіткими правилами), які мають такий вигляд:

$$R_j: \text{ якщо } K_1 \in A_{1,j} \wedge K_2 \in A_{2,j} \wedge \dots \wedge K_n \in A_{n,j}, \text{ то } Q \in S_j, \quad (1)$$

де $K_i, i = 1, \dots, n$, — вхідні лінгвістичні змінні; Q — вихідна лінгвістична змінна; $A_{i,j}$ — нечітка множина вхідної лінгвістичної змінної K_i ; R_j — нечітке правило; S_j — вихідна нечітка множина. Для застосування цих правил, в залежності від типу вхідних і вихідних змінних, може знадобитися приведення числових значень у нечіткі і навпаки.

Необхідно розробити метод зведення числових або нечітких метрик нижнього рівня в числові або нечіткі метрики оцінювання якості більш високого рівня. Щоб розроблений метод можна було застосувати в реальних умовах роботи провайдера, необхідно також розробити відповідний алгоритм навчання, який дозволить будувати функції належності вхідних нечітких змінних і формувати нечіткі правила зведення метрик оцінювання якості за допомогою навчальних вибірок даних.

Загальний підхід до розв'язання проблеми. Поставлена проблема є підпроблемою більш загальної проблеми створення СППР провайдера, побудованої з урахуванням пропозицій eTOM. Зазначена СППР призначена для: попереднього оброблення і фільтрації потоків даних щодо мережі та її елементів; забезпечення адміністраторів, економістів, менеджерів і фахівців різних служб необхідними для прийняття рішень даними. В основу

підходу до розв'язання узагальненої проблеми доцільно покласти такі концептуальні положення: *побудова системи пов'язаних метрик*; *розроблення системи методик зведення*; *розроблення СППР*, яку можна налаштовувати на конкретні методики і моделі зведення.

Архітектуру СППР наведено на рис. 1.

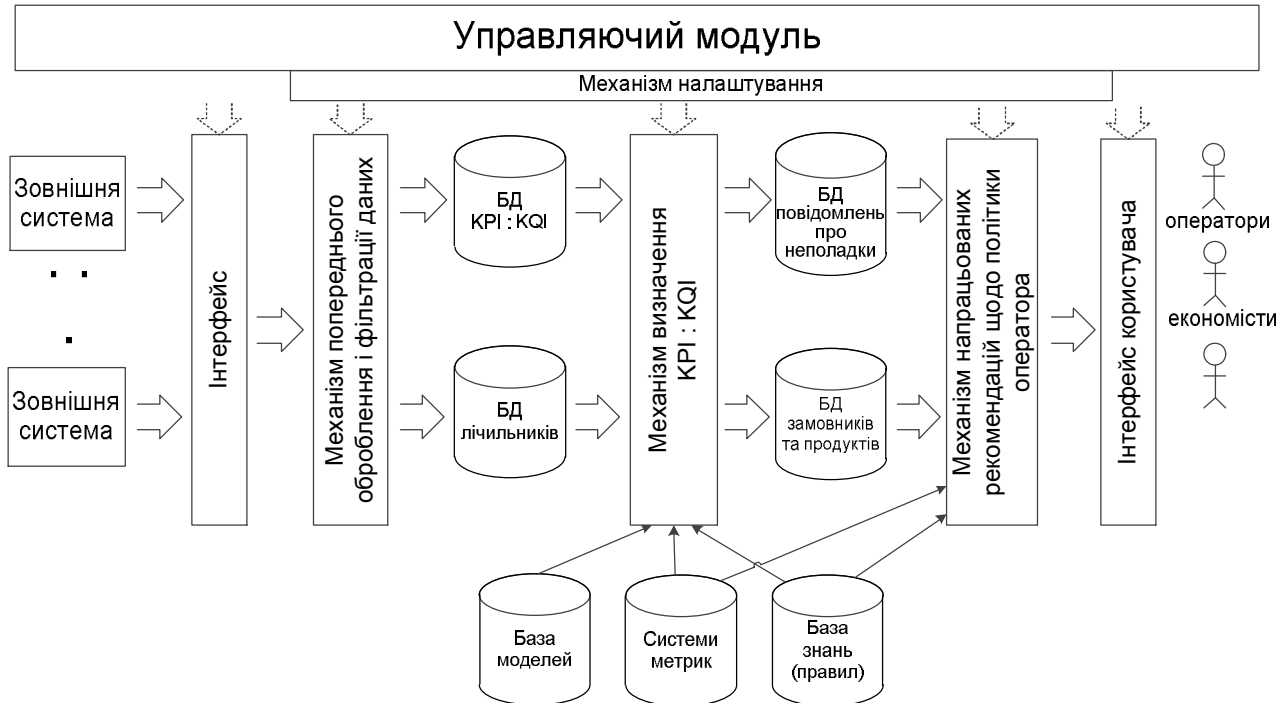


Рис. 1. Архітектура СППР

Призначення компонентів СППР зрозуміле з відповідних назв. Варто зазначити, що в основу функціонування системи покладено систему метрик і базу моделей, які дозволяють конструювати схему розрахунків оцінок. У випадку нечітких оцінок можна використовувати модель і метод, запропоновані у статті.

Використання системи метрик продемонструємо на прикладі діяльності ПТС, на верхньому рівні якої необхідно визначити і удосконалити бізнес-процеси, а також управляти цими процесами, такими як: 1) *розвиток і управління сервісами*; 2) *розвиток і управління ресурсами*; 3) *розвиток і управління постачанням (ланкою постачання)*; 4) *управління маркетингом і пропозицією*.

Якщо взяти рівень 1, то можна виділити підрівні: 1) *управління сервісом в операційному процесі*; 2) *управління відносинами з клієнтом*; 3) *управління ресурсом в операційному процесі*; 4) *управління відносинами з постачальниками*.

Якщо розглянути підрівень 1, то в ньому можна виділити: 1) *підтримку* готовності процесів управління сервісом; 2) *конфігурацію* і активацію сервісів; 3) *управління проблемами сервісів*; 4) *управління якістю сервісів*; 5) *тарифікацію* сервісів.

Таким чином, вибудовується багаторівнева ієрархічна система, в якій за допомогою методів оцінювання можна побудувати оцінку стану всього бізнес-процеса оператора. Розроблений у статті метод застосовується, коли в якості вхідних показників використовуються лінгвістичні змінні оцінки параметрів нижнього рівня, а в якості вихідної змінної — вже узагальнена лінгвістична змінна для оцінки верхнього рівня, яка в наступному циклі розрахунків буде виступати в якості вхідної змінної наступного більш високого рівня.

Побудова функції належності і нечітких правил. Визначенню метрик вищих рівнів властиві деякі особливості, які повинна враховувати система управління. Так, часто виникає необхідність у розробленні нових метрик, які можуть мати суб'єктивний характер. Крім того, багато метрик обчислюються на основі ненадійних даних. В таких випадках необхідні спеціальні методики зведення метрик. Насамперед, потрібна методика визначення нечітких і чітких метрик вищих рівнів на основі чітких метрик нижчих рівнів з урахуванням суб'єктивізму користувачів або експертів, які оцінюють якість послуг (сервісів). При цьому зазначена методика з певними пересторогами повинна переноситися на зведення нечітких метрик в інші нечіткі метрики.

Апарат нечіткої логіки, який досить давно і успішно використовується для вирішення слабо формалізованих задач, крім очевидних переваг має істотні недоліки, пов'язані із суб'єктивізмом формування правил і функцій належності. Загальним підходом, націленим на усунення цих недоліків, є адаптація функцій належності на основі даних, які накопичуються в процесі роботи. Варіантом такої адаптації є навчання системи нечіткого логічного висновку на реальних даних. Саме він пропонується в статті.

Вирішення задач на основі нечіткої логіки складається з таких традиційних етапів: 1) *введення* нечіткості (фазифікація); 2) логічний висновок; 3) композиція; 4) *приведення* до чіткості (дефазифікація).

Враховуючи, що останній етап необхідний лише за потреби перетворення висновку в чітке число, причому для нього, як і для другого і третього етапів існують добре опрацьовані алгоритми, наприклад Мамдані, Сугено, Ларсена, то зосередимося на введенні нечіткості і побудові правил для логічного висновку.

У цьому підрозділі розглядається підхід до побудови функцій належності, який можна застосовувати у задачах зведення ключових показників. У нечіткій системі з n входами та одним виходом нечіткі правила мають наведений вище вигляд (1).

Припустимо, що існує m пар входів та виходів даних, які утворюють множину числових навчальних вибірок P з n входами та одним виходом $P = \{(k_{1,j}, \dots, k_{n,j}) \mid j = 1, \dots, m\}$, де $k_{i,j}$ – значення i -ї вхідної лінгвістичної змінної K_i , які складають множину $(k_{1,j}, \dots, k_{n,j}, q_i)$; q_i – значення відповідної вихідної лінгвістичної змінної Q , $1 \leq i \leq n$ і $1 \leq j \leq m$.

Розглянемо нечітку модель з декількома входами і одним виходом. Оскільки нечітке відношення еквівалентності є рефлексивним, симетричним і транзитивним, то чіткі дані можна поділити за допомогою α -перетинів на різні групи. На основі експериментальних даних можна визначити нечітке відношення сумісності (рефлексивне і симетричне). Тепер нечітке відношення еквівалентності можна знайти як \max - \min замикання нечіткого відношення. Перед тим, як будувати нечітке відношення еквівалентності множини навчальних вибірок даних P , необхідно впорядкувати множину значень вихідної лінгвістичної змінної Q у порядку зростання:

$$P' = \{(k'_{1,p}, \dots, k'_{n,p}, q'_p) \mid q'_{p_1} \leq q'_{p_2}, 1, 2, \dots, m, \text{ і } 1 \leq p_1 \leq p_2 \leq m\}, \quad (2)$$

де $(k'_{1,p}, k'_{2,p}, \dots, k'_{n,p}, q'_p) \in P$.

Значення q'_1, q'_2, \dots, q'_m вихідної лінгвістичної змінної Q будемо розглядати як упорядковану множину навчальних вибірок даних P' . Нечітке відношення сумісності $R(q'_{p_1}, q'_{p_2})$ між вихідними лінгвістичними змінними Q в упорядкованій множині навчальної вибірки даних P' можна визначити за допомогою Евклідової відстані

$$R(q'_{p_1}, q'_{p_2}) = 1 - |q'_{p_1} - q'_{p_2}| / \delta, \quad (3)$$

де q'_{p_1} і q'_{p_2} – значення змінної Q в упорядкованій множині навчальної вибірки P' , а

$$\delta = \left(\sum_{i=1}^{m-1} |q_i - q_m| \right) / (m-1), \quad (4)$$

де q_m – максимальне значення лінгвістичної змінної Q у множині P' .

Нечітке відношення еквівалентності $R^T(q'_{p_1}, q'_{p_2})$ між значеннями q'_{p_1} і q'_{p_2} лінгвістичної змінної Q множини P' можна одержати за допомогою максимінного транзитивного замикання відношення сумісності $R(q'_{p_1}, q'_{p_2})$. Поділимо множину даних упорядкованої навчальної вибірки P' на основі α -перетинів відношення еквівалентності $R^T(q'_{p_1}, q'_{p_2})$ на r різних підмножин G_j , $j = 1, \dots, r$, де j -у підмножину G_j множини P' можна представити у вигляді:

$$G_j = \{ (k'_{1,p}, k'_{2,p}, \dots, k'_{n,p}, q'_p) \mid R^T(q'_{p_1}, q'_{p_2}) \geq \alpha, \alpha \in [0,1], 1 \leq p \leq m, 1 \leq p_1, p_2 \leq m, \quad (5)$$

де α – порогове значення, яке вибирається для розбиття множини P' ; $1 \leq j \leq r$;

r – кількість підмножин, одержаних із множини P' .

Припустимо, що j -а множина значень O_j вихідної лінгвістичної змінної Q і j -а множина значень $I_{i,j}$ вхідної лінгвістичної змінної K_i одержані із j -ї підмножини G_j множини P' :

$$O_j = \{ q_p \mid \forall (k_{1,p}, k_{2,p}, \dots, k_{n,p}, y_p) \in G_j, 1 \leq p \leq m \}, 1 \leq j \leq r \quad \text{і}$$

$$I_{i,j} = \{ k_{i,p} \mid \forall (k_{1,p}, k_{2,p}, \dots, k_{i,p}, \dots, k_{n,p}, q_p) \in G_j, 1 \leq p \leq m \}, 1 \leq i \leq n \text{ і } 1 \leq j \leq r.$$

Таким чином, функцію належності нечітких множин для вихідної лінгвістичної змінної Q можна побудувати, використовуючи множину значень O_j , де $j = 1, \dots, r$. Оскільки на основі α -перетинів відношення еквівалентності значення множини P' розбиті на r різних множин O_j , $j = 1, \dots, r$, то кожену множину O_j змінної Q можна вважати α -перетином $A_{j,\alpha}$ вихідної нечіткої множини A_j , тобто $A_{j,\alpha} = \{ q \mid q \in O_j \text{ і } \mu_{A_j}(q) \geq \alpha \}$, $j = 1, \dots, r$, де $\mu_{A_j}(q)$ — функція належності вихідної нечіткої множини A_j змінної Q ; O_j – j -а множина вихідних значень змінної Q .

Оскільки значення α -перетинів $A_{j,\alpha}$ вихідної лінгвістичної змінної Q представлені у порядку зростання ($q_i \leq q_j$ при $i < j$), то можна обчислити середнє мінімуму і максимуму вихідних значень множини α -перетинів $A_{j,\alpha}$ і представити їх центрами нечітких множин A_j вихідної лінгвістичної змінної Q , тобто

$$b_j = (q_{\min} + q_{\max}) / 2, \quad (6)$$

де b_j – центр вихідної нечіткої множини A_j ; q_{\min} і q_{\max} – мінімальні і максимальні елементи α -перетинів $A_{j,\alpha}$ відповідно.

Ступінь належності мінімальних і максимальних елементів α -перетинів $A_{j,\alpha}$ є множиною порогових значень α , де $\alpha \in [0,1]$. За трьома точками $(b_j, 1)$, (q_{\min}, α) і (q_{\max}, α) інтерполюємо ліву $(a_j, 0)$ і праву вершини $(c_j, 0)$ нечіткої множини A_j , одержуючи $a_j = b_j - (b_j - q_{\min}) / (1 - \alpha)$ і $c_j = b_j + (q_{\max} - b_j) / (1 - \alpha)$, де b_j обчислюється за допомогою виразу (6); де q_{\min} і q_{\max} – мінімальні і максимальні елементи α -перетинів $A_{j,\alpha}$, відповідно. Тепер функція належності $\mu_{A_j}(q)$ нечіткої множини A_j вихідної лінгвістичної змінної Q може бути представлена у вигляді трійки (a_j, b_j, c_j) :

$$\mu_{A_j}(q) = \begin{cases} (q - a_j) / (|b_j - a_j|), & \text{якщо } a_j \leq q \leq b_j, \\ (c_j - q) / (|c_j - b_j|), & \text{якщо } b_j \leq q \leq c_j; \\ 0 & \text{інакше.} \end{cases} \quad (7)$$

Множини P' значень вхідних лінгвістичних змінних K_i також розбиті на r множин $I_{i,1}, I_{i,2}, \dots, I_{i,r}$ на основі α -перетинів відношення еквівалентності між вихідними значеннями змінної Q множини P' . У j -й множині входів і виходів $I_{i,j}$ змінної K_i значення також упорядковані у порядку зростання. Нечітке відношення еквівалентності між вхідними

значеннями j -ї множини входів і виходів I_{ij} змінної X_i будується на основі подібності вхідних значень. Далі визначаємо нечітке відношення сумісності між значеннями множини I_{ij} вхідної лінгвістичної змінної K_i за допомогою Евклідової відстані

$$R_{i,j}(k_{i,p_1}, k_{i,p_2}) = 1 - (|k_{i,p_1} - k_{i,p_2}|) / \delta; \quad (8)$$

$$\delta = \left(\sum_{p=1}^{|I_{i,j}|} |k_{i,p} - k_{i,\max}| \right) / (|I_{i,j}| - 1), \quad (9)$$

де $k_{i,p_1} \in I_{i,j}$, $k_{i,p_2} \in I_{i,j}$, $1 \leq i \leq r$, $1 \leq j \leq n$, $1 \leq p_1 \leq |I_{i,j}|$ і $1 \leq p_2 \leq |I_{i,j}|$. $|I_{i,j}|$ – кількість елементів множини I_{ij} змінної K_i ; $k_{i,\max}$ – максимальне значення змінної K_i у множині вхідних значень $I_{i,j}$, і $k_{i,p} \in I_{i,j}$.

За допомогою максимінного транзитивного замикання відношення сумісності $R_{i,j}(k_{i,p_1}, k_{i,p_2})$ одержуємо нечітке відношення еквівалентності $R_{i,j}^T(k_{i,p_1}, k_{i,p_2})$ між значеннями множини входів I_{ij} змінної K_i . Далі, використовуючи α -перетин нечіткого відношення еквівалентності, розіб'ємо j -у множини значень I_{ij} змінної K_i на “підмножини вхідних значень” $I_{i,j,v}: I_{i,j,v} = \{k_{i,p} \mid k_{i,p} \in I_{i,j}, R_{i,j}^T(k_{i,p_1}, k_{i,p_2}) \geq \alpha, \alpha \in [0,1], 1 \leq p \leq |I_{i,j}|, 1 \leq p_2 \leq |I_{i,j}|\}$, $v = 1, \dots, T_j(K_i)$, де $T_j(K_i)$ – кількість підмножин значень, одержаних із j -ї множини входів I_{ij} змінної K_i на основі α -перетинів нечіткого відношення еквівалентності; $|I_{i,j}|$ – кількість елементів множини вхідних значень $I_{i,j}$.

Кожну підмножину значень $I_{i,j,v}$ змінної K_i також можна вважати α -перетином $A_{(i,j,v),\alpha}$ вхідної нечіткої множини $A_{i,j,v}$, яка визначається як $A_{(i,j,v),\alpha} = \{k_{i,p} \mid k_{i,p} \in I_{i,j,v}, \mu_{A_{i,j,v}}(k_{i,p}) \geq \alpha\}$, $1 \leq j \leq r$, $1 \leq v \leq T_j(K_i)$, де $\mu_{A_{i,j,v}}(k_i)$ – функція належності нечіткої множини $A_{i,j,v}$ вхідної лінгвістичної змінної K_i ; α – порогове значення, $\alpha \in [0,1]$. Вхідні значення α -перетинів $A_{(i,j,v),\alpha}$ також розташовані у порядку зростання (тобто, $k_{i,p_1} \leq k_{i,p_2}$, $p_1 \leq p_2$). Функцію належності $\mu_{A_{i,j,v}}(k_i)$ нечіткої множини $A_{i,j,v}$ можна представити трійкою $(a_{i,j,v}, b_{i,j,v}, c_{i,j,v})$, де $a_{i,j,v}, b_{i,j,v}$ і $c_{i,j,v}$ – центральна, ліва і права вершини нечіткої множини $A_{i,j,v}$ змінної K_i , відповідно. Трійка чисел $(a_{i,j,v}, b_{i,j,v}, c_{i,j,v})$ обчислюється як мінімум і максимум елементів α -перетину $(A_{(i,j,v),\alpha})$ нечіткої множини $A_{i,j,v}$:

$$b_{i,j,v} = (k_{i,\min} + k_{i,\max}) / 2; \quad (10)$$

$$a_{i,j,v} = b_{i,j,v} - (b_{i,j,v} - k_{i,\min}) / (1 - \alpha); \quad (11)$$

$$c_{i,j,v} = b_{i,j,v} + (k_{i,\max} - b_{i,j,v}) / (1 - \alpha), \quad (12)$$

де $k_{i,\min}$ і $k_{i,\max}$ – мінімальні і максимальні елементи α -перетинів $(A_{(i,j,v),\alpha})$ нечіткої множини $A_{i,j,v}$ вхідної лінгвістичної змінної K_i , $1 \leq j \leq r$, $1 \leq v \leq T_j(K_i)$, і $T_j(K_i)$ – підмножина значень $I_{i,j,v}$, одержана із j -ї множини значень I_{ij} лінгвістичної змінної K_i .

Функція належності $\mu_{A_{i,j,v}}(k_i)$ нечіткої множини $A_{i,j,v}$ представляється трійкою чисел $(a_{i,j,v}, b_{i,j,v}, c_{i,j,v})$ у вигляді:

$$\mu_{A_{i,j,v}}(k_i) = \begin{cases} (k_i - a_{i,j,v}) / (b_{i,j,v} - a_{i,j,v}), & \text{якщо } a_{i,j,v} \leq k_i \leq b_{i,j,v} \\ (c_{i,j,v} - k_i) / (c_{i,j,v} - b_{i,j,v}), & \text{якщо } b_{i,j,v} \leq k_i \leq c_{i,j,v} \\ 0 & \text{інакше,} \end{cases} \quad (13)$$

де $a_{i,j,v}, b_{i,j,v}$ і $c_{i,j,v}$ – центральна, ліва і права вершини вхідної нечіткої множини $A_{i,j,v}$ змінної K_i , $1 \leq j \leq r$, $1 \leq v \leq T_j(K_i)$, і $T_j(K_i)$ – підмножина вхідних значень $I_{i,j,v}$, одержана із j -ї множини значень I_{ij} вхідної лінгвістичної змінної K_i .

Використовуючи вирази (2)...(13), розіб'ємо пари входів і виходів множини P' на підмножини вхідних значень $I_{i,j,v}$ змінної K_i і множини вихідних значень O_j змінної Q , де

$1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq r$ і $1 \leq v \leq T_j(K_i)$. Таким чином, на основі підмножини вхідних значень $I_{i,j,v}$ змінної K_i і множини вихідних значень O_j змінної Q одержуємо функцію належності $\mu_{A_{i,j,v}}(k_i)$ вхідної нечіткої множини $A_{i,j,v}$ і функцію належності $\mu_{A_j}(q)$ нечіткої множини A_j вихідної лінгвістичної змінної Q відповідно.

Використовуючи ієрархічні взаємозв'язки між підмножинами значень вхідної лінгвістичної змінної K_i і множинами значень вихідної лінгвістичної змінної Q , узагальнимо нечіткі правила. Для ілюстрації ієрархічних взаємозв'язків між множинами вихідних значень і підмножинами вхідних значень розглянемо систему з двома вхідними лінгвістичними змінними K_1, K_2 і однією вихідною лінгвістичною змінною Q . При цьому j -у множину значень вихідної лінгвістичної змінної Q і j -у множину значень $I_{i,j}$ змінної K_i одержимо на основі α -перетинів відношення еквівалентності між вихідними значеннями змінної Q множини P' , де $i = 1,2; 1 \leq j \leq r$ і r – число підмножин, одержаних із множини P' . Отже, v -у підмножину вхідних значень $I_{i,j,v}$ змінної K_i одержуємо на основі α -перетинів відношення еквівалентності між значеннями j -ї множини вхідних значень $I_{i,j}$ змінної K_i , де $i = 1,2; 1 \leq j \leq r$ і $1 \leq v \leq T_j(K_i)$, $T_j(K_i)$ – число підмножин значень $I_{i,j,v}$, одержаних із j -ї множини значень $I_{i,j}$ змінної K_i .

Існує ієрархічне відношення між j -ю множиною значень O_j змінної Q і v -ю підмножиною вхідних значень $I_{1,j,v}$ змінної K_1 , яке зображене на рис. 2, де $1 \leq j \leq r$ і $1 \leq v \leq T_j(K_i)$.

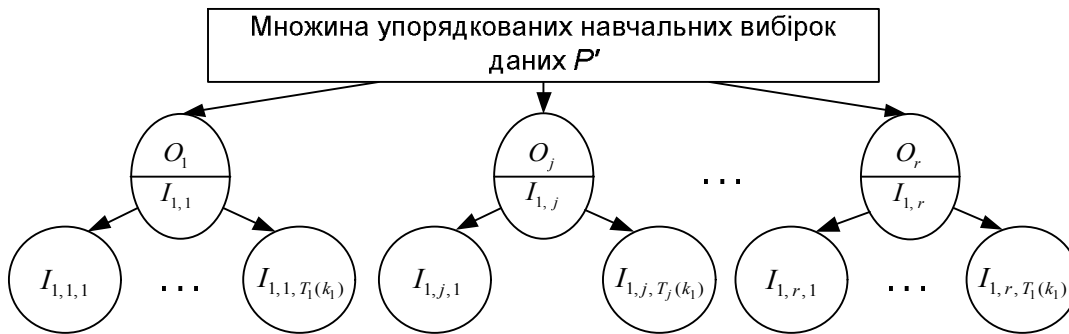


Рис. 2. Взаємозв'язок між множиною значень A_j вихідної лінгвістичної змінної Q і підмножиною значень $I_{1,j,v}$ вхідної лінгвістичної змінної K_1

Припустимо, що пара входів і виходів $(k_{1,p}, k_{2,p}, q_p)$ належить множині P' , де $1 \leq p \leq m$. Якщо значення $k_{1,p}$ змінної K_1 належить підмножині вхідних значень $I_{i,j,v}$, то відповідне значення q_p змінної Q буде належати множині вихідних значень O_j . На основі ієрархічних взаємозв'язків між j -ю множиною вихідних значень O_j змінної Q і v -ю підмножиною вхідних значень $I_{1,j,v}$ змінної K_1 можна знайти ієрархічний взаємозв'язок між j -ю вихідною нечіткою множиною A_j і v -ю вхідною нечіткою множиною $I_{1,j,v}$, який зображено на рис. 3, де $1 \leq j \leq r$ і $1 \leq v \leq T_j(K_1)$.

Із рис. 3 можна отримати нечіткі правила, які пов'язують нечітку множину A_j вихідної змінної Q і нечітку множину $I_{1,j,v}$ вхідної змінної K_1 :

Якщо $K_1 \in A_{1,1,1}$,	то $Q \in A_1$;	
Якщо $K_1 \in A_{1,1,T_1(k_1)}$,	то $Q \in A_1$;	
Якщо $K_1 \in A_{1,j,1}$,	то $Q \in A_j$;	(14)
Якщо $K_1 \in A_{1,j,T_j(k_1)}$,	то $Q \in A_j$;	
Якщо $K_1 \in A_{1,r,1}$,	то $Q \in A_r$;	
Якщо $K_1 \in A_{1,r,T_r(k_1)}$,	то $Q \in A_r$.	

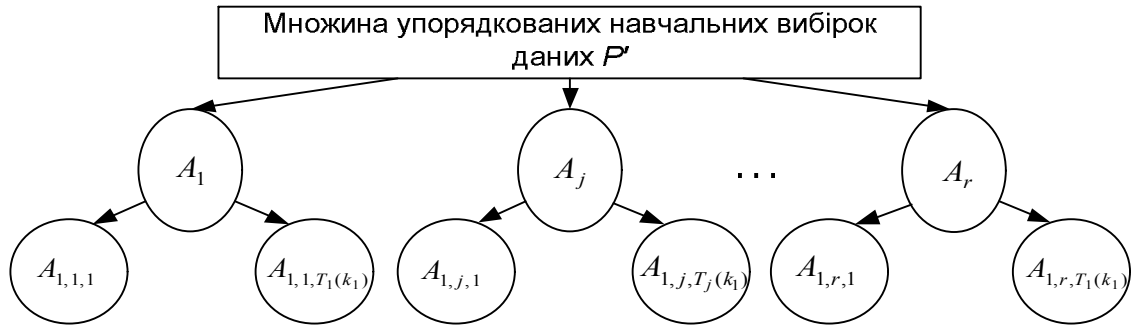


Рис. 3. Ілюстрація взаємозв'язків між вихідними нечіткими множинами A_j вихідної лінгвістичної змінної Q і вхідними нечіткими множинами $A_{1,j,v}$ вихідної лінгвістичної змінної K_1

Таким же чином отримаємо ієрархічний взаємозв'язок між j -ю множиною значень O_j змінної Q і v -ю підмножиною вхідних значень $I_{2,j,v}$ змінної K_2 (рис. 3), де $1 \leq j \leq r$ і $1 \leq v \leq T_j(K_2)$, а нечіткі правила можна узагальнити таким чином:

$$\begin{aligned}
 &\text{Якщо } K_2 \in A_{2,1,1}, && \text{то } Q \in A_1; \\
 &\text{Якщо } K_2 \in A_{2,1,T_1(k_2)}, && \text{то } Q \in A_1; \\
 &\text{Якщо } K_2 \in A_{2,j,1}, && \text{то } Q \in A_j; \\
 &&& (15) \\
 &\text{Якщо } K_2 \in A_{2,j,T_1(k_2)}, && \text{то } Q \in A_j; \\
 &\text{Якщо } K_2 \in A_{2,r,1}, && \text{то } Q \in A_r; \\
 &\text{Якщо } K_2 \in A_{2,r,T_r(k_2)}, && \text{то } Q \in A_r.
 \end{aligned}$$

Якщо значення $k_{1,p}$ належать множині $I_{1,j}$ вхідної лінгвістичної змінної K_1 , а вхідні значення $k_{2,p}$ належать множині $I_{2,j}$ вхідної лінгвістичної змінної K_2 , то значення q_p належить множині O_j вихідної лінгвістичної змінної Q для навчальних пар входів і виходів $(k_{1,p}, k_{2,p}, q_p)$ множини P . Таким чином, якщо пари $(k_{1,p}, k_{2,p}, q_p)$ задовольняють умовам “ $K_1 \in A_{1,j,v_1}$ ” і “ $X_2 \in A_{2,j,v_2}$ ” для деяких $v_1 \in [1, T_j(K_1)]$ і $v_2 \in [1, T_j(K_2)]$, то “ $Q \in A_j$ ”, де $p \in [1, m]$; $T_j(K_i)$ – кількість підмножин значень j -ї множини $I_{i,j}$ вхідної лінгвістичної змінної K_i , де $i = 1, 2$.

Нечіткі правила в (14) і (15) комбінують на основі ієрархічних взаємозв'язків між вихідною нечіткою множиною A_j і нечіткими множинами A_{1,j,v_1} і A_{2,j,v_2} вхідної лінгвістичної змінної K_2 таким чином:

$$\text{Якщо } K_1 \in A_{1,j,v_1} \wedge K_2 \in A_{2,j,v_2} \text{ то } Q \in A_j, \quad \text{де } 1 \leq j \leq r, 1 \leq v_1 \leq T_j(K_1) \text{ і } 1 \leq v_2 \leq T_j(K_2). \quad (16)$$

Насамкінець, узагальнимо $\sum_{j=1}^r T_j(k_1) T_j(k_2)$ нечіткі правила із даної множини числових навчальних вибірок даних. У загальному випадку, якщо у нечіткій системі існує n вхідних лінгвістичних змінних K_1, \dots, K_n з однією вихідною лінгвістичною змінною Q , то загальною кількістю нечітких правил від множини навчальних вибірок даних P на основі запропонованих нечітких алгоритмів буде

$$\sum_{j=1}^r \prod_{i=1}^n T_j(K_i), \quad (17)$$

де r – число нечітких множин лінгвістичної змінної Q ; $T_j(K_i)$ – кількість нечітких множин змінної K_i .

Розглянемо такі два нечіткі правила для двох змінних K_1, K_2 і однієї лінгвістичної змінної Q :

$$\begin{aligned}
 &\text{Якщо } K_1 = A_{1,1,1} \wedge K_2 = A_{2,1,1}, \text{ то } Q \in A_1; \\
 &\text{Якщо } K_1 = A_{1,2,1} \wedge K_2 = A_{2,2,1}, \text{ то } Q \in A_2,
 \end{aligned}$$

де A_1 і A_2 – нечіткі множини вихідної лінгвістичної змінної Q ; $A_{1,1,1}$ і $A_{1,2,1}$ – нечіткі множини вхідної лінгвістичної змінної K_1 , $A_{2,1,1}$; $A_{2,2,1}$ – нечіткі множини вхідної змінної K_2 (рис. 4).

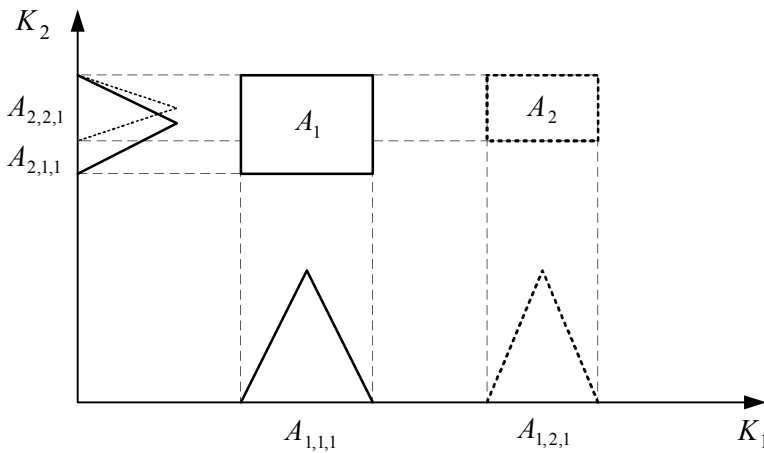


Рис. 4. Еквівалентність між вхідними нечіткими множинами

Із рис. 4 видно, що ступінь правдоподібності між вхідними нечіткими множинами $A_{2,1,1}$ і $A_{2,2,1}$ лінгвістичної змінної K_2 є високим. Оскільки дві вхідні нечіткі множини еквівалентні, то можна побудувати функцію належності нової вхідної нечіткої множини $A_{2,new}$ шляхом об'єднання функцій належності вхідних нечітких множин $A_{2,1,1}$ і $A_{2,2,1}$ вхідної лінгвістичної змінної K_2 . Після цього

замінюємо множини $A_{2,1,1}$ і $A_{2,2,1}$ в умовній частині нечіткого правила на множину $A_{2,new}$ і одержуємо нечіткі правила:

Якщо $K_1 \in A_{1,1,1} \wedge K_2 = A_{2,new}$, то $B \in A_1$;

Якщо $K_1 \in A_{1,2,1} \wedge K_2 = A_{2,new}$, то $B \in A_2$.

Варто зазначити, що можливе застосування й інших методів для вимірювання ступеня правдоподібності чи еквівалентності між різними нечіткими множинами.

Побудуємо матриці відношення еквівалентності для вхідних нечітких множин змінної K_i . Ступінь рівності двох різних вхідних нечітких множин A_{i,j_1,v_1} і A_{i,j_2,v_2} змінної K_i визначається як

$$E(A_{i,j_1,v_1}, A_{i,j_2,v_2}) = (|A_{i,j_1,v_1} \cap A_{i,j_2,v_2}|) / (|A_{i,j_1,v_1} \cup A_{i,j_2,v_2}|), \tag{18}$$

де $1 \leq j_1 \leq r$, $1 \leq j_2 \leq r$, $1 \leq v_1 \leq T_{j_1}(k_i)$ і $1 \leq v_2 \leq T_{j_2}(k_i)$, $|A_{i,j_1,v_1} \cap A_{i,j_2,v_2}|$ – область перетину двох різних вхідних нечітких множин A_{i,j_1,v_1} і A_{i,j_2,v_2} , $|A_{i,j_1,v_1} \cup A_{i,j_2,v_2}|$ – область об'єднання двох різних вхідних нечітких множин A_{i,j_1,v_1} і A_{i,j_2,v_2} .

Усередненням α -перетинів рівності одержуємо нечіткі множини, у яких ступінь рівності вищий, ніж визначене порогове значення $\alpha_{Equality}$, де $\alpha_{Equality} \in [0,1]$, і шляхом їх об'єднання одержуємо нову функцію належності. Припустимо, що $E(A_{i,j_1,v_1}, A_{i,j_2,v_2})$ – більше, ніж порогове значення $\alpha_{Equality}$, де значення $\alpha_{Equality}$ визначається користувачем, $\alpha_{Equality} \in [0,1]$. Тоді можна об'єднати дві вхідні нечіткі множини A_{i,j_1,v_1} і A_{i,j_2,v_2} вхідної змінної K_i для побудови нової нечіткої множини $A_{i,new}$, яка представляється трійкою $(a_{i,new}, b_{i,new}, c_{i,new})$. Трійка $(a_{i,new}, b_{i,new}, c_{i,new})$ обчислюється шляхом усереднення трійок $(a_{i,j_1,v_1}, b_{i,j_1,v_1}, c_{i,j_1,v_1})$ і $(a_{i,j_2,v_2}, b_{i,j_2,v_2}, c_{i,j_2,v_2})$ вхідних нечітких множин A_{i,j_1,v_1} і A_{i,j_2,v_2} відповідно наступним чином:

$$a_{i,new} = (a_{i,j_1,v_1} + a_{i,j_2,v_2}) / 2; \tag{19}$$

$$b_{i,new} = (b_{i,j_1,v_1} + b_{i,j_2,v_2}) / 2; \tag{20}$$

$$c_{i,new} = (c_{i,j_1,v_1} + c_{i,j_2,v_2}) / 2. \tag{21}$$

Функція належності $\mu_{A_{i,new}}(k_i)$ вхідної нечіткої множини $A_{i,new}$ змінної K_i представляється трійкою $(a_{i,new}, b_{i,new}, c_{i,new})$:

$$\mu_{A_{i,new}}(k_i) = \begin{cases} (k_i - a_{i,new}) / (b_{i,new} - a_{i,new}), & \text{якщо } a_{i,new} \leq k_i \leq b_{i,new}, \\ (c_{i,new} - k_i) / (c_{i,new} - b_{i,new}), & \text{якщо } b_{i,new} \leq k_i \leq c_{i,new}, \\ 0 & \text{інакше.} \end{cases} \quad (22)$$

Нову нечітку множину змінної K_i можна замінити такою вхідною нечіткою множиною змінної K_i , ступінь рівності якої вищий від порогового значення α_{Equality} .

На основі наведеного методу розробляється алгоритм навчання, який дозволяє будувати функції належності вхідних нечітких змінних. Навчальна вибірка даних P складається із m пар входів і виходів $(k_{1,p}, \dots, k_{n,p}, q_p)$ вхідних лінгвістичних змінних K_1, \dots, K_n і вихідної лінгвістичної змінної Q_p , $1 \leq p \leq m$.

Крок 1. Упорядкувати навчальні вибірки даних P у порядку зростання на основі значень вихідної лінгвістичної змінної Q і отримати множину упорядкованих навчальних вибірок даних P' .

Крок 2. Побудувати відношення еквівалентності R^T між значеннями вихідної лінгвістичної змінної Q множини упорядкованих вибірок даних P' .

Крок 3. Розбити упорядковані навчальні дані множини P' на r різних множин значень O_j вихідної лінгвістичної змінної Q і r різних множин значень I_{ij} вхідної лінгвістичної змінної K_i на основі α -перетинів відношення еквівалентності R^T , отриманих із вихідних значень змінної Q множини P' , де $1 \leq i \leq n$ і $1 \leq j \leq r$.

Крок 4. Вивести функцію належності $\mu_{A_j}(q)$ вихідної нечіткої множини A_j змінної Q на основі α -перетинів $A_{j,\alpha}$ вихідної нечіткої множини A_j по відношенню до множини вихідних значень O_j , де $1 \leq j \leq r$.

Крок 5. Упорядкувати вхідні значення множини вхідних значень I_{ij} вхідної змінної K_i у порядку зростання, де $1 \leq i \leq n$ і $1 \leq j \leq r$.

Крок 6. Побудувати відношення еквівалентності $R_{i,j}^T$ між значеннями j -ї множини вхідних значень $I_{i,j}$, де $1 \leq i \leq n$ і $1 \leq j \leq r$.

Крок 7. Розбити множину вхідних значень I_{ij} на $T_j(K_i)$ підмножин вхідних значень $I_{i,j,v}$ на основі α -перетинів відношення еквівалентності $R_{i,j}^T$, де $1 \leq i \leq n$ і $1 \leq j \leq r$, $1 \leq v \leq T_j(K_i)$; $T_j(K_i)$ – кількість підмножин значень, отриманих із j -ї множини вхідних значень I_{ij} вхідної лінгвістичної змінної K_i .

Крок 8. Вивести функцію належності $\mu_{A_{i,j,v}}(k_i)$ нечіткої множини $A_{i,j,v}$ вхідної лінгвістичної змінної K_i на основі α -перетинів $A_{(i,j,v),\alpha}$ вхідної нечіткої множини $A_{i,j,v}$ у відношенні до підмножини вхідних значень $I_{i,j,v}$ змінної K_i , де $1 \leq i \leq n$ і $1 \leq j \leq r$, $1 \leq v \leq T_j(K_i)$; $T_j(K_i)$ — число підмножин значень, отриманих із j -ї множини вхідних значень I_{ij} змінної K_i .

Крок 9. Створити нечіткі правила на основі ієрархічних взаємозв'язків між вихідною нечіткою множиною A_j вихідної лінгвістичної змінної Q і відповідною нечіткою множиною $A_{i,j,v}$ вхідної лінгвістичної змінної K_i , де $1 \leq i \leq n$ і $1 \leq j \leq r$, $1 \leq v \leq T_j(K_i)$.

Крок 10. Обчислити ступінь рівності $E(A_{i,j_1,v_1}, A_{i,j_2,v_2})$ між вхідними нечіткими множинами A_{i,j_1,v_1} і A_{i,j_2,v_2} змінної X_i на основі (18), де $1 \leq j_1 \leq r$, $1 \leq j_2 \leq r$, $1 \leq v_1 \leq T_{j_1}(K_i)$ і $1 \leq v_2 \leq T_{j_2}(K_i)$.

Крок 11. Якщо $E(A_{i,j_1,v_1}, A_{i,j_2,v_2}) > \alpha_{\text{Equality}}$, де α_{Equality} визначається користувачем, $\alpha_{\text{Equality}} \in [0,1]$, $1 \leq j_1 \leq r$, $1 \leq j_2 \leq r$, $1 \leq v_1 \leq T_{j_1}(K_i)$ і $1 \leq v_2 \leq T_{j_2}(K_i)$, то:

а) побудувати нову нечітку множину $A_{i,new}$ змінної K_i шляхом об'єднання вхідних нечітких множин A_{i,j_1,v_1} і A_{i,j_2,v_2} вхідної лінгвістичної змінної K_i ;

б) замінити нечіткі множини A_{i,j_1,v_1} і A_{i,j_2,v_2} вхідної лінгвістичної змінної K_i в умовній частині нечітких правил новою вхідною нечіткою множиною $A_{i,new}$.

Висновки. У статті запропоновано розв'язання проблеми агрегування метрик нижчого рівня у метрики вищого рівня при застосуванні нечітких метрик. Зазначена проблема розв'язана в контексті загальної проблеми створення і забезпечення функціонування ІТ-інфраструктури для досягнення рівня вимог користувачів з найменшими витратами. Запропоновані в статті модель і метод покладені в основу реалізації функцій управління якістю обслуговування користувачів у складі створеної в НТУУ «КПІ» системи управління ІТ-інфраструктурою (СУ ІТ-І) SmartBase.ITSControl. Ця система впроваджена в декількох великих розподілених ІТС і використовується в декількох проектах, які перебувають на стадії проектування.

Перспектива розвитку досліджень пов'язана з розробленням формальної моделі взаємопов'язаних метрик оцінювання ІТ-інфраструктури усіх рівнів її представлення, моделей і методів для агрегування інших типів метрик, методів вирішення задач оптимізації параметрів і управління ІТ-інфраструктурою, що дозволить розширити множину ситуацій, в яких може застосовуватися СУ ІТ-І SmartBase.ITSControl.

Література

1. SLA Management Handbook. SLA Management Handbook. Volume 2. Concepts and Principles. Release 2.5. – TeleManagement Forum. – 2005. – 218 p.
2. Boutaba R., Xiao J., Aib J. CyberPlanner: A comprehensive toolkit for network service providers. – 2008, IEEE. – P.382-386.
3. Клейнрок Л. Вычислительные сети с очередями / Л. Клейнрок. – М.: Мир, 1979. – 432 с.
4. Будко П. А. Управление в сетях связи. Математические модели и методы оптимизации / П. А. Будко, В. В. Федоренко. – М.: Наука, 2003. – 288 с.
5. Порецкий С. Моделирование алгоритма маршрутизации транспортной АТМ-сети / С. Порецкий // Электросвязь. – 2000. – №10. – С.16—19.
6. Будко П. А. Выбор пропускных способностей каналов связи в условиях изменяющейся нагрузки / П. А. Будко // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2000. – №3-4, Т.3. – С. 86-72.
7. Пасечников И. И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей / И. И. Пасечников. – М.: Машиностроение, 2004. – 216 с.
8. Cai Z., Chen Y., Kumar V., Milojevic D., Shwan K. Automated Availability Management Driven by Business Policies // 10th IFIP/IEEE Symposium on Integrated Management (IM). – 2007. — P. 264—273.
9. Catanis I. An Introduction to the cognitive concept as a cost-effective method for network performance management // Wireless Communications and Networking Conference, IEEE. – 2008. – P.3197-3201.
10. Paxson V., Almes G., Mahdavy J., Mathis M. Framework for IP performance metrics // RFC 2330, Informational. – May 1998.
11. Mahdavy J., Paxson V. IPPM metrics for measuring connectivity // RFC 2678, Proposed Standard. – September 1999.
12. Bergnum K., Burgess M., Jonassen T.M., Fagernes S. On the stability of adaptive service management // eTransactions on Network and Service Management. – 2006. – №1, Vol. 2. – P.13-21.
13. Bucu M.J., Chang R.N., Luan L.Z., Ward C., Wolf J.L., Yu P.S. Utility computing SLA management based upon business objectives // IBM Systems Journal. – 2004. – №1, Vol. 43. – P.159-178.