

УДК 621.391

Максимов В. В., к. т. н.; Чуприна Р.С. (Ин-т телекоммуникационных систем НТУУ «КПИ»)

## ОБРАТНЫЕ КОМПОЗИТНЫЕ КОДЫ БАРКЕРА

**Максимов В. В., Чуприна Р. С. Обернені композитні коди Баркера.** В даній роботі пропонується методика формування обернених композитних кодів Баркера і досліджується можливість їх використання в мережах стандарту WCDMA для синхронізації.

**Ключові слова:** КОД БАРКЕРА, АВТОКОРЕЛЯЦІЙНА ФУНКЦІЯ, УЗГОДЖЕНИЙ ФІЛЬТР, WCDMA, CDMA

**Максимов В. В., Чуприна Р. С. Обратные композитные коды Баркера.** В данной работе предлагается методика формирования обратных композитных кодов Баркера и исследуется возможность его использования в сетях стандарта WCDMA для синхронизации.

**Ключевые слова:** КОД БАРКЕРА, АВТОКОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ, СОГЛАСОВАННЫЙ ФИЛЬТР, WCDMA, CDMA

**Maksimov V. V., Chupryna R. S. Inverse composite Barker codes.** In this paper we propose a method of forming composite codes Barker and investigate the possibility of its use in networks of WCDMA for synchronization.

**Key words:** BARKER CODE, AUTOCORRELATION FUNCTION, MATCHED FILTER, WCDMA, CDMA

**Постановка задачи.** Широкополосные сигналы (ШПС) находят применение в современных многоканальных системах связи с кодовым разделением каналов (CDMA, WCDMA). Такие сигналы занимают полосу частот более широкую, нежели полоса частот, в которой передаются информационные сигналы. Основной характеристикой ШПС является база сигнала, определяемая как произведение ширины его спектра  $F$  на его длительность  $T$ :

$$B = F \cdot T \gg 1 \quad (1)$$

База ШПС также является отношением занимаемой сигналом полосы частот к информационной полосе частот. Потому база широкополосного сигнала намного больше 1.

Простейшим методом приема ШПС является корреляционный. Основным предметом сравнения выступает автокорреляционная функция (АКФ) последовательности. АКФ – это мера подобия сигнала и его копии, сдвинутой во времени. При совпадении сигнала с его копией мы получаем максимальный (главный) выброс АКФ, благодаря которому, аппаратура детектирования может обнаружить и извлечь полезный сигнал из шумов. В основу же характеристики и сравнения широкополосных сигналов положена величина максимального бокового выброса (лепестка) АКФ. Иногда его предоставляют в процентном соотношении от величины главного выброса.

В системах с необходимостью быстрого получения синхронизации рекомендуется использовать синхронизирующие кодовые слова. Приемник должен знать кодовое слово и постоянно искать его в потоке данных, используя для этого коррелятор на согласованных фильтрах. Хорошим синхронизирующим кодовым словом является то, которое имеет малое абсолютное значение "побочных максимумов корреляции" [1].

В роли синхронизирующего кодового слова в сетях WCDMA могут быть использованы  $M$ -последовательности, последовательности Гоулда, последовательности Баркера.

$M$ -последовательности или последовательности максимальной длины могут быть описаны с помощью рекуррентных формул. Когда последовательности записываются через элементы  $d_k = \{1, 0\}$ , то для  $k > n$ , где  $n$  определяется выражением  $L=2^n-1$ , каждый элемент  $d_{i+1}$  является суммой по модулю 2 определенных элементов, выбранных из предыдущих  $n$  элементов. При этом рекуррентная формула  $M$ -последовательности имеет вид:

$$d_{i+1} = a_1 d_i \oplus a_2 d_{i-1} \oplus \dots \oplus a_n d_{i-n}, \quad (2)$$

где коэффициенты  $a_j$  равны либо нулю, либо единице.

Начальные  $n$  элементов данных последовательностей выбираются произвольно, исключая последовательность, состоящую только из нулей. В случае выбора другого

начального блока происходит лишь циклическое смещение  $M$ -последовательности. При специально подобранных значениях коэффициентов  $\{a_j\}$  рекуррентная формула (2) обеспечивает получение последовательности максимальной длины, состоящей из  $L=2^n-1$  элементов [2].

Результаты анализа взаимно-корреляционных свойств  $M$ -последовательностей показали, что только небольшое количество из всего ансамбля  $M$ -последовательностей с заданным периодом обладает удовлетворительными корреляционными свойствами. Конечно, это не может удовлетворить потребности систем WCDMA, когда речь идет об использовании порядка тридцати последовательностей и более.

Попытки найти ансамбли последовательностей с периодом  $N = 2^k - 1$  большого объема, которые имели бы приемлемые максимальные значения автокорреляционных функций, привели к появлению важного класса периодических псевдослучайных последовательностей, так называемых последовательностей Гоулда или  $Q$ -последовательностей. Они формируются с помощью простого генератора последовательностей на основе двух регистров сдвига одинаковой разрядности и обладают по отношению к  $M$ -последовательностям двумя достоинствами. Во-первых, генератор кодовых последовательностей, построенный на основе двух регистров сдвига длиной  $N$  каждый, может генерировать кроме двух исходных  $M$ -последовательностей еще  $N$  последовательностей длиной  $2^N-1$ , то есть значительно расширяется число генерируемых кодовых последовательностей. Во-вторых, коды Гоулда могут быть выбраны так, что взаимная корреляционная функция (ВКФ) для всех получаемых от одного генератора кодовых последовательностей будет одинаковой, а величина ее боковых пиков ограничена [3].

Наилучшими корреляционными характеристиками обладают, открытые в 1953 году, последовательности Баркера. Величина максимального бокового выброса АКФ последовательностей Баркера не превышает  $\frac{1}{N}$ , где  $N$  – длина кодовой последовательности. Известных последовательностей Баркера очень мало, и максимальная длина последовательности достигает всего 13 разрядов. Известные кодовые последовательности Баркера показаны в табл.1 [4]. АКФ последовательностей Баркера определяется по формуле:

$$R(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^m c(i)c(i+k) \quad (3)$$

В [5] предложен метод формирования композитных кодов Баркера, обладающих корреляционными свойствами, подобными тем, которыми обладает код Баркера, а именно: данный код формируется путем перемножения двух стандартных последовательностей Баркера. Одна из них (короткая), называется образующей, а вторая, более длинная – элементарной. В результате перемножения короткой последовательности на более длинную, получают последовательности свыше 13 разрядов. Основной выброс АКФ у них равен числу разрядов последовательности  $N$ , а максимальный боковой выброс в положительную область имеет значения близкие к 1.

В данной работе предлагается формировать композитный код иным способом, а именно, путем умножения длинной последовательности на короткую, т.е. в роли образующей использовать более длинные последовательности, а в роли элементарной – короткие последовательности Баркера. Назовем эти последовательности *обратными композитными кодами Баркера*. Целью работы является исследование возможности их применения в сетях WCDMA для кадровой синхронизации.

Канонические последовательности Баркера Табл. 1

$N$	Последовательность Баркера	$N$	Последовательность Баркера
2	+1-1	3	+1+1-1
4	+1+1+1-1	4	+1+1-1+1
5	+1+1+1-1+1	7	+1-1+1+1-1-1-1
11	+1+1+1+1-1-1+1+1+1-1+1	13	+1+1+1+1+1-1-1+1+1-1+1+1

**Прямые и обратные композитные коды Баркера.** В табл. 2 показано формирование прямого и обратного композитных кодов Баркера длиной 14 на основе канонических последовательностей C2 и C7 (см. табл. 1), а на рис. 1 показан вид этих последовательностей.

Табл. 2

C2	-1+1
C7	-1-1-1+1+1-1+1
C2·C7	+1+1+1-1-1+1-1-1-1+1+1-1+1
C7·C2	+1-1+1-1+1-1-1+1-1+1+1-1-1+1

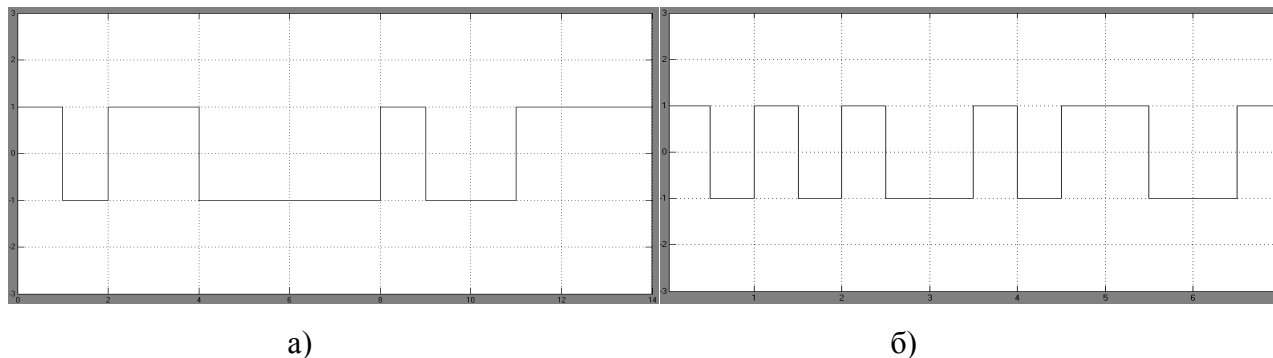


Рис.1. Прямой C2·C7 (а) и обратный C7·C2 (б) композитные коды Баркера длиной 14

Для сравнения корреляционных свойств кодовых последовательностей, используем имитационную модель, построенную в среде Matlab (рис. 2). В табл. 3 приведен результат вычисления АКФ последовательности C7·C2,

Имитационная модель состоит из 2 источников канонической последовательности Баркера, которые подключаются к перемножителю. На его выходе генерируется композитный код Баркера. Меняя точки подключения источников кода, получаем либо прямой, либо обратный композитный код Баркера. Далее сформированная композитная последователь-

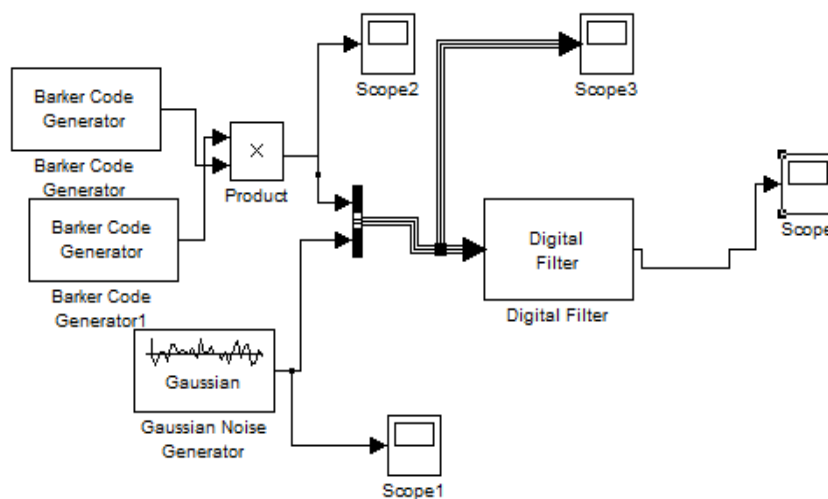


Рис. 2. Имитационная модель формирования, передачи и выделения композитных кодов Баркера

ность поступает на смеситель, ко второму входу которого подключен источник шума. После смесителя смесь сигнала и шума подается на цифровой фильтр.

Импульсная характеристика цифрового фильтра является зеркальным отображением принимаемого дискретного сигнала (коэффициенты цифрового фильтра являются исходной композитной последовательностью, записанной справа налево). Фильтр производит умножение на эталонную последовательность и усиливает полезный сигнал. На выходе фильтра получаем автокорреляционную функцию, повторяющуюся периодически. Основным выброс равен числу разрядов последовательности и виден на фоне шумов.

В цифровом фильтре хранятся  $N$ -битовые кодовые слова, которые в процессе детектирования умножаются на  $N$  поступающих битов.

Вычисление последовательности C7·C2														Табл. 3
+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	Резу- льтат
+1														+1
-1	+1													-2
+1	-1	+1												+1
-1	+1	-1	+1											0
+1	-1	+1	-1	+1										+1
-1	+1	-1	+1	-1	+1									-2
-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1								+1
+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1							0
-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1						+1
+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1					-2
+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1				+1
-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1			0
-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1		-7
+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	14

Максимальное значение будет получено, если  $N$  входных битов точно соответствуют  $N$ -битовому кодовому слову. Для успешного детектирования сигнала необходимо, чтобы импульсная характеристика фильтра была зеркальным отображением извлекаемого кода. Проверим это на примере обратного композитного кода Баркера C7·C2 (см. табл. 1). Для данного кода импульсная характеристика будет равна:  $h(t) = +1-1-1+1+1-1+1-1+1-1+1-1+1-1+1$ .

На рис. 3а и 3б показаны, соответственно, АКФ прямого C2·C7 и обратного C7·C2 композитных кодов Баркера. Видно, что рассчитанные в табл. 3 точки АКФ C7·C2, совпадают с точками АКФ, построенной с помощью ПО Matlab.

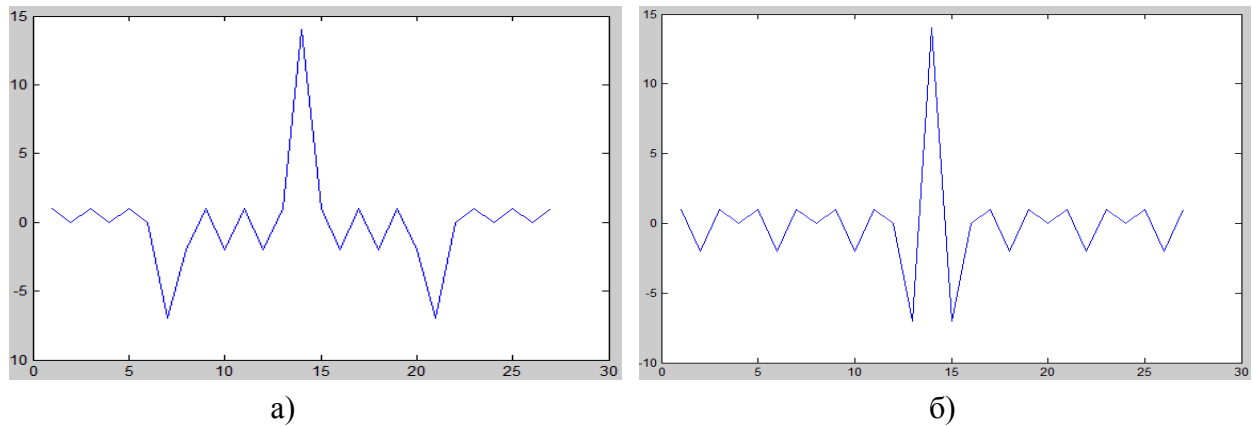


Рис. 3. Автокорреляционная функция прямого C2·C7 (а) и обратного C7·C2 (б) композитных кодов Баркера длиной 14 разрядов

На рис. 4 приведены осциллограммы смеси сигнала и шума на выходе фильтра при использовании прямого C2·C7 (а) и обратного C7·C2 (б) композитных кодов Баркера (сигнал обозначен сплошной линией, шум – штриховой).

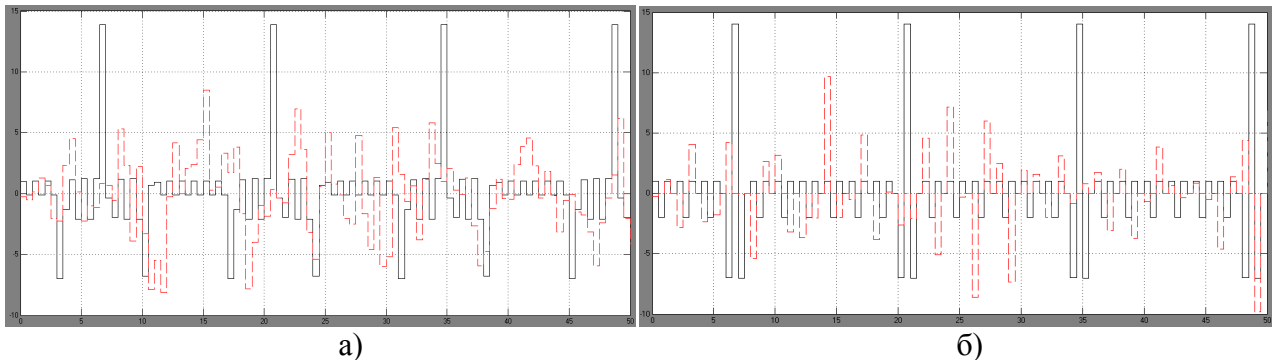


Рис. 4. Осциллограммы на выходе фильтра при использовании прямого (а) и обратного (б) композитных кодов Баркера при соотношении сигнал/шум 0 дБ

Основные выбросы АКФ в положительную область, как у прямого так и у обратного композитного кода имеют одинаковую величину. Также одинаковую величину имеют максимальные выбросы АКФ в отрицательную область, но у обратного композитного кода они расположены в непосредственной близости от основного выброса.

На рис. 5 показан отклик на выходе фильтра при соотношении сигнал-шум на входе равном 3 дБ.

**Помехоустойчивость обратных композитных кодов Баркера.** Помехоустойчивость сигнала характеризуется вероятностью ошибки  $P_{ош}$  регистрации, которая включает в себя вероятность ложного обнаружения сигнала  $P_{ло}$  вероятность пропуска сигнала  $P_{пс}$ :

$$P_{ош} = P_{ло} + P_{пс} \tag{4}$$

Вероятность ложного обнаружения сигнала равна отношению  $P_{ло} = \frac{N_{ло}}{N}$ . При ее определении регистрируется количество превышений выбросами шума  $N_{ло}$  установленного порога регистрации  $L$  на протяжении длительности теста  $N$ . Количество ложных выбросов для разных значений порога  $L$  при длительности теста  $N=1000$  при отношении  $c/ш=0$ дБ для обратного композитного кода Баркера C7·C2 приведены в табл. 4.

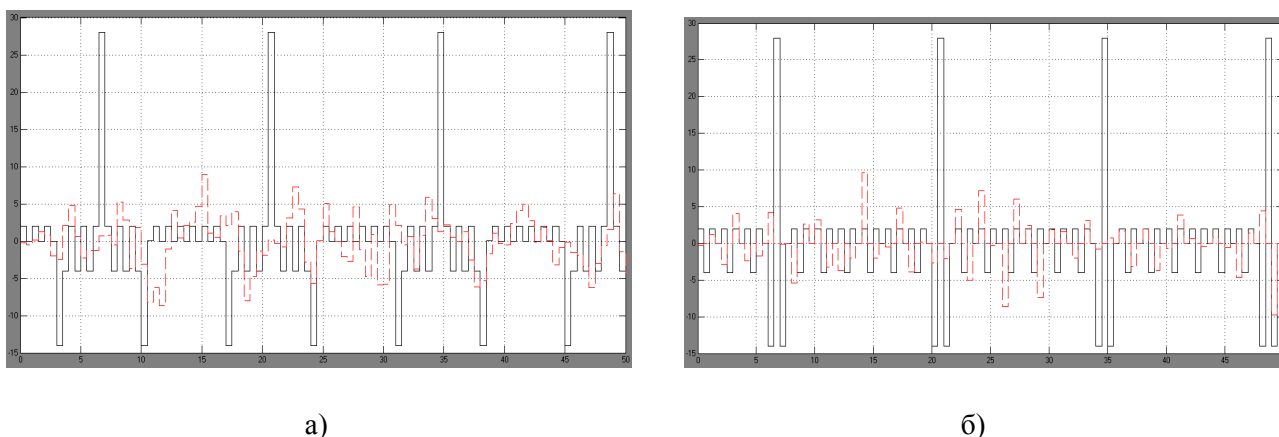


Рис. 5. Осциллограммы на выходе фильтра при использовании прямого (а) и обратного (б) композитных кодов Баркера при соотношении сигнал/шум 3дБ

Табл. 4.

Порог регистрации $L$	7	8	9	10	11	12
$P_{ло}$	$14 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	0	0

При установке порога регистрации равном 10 на временном участке в 1000 импульсов фильтр зарегистрировал 2 “ложных” импульса. Соответственно, вероятность ложного обнаружения равна  $2 \cdot 10^{-3}$ . При установке порога  $L$  больше 10 ложных срабатываний не обнаружено.

Вероятность пропуска сигнала определяется как  $P_{пс} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\frac{\Delta}{\sqrt{2}\sigma})$ , где  $\sigma$ -дисперсия шума, а  $\Delta = \text{АКФ}_{\text{макс}} - L$ .

При  $\sigma = 1$  определим  $P_{ош}$  в зависимости от разности основного выброса АКФ и порога регистрации сигнала при отношении  $c/ш=0$ дБ (табл. 5).

Согласно результатам моделирования вероятность ошибки при регистрации обратного композитного кода Баркера не превышает допустимых значений ( $10^{-4} \dots 10^{-5}$ ) для длинных кодов (более 15), что позволяет использовать их в качестве синхронизирующих слов в сетях WCDMA.

Вероятность ошибки для обратных композитных кодов Баркера Табл. 5

Обратный комп. код	Макс. выброс АКФ	Порог, $L$	Длит. теста	$P_{\text{ЛО}}$	$P_{\text{ПС}}$	$P_{\text{ош}}$
C3·C2	6	5	1000	0,011	0,1611	0,1721
C4·C2	8	7	1000	0,007	0,1611	0,1681
C5·C2	10	8	1000	0,002	0,0231	0,0251
C7·C2	14	10	1000	0,002	0	0,002
C11·C2	22	14	1000	0,001	0	0,001
C13·C2	26	20	1000	0	0	0
C4·C3	12	10	1000	0,006	0,0231	0,0291
C4·C4	16	12	1000	0	0	0
C5·C3	15	13	1000	0,002	0,0231	0,0251
C7·C3	21	17	1000	0,0003	0	0,0003
C11·C3	33	24	1000	0,0003	0	0,0003
C13·C3	39	22	1000	0	0	0
C5·C4	20	15	1000	0,00025	0	0,00025
C5·C5	25	20	1000	0	0	0
C7·C4	28	20	1000	0	0	0
C11·C4	44	30	1000	0	0	0
C13·C4	52	30	1000	0	0	0
C7·C5	35	30	1000	0	0	0
C7·C7	49	40	1000	0	0	0
C11·C5	55	50	1000	0	0	0
C13·C5	65	50	1000	0	0	0
C11·C7	77	50	1000	0	0	0
C11·C11	121	70	1000	0	0	0
C13·C7	91	70	1000	0	0	0
C13·C11	143	70	1000	0	0	0
C13·C13	169	70	1000	0	0	0

**Выводы.** Предложен метод формирования обратных композитных кодов Баркера, которые, как и прямые, обладают уникальными корреляционными свойствами. Помехоустойчивость обратных композитных кодов Баркера позволяет использовать их в качестве синхронизирующих слов в сетях WCDMA.

### Литература

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Скляр Б. ; пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
2. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л. Е. Варакин. – М.: Радио и связь, 1985. – 384с.
3. Режим доступа : <http://cxem.net/sprav/sprav111.php>
4. Barker, R. H. (1953). Group Synchronizing of Binary Digital Sequences. Communication Theory. – London: Butterworth. – P. 273-287.
5. Банкет В.Л. Композитные коды Баркера / В. Л. Банкет, М. С. Токарь // Цифрові технології. – 2007. – №2. – С.8-17.