Висновок. Таким чином, за допомогою розробленого методу на кожному етапі процесу функціонування УРМ забезпечується формування та відпрацювання оптимального набору ОЗ з урахуванням обмежень відведеного часу. При цьому забезпечується досягнення максимальної кількості виконаних типових ОЗ у різних умовах обстановки.

Література

1. Растригин Л.А. Обучающие системы / Л.А. Растригин // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1993. – № 2. – С. 153-163.

2. Зайченко Ю.П. Исследование операций: учеб. пособие для студ. ВУЗ-ов / Ю.П. Зайченко. – [2-е изд.]. – К.: Вища школа, 1979. – 392 с.

3. Зайченко Ю.П. Исследование операций: сборник задач. – [2-е изд.]. – / Ю.П. Зайченко, С.А. Шумілова. – К.: Вища школа, 1990. – 239 с.

4. Осинский Л.М. Методы оптимизации с приложениями к военному делу / Л.М. Осинский. – К.: КВІРТУ ППО, 1971. – 263 с.

5. Підхід до вирішення задачі компромісно-оптимального вибору маршруту руху об’єктів в конфліктному середовищу / С.А. Шворов, А.М. Берназ, О.І. Бурчак [та ін.] // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – 2008. – № 19. – С. 63–70.

6. Шворов С.А. Обґрунтування раціонального варіанту побудови інтелектуальної роботизованої системи спеціального призначення [Електронний ресурс] / С.А. Шворов, І.М. Болбат, В.М. Штепа // Енергетика і автоматика. – 2012. – № 2(12). – Режим доступу : www.nbuv.gov.ua/e-Journals/eia/2012_2/index.htm.

УДК 004.056.53

Букелкул Салих, асп. *(Гос. университет информационно-коммуникационных технологий)*

ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ СУММ СЛУЧАЙНОГО ЧИСЛА СЛУЧАЙНЫХ СЛАГАЕМЫХ

Букелкул Саліх. Гранична теорема для сум випадкового числа випадкових доданків. Доводиться гранична теорема, що встановлює необхідну і достатню умову для збіжності до граничного розподілу сум випадкового числа незалежних однаково розподілених випадкових доданків, причому передбачається, що послідовність індексів сумування, нормована деякою послідовністю постійних, сходитися до одиниці.

Ключові слова: ГРАНИЧНИЙ РОЗПОДІЛ, ГРАНИЧНА ТЕОРЕМА, ЗБІЖНІСТЬ

Букелкул Салих. Предельная теорема для сумм случайного числа случайных слагаемых. Доказывается предельная теорема, устанавливающая необходимое и достаточное условие для сходимости к предельному распределению сумм случайного числа независимых одинаково распределенных случайных слагаемых, причем предполагается, что последовательность индексов суммирования, нормированная некоторой последовательностью постоянных, сходиться к единице.

Ключевые слова: ПРЕДЕЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ, ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА, СХОДИМОСТЬ

Boukelkul Salikh. Limit theorem for the sums of random number of random variables. Prove a limit theorem that establishes a necessary and sufficient condition for the convergence to the limit distribution of sums of random number of independent and identically distributed random variables, and it is assumed that the sequence of summation indices, normalized by some sequence of constants, converge to one.

Keywords: LIMIT DISTRIBUTION, LIMIT THEOREM, CONVERGENCE

Рассмотрим последовательность независимых одинаково распределенных при каждом n случайных величин:

$$\begin{matrix} \xi_{11}, & \xi_{12}\,\cdots, & \xi_{1k,\ldots} \\ \xi_{21}, & \xi_{22}\,\cdots, & \xi_{2k},\cdots\ , \\ \xi_{n1}, & \xi_{n2}\,\cdots, & \xi_{nk},\cdots \end{matrix}$$

удовлетворяющих условию бесконечной малости:

$$P\{|\xi_{n1}| > \varepsilon\} \to 0 \ \text{ при } \ n \to \infty \ \text{ для любого } \varepsilon > 0.$$

Теорема 1.1. Пусть имеются последовательность целых положительных чисел $\{K_n\}, K_n \to \infty$ при $n \to \infty$ и последовательность целочисленных положительных случайных величин $\{\nu_n\}$ такие, что при $n \to \infty$

$$\frac{\nu_n}{k_n} \to^P 1. \qquad \textbf{(1)}$$

Тогда для того, чтобы распределения сумм $\sum_{k=1}^{\nu_n} \xi_{nk}$ слабо сходились к некоторому предельному закону $G(x)$, необходимо и достаточно, чтобы к некоторому предельному закону $G_1(x)$ слабо сходились распределения сумм $\sum_{k=1}^{\nu_n} \xi_{nk}$. Предельные распределения $G(x)$, и $G_1(x)$ совпадают и, согласно классическим результатам теории суммирования, обязаны быть безгранично делимыми.

Доказательство. Для доказательства теоремы нам понадобятся следующие леммы, описывающие свойства величин ξ_{nk}, ν_n и k_n.

Лемма 1.1. Если выполнено (1), то найдутся такие последовательности положительных целых чисел $\{\acute{K}_n\}$ и $\{\acute{\acute{K}}_n\}$,$\acute{K}_n < \acute{\acute{K}}_n$, что при $n \to \infty$

$$\frac{\acute{K}_n}{K_n} \to 1, \frac{\acute{\acute{K}}_n}{K_n} \to 1, \ \ P\left\{\acute{K}_n < \nu_n \le \acute{\acute{K}}_n\right\} \to 1. \qquad \textbf{(2)}$$

Лемма 1.2. Пусть при $n \to \infty$ $\ S(n) = \sum_{k=1}^{k_n} \xi_{nk} \to^P 0.$

Тогда для любого $\varepsilon > 0$ $\quad P\{\max_{1 \le k \le K_n} |\xi_{nk}| > \varepsilon\} \to 0.$

Лемма 1.3. Если при $n \to \infty$ $\ S(n) = \sum_{k=1}^{k_n} \xi_{nk} \to^P 0$, а сами слагаемые ограничены: $|\xi_{nk}| < C$, то

$$K_n M\xi_{n1} \to 0, K_n D\xi_{n1} \to 0 \qquad \textbf{(3)}$$

Лемма 1.4. Пусть $\{\acute{\nu}_n\}$ – последовательность случайных величин, полученных из последовательности $\{\nu_n\}$ следующим образом:

$$\acute{\nu}_n = \begin{cases} \acute{K}_n + 1; & \nu_n \le \acute{K}_n, \\ \nu_n; & \acute{K}_n < \nu_n \le \acute{\acute{K}}_n, \\ \acute{\acute{K}}_n; & \nu_n \ge \acute{\acute{K}}_n. \end{cases}$$

Тогда из $\ \sum_{k=1}^{k_n} \xi_{nk} \to^P 0 \quad$ следует, что $\quad \sum_{k=k_n+1}^{\nu_n} \xi_{nk} \to^P 0.$

Доказательство леммы 1.3. Из условия леммы следует существование для любых $\delta > 0$ и $\varepsilon > 0$ такого n, что для всех $n > N$ $\quad P\left\{\left|\frac{\nu_n}{K_n} - 1\right| \ge \varepsilon\right\} \le \delta.$

Рассмотрим убывающие последовательности $\{\xi_1\}$и $\{\delta_1\}$, стремящиеся к нулю. Им соответствует последовательность $N_,$ такая, что:

при $\quad n \ge N_1 \qquad P\left\{\left|\frac{\nu_n}{K_n} - 1\right| \ge \varepsilon_1\right\} \le \delta_1;$

при $\quad n \ge N_2 \qquad P\left\{\left|\frac{\nu_n}{K_n} - 1\right| \ge \varepsilon_2\right\} \le \delta_2$ и т.д.

Определим $\acute{K}_n$и $\acute{\acute{K}}_n$ для n, удовлетворяющих неравенству $N_1 \le n < N_2$ следующим образом: $\acute{K}_n = [K_n(1-\varepsilon_1],\acute{\acute{K}}_n = [K_n(1-\varepsilon_1] + 1$ где $[a]$ – целая часть а.

Тогда для этих n:

$$P\{\nu_n \le \acute{K}_n\} = P\left\{\frac{\nu_n}{K_n} \le \frac{\acute{K}_n}{K_n}\right\} \le P\left\{\frac{\nu_n}{K_n} - 1 \le \varepsilon_1\right\};$$

$$P\{\nu_n > \acute{K}_n\} \le P\left\{\frac{\nu_n}{K_n} - 1 \ge \varepsilon_1\right\};$$

$$P\left\{\acute{K}_n < \nu_n \le \acute{\acute{K}}_n\right\} \ge P\left\{\left|\frac{\nu_n}{K_n} - 1\right| \le \varepsilon_1\right\} \ge 1 - \delta_1.$$

Аналогичным образом определим $\acute{K}_n$и $\acute{\acute{K}}_n$ для всех n. Очевидно, при таком выборе $\acute{K}_n$и $\acute{\acute{K}}_n$ условия (2) будут выполнены.

Доказательство леммы 1.4. Положим: $\eta_{nk} = \begin{cases} 0; & |\xi_{n,k+\acute{K}_n}| > 1 \\ \xi_{n,k+\acute{K}_n}; & |\xi_{n,k+\acute{K}_n}| \le 1 \end{cases}.$

Тогда $$P(\cup_{k=1}^{\acute{K}_n-\acute{\acute{K}}_n}\{\xi_{n,k+\acute{K}_n} \ne \eta_{nk}\}) = P\left\{\max_{\acute{K}_n+1<k\le\acute{\acute{K}}_n}|\xi_{nk}| > 1\right\}. \quad \textbf{(4)}$$

Но правая часть равенства (4) стремится к нулю по лемме 1.3 и условию леммы 1.4. Поскольку $\acute{\nu}_n \le \acute{\acute{K}}_n$, получаем, что

$$P\left\{\sum_{k=k_n+1}^{\acute{\nu}_n}\xi_{nk} \ne \sum_{k=1}^{\acute{\nu}_n-\acute{K}_n}\xi_{nk}\right\} \le P(\cup_{k=1}^{\acute{K}_n-\acute{\acute{K}}_n}\{\xi_{n,k+\acute{K}_n} \ne \eta_{nk}\}) \to 0. \quad \textbf{(5)}$$

Кроме того, $P\left\{\sum_{k=k_n+1}^{\acute{\acute{K}}_n}\xi_{nk} \ne \sum_{k=1}^{\acute{\acute{K}}_n-\acute{K}_n}\eta_{nk}\right\} \le P(\cup_{k=1}^{\acute{K}_n-\acute{\acute{K}}_n}\{\xi_{n,k+\acute{K}_n} \ne \eta_{nk}\}) \to 0.$

Следовательно, $\sum_{k=1}^{\acute{\acute{K}}_n-\acute{K}_n}\eta_{nk} \to^P 0.$

Положим: $$m_n = M\eta_{nk}, \acute{\eta}_{nk} = \eta_{nk} - m, S(n,k) = \sum_{m=1}^{k}\eta_{nm}.$$

Тогда $$\sum_{k=1}^{\acute{\nu}_n-\acute{K}_n}\eta_{nk} = S(n, \acute{\nu}_n - \acute{K}_n) + (\acute{\nu}_n - \acute{K}_n)m_n.$$

и по лемме 1.3 из (2) получаем: $\left|(\acute{\nu}_n - \acute{K}_n)\acute{\acute{K}}_n - \acute{K}_n\right| \le \left|(\acute{\acute{K}}_n - \acute{K}_n)m_n\right| \to 0.$

Для оценки $S(n, \acute{\nu}_n - \acute{K}_n)$ применим неравенство Колмогорова и лемму 1.1. Для любого $\varepsilon > 0$

$$P\{|S(n, \acute{\nu}_n - \acute{K}_n)| \ge \varepsilon\} \le P\left\{\max_{1\le k\le\acute{\nu}_n-\acute{K}_n}|S(n,k)| \ge \varepsilon\right\} \le P\left\{\max_{1\le k\le\acute{\nu}_n-\acute{K}_n}|S(n,k)| \ge \varepsilon\right\} \le$$
$$\le (\acute{\acute{K}}_n - \acute{K}_n)D\eta_{n1} \to 0.$$

Следовательно, $\sum_{k=1}^{\acute{\nu}_n-\acute{K}_n}\eta_{nk} \to^P 0.$

Из (5) вытекает, что $\sum_{k=k_n+1}^{\acute{\nu}_n}\xi_{nk} \to^P 0,$ что и доказывает лемму 1.4.

Заметим теперь, что теорему 1.1 достаточно доказать для последовательности индексов $\{\acute{\nu}_n\}$, построенной выше, так как $P\{\acute{\nu}_n \ne \nu_n\} \to 0$ при $n \to \infty$, и, следовательно

$$P\left\{\sum_{k=1}^{\nu_n}\xi_{nk} \ne \sum_{k=k_n+1}^{\acute{\nu}_n}\xi_{nk}\right\} \to 0.$$

В дальнейшем будем понимать под индексом ν_n индекс $\acute{\nu}_n$.

Для доказательства достаточности рассмотрим сумму

$$\sum_{k=1}^{\nu_n}\xi_{nk} = \sum_{k=1}^{\acute{k}_n}\xi_{nk} + \sum_{k=\acute{k}_n+1}^{\nu_n}\xi_{nk}. \quad \textbf{(6)}$$

Пусть распределения сумм $\sum_{k=1}^{k_n} \xi_{nk}$ при $n \to \infty$ слабо сходятся к некоторому закону $G(x)$. Тогда и $G(x)$будут слабо сходиться и распределения первого слагаемого в правой части (6). Сходимость по вероятности к нулю второго слагаемого вытекают по лемме 1.4 из того что $\sum_{k=1}^{\acute{k}_n} \xi_{nk} \to^{\mathrm{P}} 0$.

Докажем теперь, что из слабой сходимости распределений сумм $\sum_{k=1}^{\nu_n} \xi_{nk}$ к какому либо закону $G(x)$ следует слабая сходимость к тому же закону распределений сумм $\sum_{k=1}^{k_n} \xi_{nk}$. Снова рассмотрим **(6)**. Пусть последовательность целых чисел $\{l_n\}$ такова, что при $n \to \infty$

$$l_n \to \infty, \frac{l_n}{\acute{K}_n - \acute{K}_n} \to \infty, \ \frac{l_n}{K_n}.$$

Предположим сначала, что суммы $\sum_{k=1}^{ln} \xi_{nk}$ стохастически ограничены, т.е. из любой последовательности n_j можно выбрать такую подпоследовательность n_{j_s}, что распределения $\sum_{k=1}^{ln/s} \xi_{nk}$ будут слабо сходится к некоторому закону $B(x)$.

Обозначим сумму $\sum_{k=1}^{ln/s} \xi_{n_{j_s}k} + \sum_{k=kn_{j_s}}^{\nu n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k}$ через $\sum_{k=1}^{\tau n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k}$.

Тогда $\frac{\tau n_{j_s}}{ln_{j_s}} = \frac{ln_{j_s}}{ln_{j_s}} + \frac{\nu n_{j_s} - \acute{K} n_{j_s}}{ln_{j_s}} \to^{P} 1$, так как $0 \le \frac{\nu n_{j_s} - \acute{K} n_{j_s}}{ln_{j_s}} \le \frac{\acute{K} n_{j_s} - \acute{K} n_{j_s}}{ln_{j_s}} \to 0$.

Следовательно, по доказанному выше, из слабой сходимости распределений сумм $\sum_{k=1}^{\tau n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k}$ к $B(x)$ вытекает слабая сходимость к $B(x)$ распределений сумм $\sum_{k=1}^{\tau n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k}$.

Отсюда $\sum_{k=kn_{j_s}}^{\nu n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k} \to^{P} 0$.

Далее: $$\sum_{k=1}^{\acute{k} n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k} = \sum_{k=1}^{\acute{\nu} n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k} - \sum_{k=kn_{j_s}+1}^{\acute{\nu} n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k}. \quad \textbf{(7)}$$

По предположению распределение перого слагаемого в (7) слабо сходится к $G(x)$, а второе слагаемое по доказанному выше сходится по вероятности к нулю. Следовательно, распределения $\sum_{k=1}^{\acute{k} n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k}$, а значит и распределения $\sum_{k=1}^{\acute{k} n_{j_s}} \xi_{n_{j_s}k}$ слабо сходится к $G(x)$.

Предположим теперь, что $\sum_{k=1}^{ln} \xi_{nk}$ стохатически неограничены. Следовательно, $\sum_{k=1}^{\acute{k}_n} \xi_{nk}$ также стохастически неограничены. Известно, что стохастическая ограниченность эквивалентна равностепенной непрерывности характеристических функций в нуле. Из стохастической неограниченности $\sum_{k=1}^{\acute{k}_n} \xi_{nk}$ следует, что существует $\varepsilon > 0$ и подпоследовательности $n_J \to \infty$ и $t_{n_j} \to 0$ характеристическая функция $\sum_{k=1}^{\acute{k}_n} \xi_{nk}$. Положим

$$b_{n_j} = min\left\{|t| : \left|f_{n_j}(t) - 1\right| = \varepsilon\right\}.$$

Это можно сделать в силу непрерывности $f_n(t)$. Ясно, что $b_{n_j} \sum_{k=1}^{\acute{k}_n} \xi_{nk}$, а $\bar{g}_{n_j}(t)$-характеристическая функция $b_{n_j} \sum_{k=1}^{\acute{k}_n} \xi_{nk}$.Тогда

$$\bar{f}_{n_j}(t) = f_{n_j}\left(b_{n_j} t\right), \bar{g}_{n_j}(t) = (\bar{f}_{n_j}(t))^{ln_j/\acute{k}n_j},$$

$$\left|\bar{f}_{n_j}(t) - 1\right| = \left|f_{n_j}\left(b_{n_j} t\right) - 1\right| \le \varepsilon < 1 \text{ при} |t| < 1$$

Следовательно, $\bar{g}_{n_j}(t) \to 1$ при $t < 1$, так как $ln_j / \acute{k}_{n_j} \to 0$, а значит $\bar{g}_{n_j}(t) \to 1$ при всех t. Отсюда следует стохастическая ограниченность $b_{n_j} \sum_{k=1}^{\acute{k}_n} \xi_{nk}$.

Но тогда, поскольку $b_{n_j}\sum_{k=1}^{\nu_n}\xi_{n_j}\to^P 0,$ то согласно рассмотренному выше случаю получаем: $b_{n_j}\sum_{k=1}^{\acute{k}_{n_j}}\xi_{n_{jk}}\to^P 0$.

С другой стороны $\left|\bar{f}_{n_j}(1)-1\right|=\left|f_{n_j}\left(b_{n_j}\right)-1\right|=\varepsilon$ и, следовательно, $b_{n_j}\sum_{k=1}^{\acute{k}_{n_j}}\xi_{n_{jk}}\nrightarrow 0.$

Полученное противоречие указывает на ошибочность нашего предположения о стохастической неограниченности $\sum_{k=1}^{ln}\xi_{nk}$.

Литература

1. Гнеденко В.В. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин / В.В. Гнеденко, А.Н. Кологоморов. – М.-Л.: Гостехиздат, 1949. – 264 с.

2. Беркман Л.Н. Застосування новітніх технологій при побудові інформаційних мереж нового покоління / Л.Н.Беркман, С.В. Толюпа, С.С. Штаненко // Матер. IV Міжнар.наук.-практ. конф. «Информационные технологии и безопасность в управлений», Крим, 2007. – С. 129-132.

УДК 535.317.2

Манько О.О., к.т.н. (*Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій*)

МОНІТОРИНГ ТЕМПЕРАТУРНИХ РЕЖИМІВ ВОЛОКОННО-ОПТИЧНИХ ЛІНІЙ ЗВ'ЯЗКУ

Манько О.О. Моніторинг температурних режимів волоконно-оптичних ліній зв'язку. В роботі розглянуто метод моніторингу температурних режимів волоконно-оптичних ліній зв'язку, що прокладено уздовж енергетичних ліній. Проведені розрахунки рівню імпульсного сигналу, відбитого від ділянки з підвищеною температурою. Відмічено досить високу чутливість запропонованого методу.

Ключові слова: ВОЛОКОННО-ОПТИЧНА ЛІНІЯ ЗВ'ЯЗКУ, ЕНЕРГЕТИЧНА ЛІНІЯ, ТЕМПЕРАТУРНИЙ РЕЖИМ, МОНІТОРИНГ

Манько А.А. Мониторинг температурных режимов волоконно-оптических линий связи. В работе рассмотрен метод мониторинга температурных режимов волоконно-оптических линий связи, проложенных вдоль энергетических линий. Проведен расчет уровня импульсного сигнала, отраженного от участка с повышенной температурой. Отмечено достаточно высокую чувствительность предложенного метода.

Ключевые слова: ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ СВЯЗИ, ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ, ТЕМПЕРАТУРНЫЙ РЕЖИМ, МОНИТОРИНГ

Manko O.O. The monitoring of temperature of fiber-optic communication lines. This paper presents a method of temperature monitoring of fiber-optic communication lines, located along the energy lines. The calculation of the pulse level of the signal reflected from the area of high temperature is produced. Rather high sensitivity of the proposed method is pointed.

Keywords: FIBER-OPTIC COMMUNICATION LINES, ENERGY LINES, TEMPERATURE CONDITION, MONITORING

Вступ. На цей час на високовольтних електричних мережах використовуються інтелектуальні системи моніторингу розподілення температури вздовж енергетичної лінії [1]. В якості датчика в них застосовується оптичне волокно (ОВ), яке вмонтоване в електричний кабель. При цьому, для отримання інформації про стан волокна використовують такі нелінійні ефекти в оптичному волокні, як розсіяння Рамана та розсіяння Бріллюена. Вивчення спектральних характеристик розсіяного сигналу в цьому випадку дозволяє