

5. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов / Я.Д. Ширман. – М.: Сов. радио, 1974. – 360 с.
6. Зелкин Е.Г. Атомарные функции в задачах синтеза антенн и новые синтезированные окна / Е.Г. Зелкин, В.Ф. Кравченко. – Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46, №8. – С.903-931.
7. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М.: Мир, 1978. – 848 с.

УДК 519.21

Нечипорук В.В., к.т.н. (Національний авіаційний університет)

ЦИФРОВА ОРТОГОНАЛЬНА ФІЛЬТРАЦІЯ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ СИГНАЛІВ В БАГАТОКАНАЛЬНИХ КОРЕЛЯЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

Нечипорук В.В. Цифровая ортогональная фильтрация просторово-временных сигналов в многоканальных корреляционных системах. Розглядається задача обґрунтування способів моделювання різних процесів, зокрема RC-шуму. Описуються найпростіші моделі шумів з дискретним часом, особливості і властивості таких моделей, побудовано графіки оцінки кореляційної функції та спектральної щільності потужності RC процесу.

Ключові слова: ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИЙ СИГНАЛ, ФУНКЦІЯ РОЗПОДІЛУ, КОРЕЛЯЦІЙНА ФУНКЦІЯ, ПОРОДЖУЮЧИЙ ПРОЦЕС, RC-ШУМ, ФОРМУЮЧИЙ ФІЛЬТР

Нечипорук В.В. Цифровая ортогональная фильтрация пространственно-временных сигналов в многоканальных корреляционных системах. Рассматривается задача обоснования способов моделирования различных процессов, в частности RC-шума. Описываются простые модели шумов с дискретным временем, особенности и свойства таких моделей, построены графики оценки корреляционной функции и спектральной плотности мощности RC процесса.

Ключевые слова: ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СИГНАЛ, ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, КОРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ, ПОРОЖДАЮЩИЙ ПРОЦЕСС, RC-ШУМ, ФОРМИРУЮЩИЙ ФИЛЬТР

Nechyporuk V.V. Digital filtering of orthogonal space-time correlation of signals in multichannel systems. The problem of justification of how different processes, including RC-noise. We describe a simple model with a discrete time noise, characteristics and properties of these models, as the graphs estimate the correlation function and power spectral density of RC process.

Keywords: SPACE-TIME SIGNAL, DISTRIBUTION FUNCTION, CORRELATION FUNCTION, GENERATING PROCESS, RC-NOISE, SHAPING FILTER

Дана робота присвячена математичним моделям шумів, що відіграють виняткову роль як первинні моделі при моделюванні більш складних процесів, наприклад, смугового процесу. В залежності від області науки, в якій застосовується метод моделювання, моделі бувають фізичні, біологічні, астрономічні, математичні, тощо. Дана робота присвячена математичним моделям. Їх зручно поділяти на аналогові (з неперервним часом) і цифрові (дискретним часом). В роботі ставиться задача достатньо вичерпно описати найпростіші моделі шумів з дискретним часом, обґрунтувати формули їх теоретичних параметрів, проілюструвати графічно формули, а також описати особливості і властивості таких моделей.

Сигнали можуть бути об'єктами теоретичних досліджень і практичного аналізу лише в тому випадку, якщо вказаний спосіб їх математичного опису – математична модель сигналу. Математичний опис дозволяє абстрагуватися від фізичної природи сигналу та матеріальної форми його носія, проводити класифікацію сигналів, виконувати їх порівняння, встановлювати степінь тотожності, моделювати системи обробки сигналів. Як правило, опис сигналу задається функціональною залежністю певного інформаційного параметра сигналу від незалежної змінної. Вибір математичного апарату опису визначається простотою та зручністю його використання при аналізі і обробці інформаційних сигналів [1]. При реєстрації на детекторі сигналів, що несуть цільову для даного виду вимірювань інформацію, у сукупності з основним сигналом одночасно реєструються і побічні сигнали – шуми та

завади різноманітної природи. До завад також відносяться спотворення корисних сигналів при виявленні різних дестабілізуючих факторів на процеси вимірювання. Виділення корисних складових із загальної кількості зареєстрованих сигналів або максимальне зниження шумів і завад в інформаційному сигналі при збереженні його корисних складових є однією з основних задач первинної обробки сигналів (результатів спостережень). Слід зауважити, що поділ сигналів на корисні і ті, що заважають (шумові) є досить умовними. Джерелами шумових сигналів є певні фізичні процеси, явища, об'єкти. При виявленні природи шумових сигналів вони можуть переводитись в розряд інформаційних [1].

Як правило, сигнали отримані з виходу різних датчиків містять поряд з корисним сигналом різного роду завади, потужність яких нерідко перевищує потужність корисного сигналу. В зв'язку з чим, удосконалюються приймальні системи, що розраховані на роботу в умовах інтенсивних завад. Тому розробка автоматизованих систем обробки інформації з підвищеною завадостійкістю є актуальною задачею, що має суттєве прикладне значення.

Слід зауважити, що подібного роду задачі виникають в гідроакустиці, радіоастрономії, в теорії автоматичного керування, в сейсморозвідці, геодезії та інших областях науки і техніки.

Розглянемо реалізації алгоритмів просторово-часової обробки сигналів. Для опису таких сигналів використаємо полігармонічну модель сигналу із скінченною потужністю. За полігармонічний сигнал приймається детермінована функція часу, яка є періодичною із скінченним числом гармонік, що розташовані в обмеженій смузі частот [3]:

$$Q(t) = \sum_{m=1}^n A_m \cos(\omega_m t + \theta_m), \quad (1)$$

де t – час, може бути неперервним або дискретним; $\omega_m \in (\omega_i, \omega_a)$ – частота гармонік, розташованих в обмеженій смузі; A_m та θ_m , $m \in [1, n]$ – відповідно амплітудно-частотна та фазово-частотна характеристики сигналу $Q(t)$, що відрізняються від нуля на скінченному числі значень $\{\omega_m, m \in [1, n]\}$.

Взаємне кореляційне перетворення двох полігармонічних сигналів $Q_1(t)$ та $Q_2(t)$ визначаються наступним чином: $r_{12}(\tau) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^n A_m^{(1)} A_m^{(2)} \cos(\omega_m \tau + \Delta\theta_m)$, де $\{A_m^{(1)} A_m^{(2)}, m \in [1, n]\}$ – взаємний амплітудно-частотний спектр; $\{\Delta\theta_m = \theta_m^{(2)} - \theta_m^{(1)}, m \in [1, n]\}$ – взаємний фазово-частотний спектр.

Чимало різних явищ в електротехніці, фізиці, механіці може бути описано за допомогою моделі (1). Така модель вичерпно описує зареєстровані в точці прийому корисні відображені та заломлені хвилі, штучно створені за допомогою вібраторів. Всі інші хвилі, що перешкоджають виділенню та обробці корисних шумів та проведенню вимірювань їх параметрів, відносяться до розряду завад. Загалом поділ отриманих сигналів на корисні та завади має умовний характер і залежить від методу отримання сигналу та мети його використання. Проте, частіше за все, при дослідженні взаємних амплітудно-частотних та фазово-частотних характеристик хвиль, до категорії корисних сигналів відносять детерміновані полі гармонічні процеси, до категорії завад – випадкові сигнали. У зв'язку з широким розповсюдження цифрової реєстрації та обробки просторово-часових сигналів, необхідність детальної розробки моделей з дискретним часом не викликає сумнівів. Авторами були отримані спектральні і кореляційні характеристики дискретних білого, забарвленого [2], RC- та RLC-шумів [3]. В даній роботі наведемо характеристики лише дискретного RC-шуму, який найчастіше зустрічається на практиці.

Дискретний RC-шум – це процес з дискретним часом та низькочастотним енергетичним спектром. Він формується з білого шуму фільтром з імпульсною перехідною характеристикою:

$$\varphi(t) = u e^{-\alpha t} U(t), \quad U(t) = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 0, & t \leq 0. \end{cases}$$

де u коефіцієнт передачі фільтра; $t \in (-\infty, \infty)$; $\alpha > 0$; $U(t)$ – одинична функція.

Комплексна передаточна характеристика записується наступним чином:

$$Y(\omega) = \frac{e^{\alpha} u}{e^{\alpha} - e^{-i\omega}}, \quad \omega \in [-\pi, \pi].$$

За допомогою такої імпульсно-частотної характеристики може бути описано більшість реальних низькочастотних фільтрів. Тоді дискретний RC-шум можна записати наступним чином у вигляді ковзної суми [3]:

$$\xi(t) = \sum_{\tau=0}^{\infty} u e^{-\alpha \tau} \zeta(t - \tau), \quad t \in (-\infty, \infty) \quad (2)$$

Його математичне сподівання $\mathbf{M}\xi(t) = \kappa_1 \frac{u}{1 - e^{-\alpha}}$, (3)

а параметр u – коефіцієнт передачі формуючого фільтра – зручно брати рівним 1 або $u = 1 - e^{-\alpha}$. Тут $u = 1 - e^{-\alpha}$ вибирається з умови $\sum_{t=-\infty}^{\infty} \varphi(t) = 1$.

Кореляційна функція має вигляд: $R(s) = \kappa_2 \frac{u^2 e^{-\alpha|s|}}{1 - e^{-2\alpha}} = R(0) e^{-\alpha|s|}$; $s \in (-\infty, \infty)$, $\alpha > 0$ (4)

Спектральна щільність потужності дискретного RC-шуму визначається згідно:

$$S(\omega) = \frac{\kappa_2 u^2 e^{-\alpha}}{2(ch\alpha - \cos \omega)}, \quad \omega \in [-\pi, \pi] \quad (5)$$

Перейдемо до практичної частини. Зупинимось на моделюванні випадкового процесу [3], для якого була розроблена програма і отримані наступні реалізації та значення.

Була отримана реалізація нормального випадкового процесу [1], значень незалежних реалізацій ζ_i , $i = 1, 2, \dots, N$ випадкової величини ζ . В даному випадку візьмемо об'єм вибірки рівний $N = 1000$.

Оцінка математичного сподівання та дисперсії вхідного процесу з некорельованими значеннями визначається згідно формул: $\kappa_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \zeta_j$, $\kappa_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\zeta_j - v_1)^2$.

Отже $\kappa_1 = 0.996$, $\kappa_2 = 0.256$.

Профільтруємо отриманий випадковий процес за допомогою (1). Знайдемо теоретичну оцінку математичного сподівання і дисперсії RC-шуму: $v_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \xi_j$, $\mu_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\xi_j - v_1)^2$.

Отже $v_1 = 3.84$, $\mu_2 = 0.523$.

Практичну оцінку математичного сподівання і дисперсії RC-шуму отримаємо з (3): $v_1 = 3.843$, $\mu_2 = 0.566$.

Оцінимо кореляційну функцію по реалізації профільтрованого процесу. За допомогою розробленої програми в середовищі Mathcad будемо графіки (рис. 1) оцінки теоретичної кривої кореляційної функції $R(s)$ згідно (4) та її практичну реалізацію згідно формули

$$\rho_1(s) = \frac{1}{(n-1)\mu_2} \left[\sum_{i=0}^{n-s} (\xi_{i+s} - v_1)(\xi_i - v_1) \right].$$

Оцінка функції по реалізації (рис. 2) визначається згідно формули $\rho(s) = \frac{1}{(n-1)\kappa_2} \left[\sum_{i=0}^{n-s} (\xi_{i+s} - \kappa_1)(\xi_i - \kappa_1) \right]$.

Спектральна щільність потужності $S(\omega)$, що одержана в результаті моделювання згідно з теоретичною формулою (5), наведена на рис. 3.

Висновки. В роботі було розглянуто та проілюстровано побудову моделі RC-шуму. За допомогою розробленої програми було отримано оцінки математичного сподівання, дисперсії, побудовано графіки кореляційної функції та спектральної щільності.

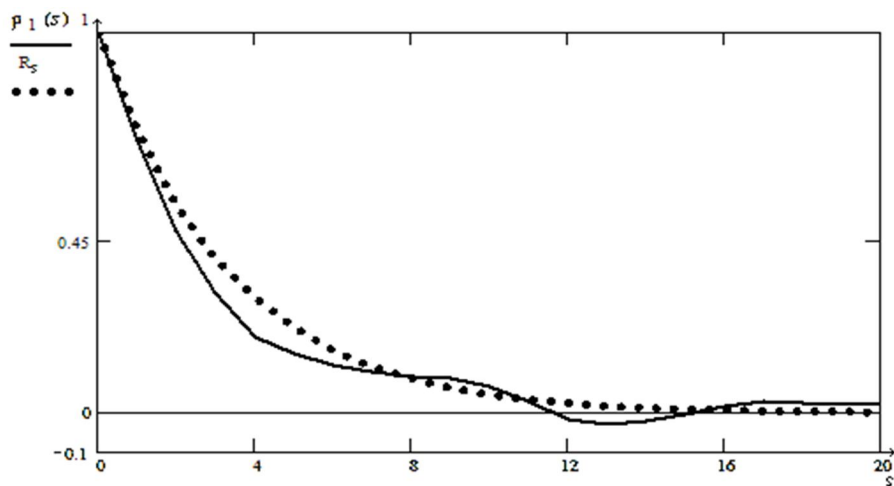


Рис. 1. Графік оцінки кореляційної функції $R(s)$ та $\rho_1(s)$

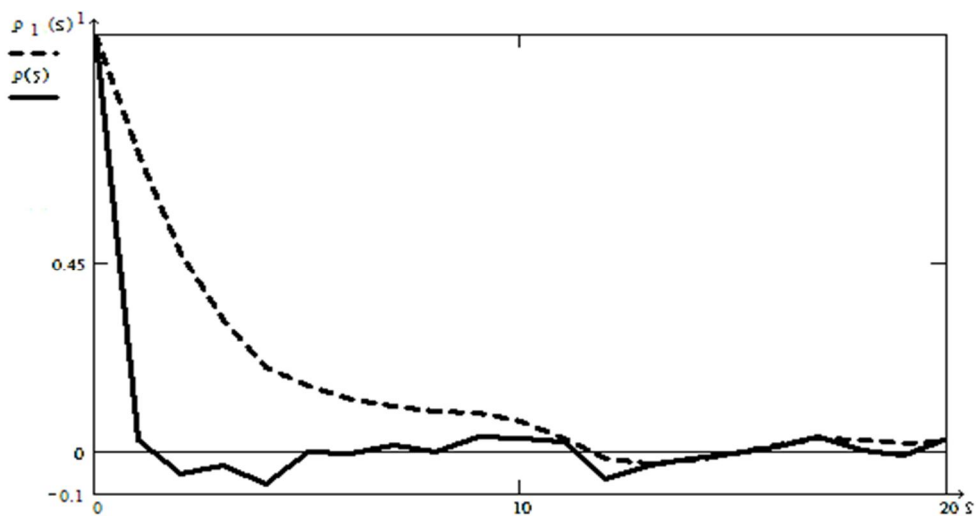


Рис. 2. Графік оцінки кореляційної функції по реалізації $\rho(s)$ та $\rho_1(s)$

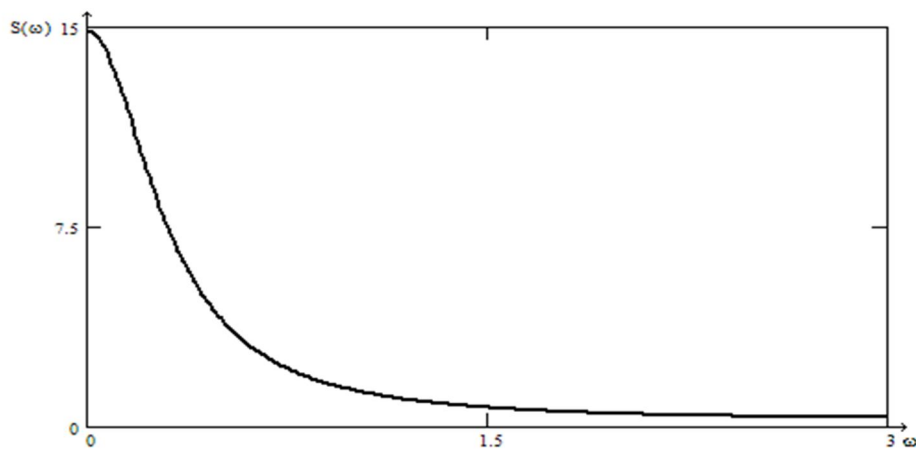


Рис. 3. Графік спектральної щільності потужності $S(\omega)$.

Література

1. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. . – М.: Мир, 1989. – 540 с.
2. Жаровський Р.О. Моделювання білого шуму з дискретним часом / Р.О. Жаровський, Б.Г. Марченко, Н.Б. Марченко // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2007. – №4. – С. 152-157.
3. Марченко В.Б. Ортогональные функции дискретного аргумента и их приложение в геофизике / В.Б. Марченко. – Київ: Наукова думка, 1992. – 212 с.