

Цей факт є дуже важливим для телекомунікаційних систем і мереж, оскільки ми можемо передбачити катастрофу і обминути її шляхом зміни параметрів системи ще на етапі проектування телекомунікацій.

Отже, методи теорії катастроф є дуже ефективними і доцільними при визначенні параметрів систем управління.

Література

1. Арнольд В.И. Теория катастроф / В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1990. – 128 с.
2. Стеклов В.К. Оптимізація та моделювання пристроїв і систем зв'язку : підруч. для вищ. навч. закл. / В.К. Стеклов, Л.Н. Беркман, Є.В. Кільчицький ; за ред. В.К. Стеклова. – К.: Техніка, 2004. – 576 с.
3. Управління телекомунікаціями із застосуванням новітніх технологій [В.Г. Кривуца, Л.Н. Беркман Л.Н., В.К. Стеклов та ін.]. – К.: Техніка, 2007. – 384 с.

УДК 621.314

Нечипорук В.В., к.т.н. (Національний авіаційний університет)

МОДЕЛЮВАННЯ РЕАЛІЗАЦІЙ ПУАССОНІВСЬКИХ ПРОЦЕСІВ

Нечипорук В.В. Моделювання реалізацій пуассонівських процесів. Відображені процедури побудови моделей однорідних та кусково-однорідних процесів Пуассона. Визначені точнісні характеристики моделювання. Описано використання отриманих реалізацій пуассонівських процесів для перевірки методу масштабних коефіцієнтів та індикаторних функцій.

Ключові слова: ПУАССОНІВСЬКИЙ ПРОЦЕС, МОДЕЛЮВАННЯ, ЗАДАЧА СТАЦІОНАРИЗАЦІЇ, КУСКОВА НЕСТАЦІОНАРНІСТЬ

Нечипорук В.В. Моделирование реализаций пуассоновских процессов. Отображены процедуры построения моделей однородных и кусочно-однородных процессов Пуассона. Определены точностные характеристики моделирования. Описано использование полученных реализаций пуассоновских процессов для проверки метода масштабных коэффициентов и индикаторных функций.

Ключевые слова: ПУАССОНОВСКИЙ ПРОЦЕСС, МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЗАДАЧА СТАЦИОНАРИЗАЦИИ, КУСОЧНАЯ НЕСТАЦИОНАРНОСТЬ

Nechyporuk V.V. Realization of Poisson processes modelling. Construction procedure of models of homogeneous and piece-homogeneous Poisson processes are described. Exactness descriptions of modelling are certain. The use of the got realization of Poisson processes is described for verification of method of scale factors and indicatory functions.

Keywords: PUASSON PROCESS, MODELLING, STATIONARITY TASK, PIECE UNSTATIONARITY

Пуассонівський випадковий процес є представником процесів з незалежними приростами. З допомогою процесу Пуассона описують реальні імпульсні процеси, реалізації яких змінюються стрибкоподібно. Процес Пуассона займає ключове місце в задачах теорії масового обслуговування та теорії надійності. Він належить до класу безмежноподільних законів розподілу, за допомогою якого можна описати реальні фізичні явища.

Моделі однорідних процесів Пуассона. Згідно з означенням, реалізації пуассонівського процесу $\pi(\omega, t)$ представляють собою функції, що складаються з ділянок сталості та стрибків – скінченних приростів $(\pi(\omega, t_k) - \pi(\omega, t_{k-1}))$, які відбуваються у випадкові моменти часу t_k , $k = 1, 2, \dots$. Для простого однорідного пуассонівського процесу вони детерміновані і всі дорівнюють одиниці, тобто реалізації процесу $\pi(\omega, t_k)$ набувають лише цілочислових значень $n = 0, 1, 2, \dots$ (рис. 1). Вважаємо, що всі реалізації пуассонівського процесу в початковий момент часу $t_0 = 0$ виходять з 0.

На рис. 1 наводиться одна з можливих реалізацій пуассонівського процесу, що моделювався.

Для однорідного пуассонівського процесу прирости $(\pi(t_k) - \pi(t_{k-1}))$ стохастично незалежні для будь-яких t_k , $k = 1, 2, \dots$ і мають розподіл Пуассона

$$\mathbf{P}\{\pi(t_k) - \pi(t_{k-1}) = n\} = \frac{\lambda(t_k - t_{k-1})^n}{n!} e^{-\lambda(t_k - t_{k-1})},$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

При цьому інтервал часу $\Delta\tau$,

$\Delta\tau_k = \tau_k - \tau_{k-1}$, $k = 2, 3, \dots$, між двома сусідніми стрибками пуассонового процесу є випадковою величиною (ВВ) зі щільністю розподілу ймовірності

$$p_\tau(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0. \quad (1)$$

Отже, моделювання однорідних пуассонівських випадкових процесів полягає в знаходженні послідовності випадкових моментів часу t_k , в які відбуваються стрибки, та формування самих приростів, які дорівнюють одиниці.

У процесі моделювання випадкові моменти часу t_k можна обчислювати за рекурентним співвідношенням $t_k = t_{k-1} + \Delta\tau$, $k = 1, 2, \dots$, де $\Delta\tau$ – ВВ з показниковим розподілом (1) та параметром λ , який входить в (1) і зветься інтенсивністю пуассонівського процесу.

Моделі кусково-однорідних процесів Пуассона. Нехай

$$\Pi_n(t) = (\pi_{\lambda_1}(t), \pi_{\lambda_2}(t), \dots, \pi_{\lambda_n}(t)), \quad t \in [0, \infty) \quad (3)$$

– заданий n -вимірний вектор, компонентами якого є однорідні пуассонівські процеси (4)

$$\pi_{\lambda_1}(t), \pi_{\lambda_2}(t), \dots, \pi_{\lambda_n}(t), \quad t \in [0, \infty),$$

$$\pi_{\lambda_1}(0) = \pi_{\lambda_2}(0) = \dots = \pi_{\lambda_n}(0) = 0, \quad (4)$$

з розподілами ймовірностей виду (5)

$$\mathbf{P}\{\pi_{\lambda_1}(t) = k\} = \frac{(\lambda_1 t)^k}{k!} e^{-\lambda_1 t},$$

$$\mathbf{P}\{\pi_{\lambda_2}(t) = k\} = \frac{(\lambda_2 t)^k}{k!} e^{-\lambda_2 t},$$

$$\dots$$

$$\mathbf{P}\{\pi_{\lambda_n}(t) = k\} = \frac{(\lambda_n t)^k}{k!} e^{-\lambda_n t}.$$

де $T = (T_1, T_2, \dots, T_{n-1})$ – вектор моментів стиковки інтервалів (точки розбиття всього відрізка на підінтервали) і $\Lambda_n = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ – відповідний вектор інтенсивностей. Тоді всякий однорідний пуассонівський процес може бути представлений у вигляді кусково-однорідного:

$$\pi_{\Lambda_n}(t) = \pi_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n}(t) = \pi_{\lambda_1}(t)I_{(0, T_1]}(t) + \pi_{\lambda_2}(t)I_{(T_1, T_2]}(t) + \dots + \pi_{\lambda_n}(t)I_{(T_{n-1}, \infty)}(t), \quad (6)$$

де $I(\cdot)$ визначена згідно

$$I_A(t) = \begin{cases} 0, & t \notin A, \\ 1, & t \in A, \end{cases} \quad (7)$$

– індикаторна функція, в якій A_j , $j = 1, \dots, n$ – деяка послідовність множин моментів часу виду $A_j = (T_{j-1}, T_j)$, $T_0 = 0$, $T_n = \infty$, а t – число, яке характеризує час, взятий як точка з множини A_j , $j = 1, \dots, n$.

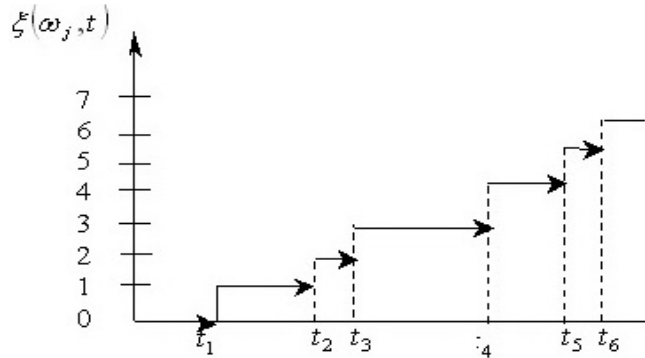


Рис. 1. Реалізація пуассонівського процесу

І навпаки, всякий кусково-однорідний процес виду (6) шляхом масштабування на інтервалах однорідності може бути зведений до однорідного пуассонівського процесу.

Моделювання кусково-однорідного процесу Пуассона полягає у формуванні вектора однорідних процесів Пуассона виду (3) з подальшим переходом до виду (6) з використанням індикаторної функції.

Для моделювання кусково-однорідного процесу Пуассона в даному дослідженні на базі стохастично незалежних масивів БВВ моделювалися відповідні масиви ВВ з показниковим розподілом та різними параметрами $\lambda > 0$. З метою забезпечення стохастичної незалежності масивів експоненційно розподілених ВВ в процесі моделювання здійснювалося розбиття масиву рівномірно розподілених ВВ, які використовуються в якості БВВ. На основі отриманих масивів ВВ експоненційного типу формувалася вектор пуассонівських процесів та будувалися його реалізації.

Точнісні характеристики моделювання. Заключний і досить відповідальний етап моделювання, який здійснений в процесі розробки методу масштабних коефіцієнтів (МК) та індикаторних функцій (ІФ), – це перевірка точності і відповідності тестам (гістограмний аналіз, оцінювання параметрів). В результаті моделювання на ЕОМ були отримані вибірки реалізацій псевдовипадкового вектора $\{\Xi_1, \Xi_2, \dots, \Xi_n\}$. За цією вибіркою перевірялась гіпотеза згоди про те, що функції розподілу випадкового елемента $F_{\Xi}(y)$ і його моделі $F_{\Xi^*}(y)$, реалізованої на ЕОМ, збігаються – $H_0: F_{\Xi}(y) = F_{\Xi^*}(y)$. Конкуруючою є гіпотеза $H_1: F_{\Xi}(y) \neq F_{\Xi^*}(y)$. Гіпотеза перевірялась з використанням статистичних критеріїв. Перевірялась також гіпотеза згоди про рівність числових ймовірнісних характеристик випадкового елемента, зокрема середніх значень, дисперсій, кореляційних функцій, енергетичних спектрів тощо.

Зауважимо, що остаточний вибір адекватної ймовірнісної моделі можна зробити лише враховуючи якість розв'язання поставленої задачі. Тому перевірка гіпотези згоди про збіг ймовірнісних характеристик випадкового елемента і його моделі на ЕОМ – розглядалася як проміжний етап установлення адекватності вибраної ймовірнісної моделі.

При цьому бралось до уваги, що моделювання на ЕОМ довільного випадкового елемента включає розв'язування двох основних задач:

– моделювання на ЕОМ r незалежних БВВ;

– відшукування функції $f(\cdot)$, яка перетворює r БВВ так, аби забезпечити близькість у встановленому розумінні ймовірнісних характеристик випадкового елемента і його моделі на ЕОМ.

В ході проведення комп'ютерного моделювання реалізацій процесу Пуассона необхідно було виконати ряд послідовних процедур у відповідності до наведених вище алгоритмів. Відповідно наступним кроком є перевірка збігу ймовірнісних характеристик. У випадку з БВВ таку перевірку можна здійснити порівнюючи оцінки МС та дисперсії з параметрами теоретичного розподілу ймовірностей. Якщо оцінки для МС та дисперсії дорівнюють або близькі до 0,5 та 0,083 відповідно, то ВВ має рівномірний розподіл.

У кожному конкретному випадку вибір числа r і функції $f(\cdot)$ визначав структуру моделюючого алгоритму.

Використання отриманих реалізацій пуассонівських процесів для перевірки методу МК та ІФ. Перевірка ефективності методу МК та ІФ для стаціонаризації кусково-однорідного процесу Пуассона виконувалась наступним чином. Вихідні дані при моделюванні були вибрані наступні: основні вирази модельованого процесу Пуассона були взяті з прикладу 1 при $n = 2$, (3), та при $n = 3$, приклад 2.

Приклад 1. Маємо діагностичний сигнал виду (8).

$$\Pi_n(t) = (\pi_{\lambda_1}(t), \pi_{\lambda_2}(t), \dots, \pi_{\lambda_n}(t)), \quad (8)$$

При $n = 2$ задано вектор інтенсивності $\Lambda_2 = (\lambda_1, \lambda_2)$. Нехай виконується умова, що $\lambda_1 < \lambda_2$. Згідно (3)

$$\Pi_2(t) = (\pi_{\lambda_1}(t), \pi_{\lambda_2}(t)), \quad \pi_{\lambda_1}(0) = \pi_{\lambda_2}(0) = 0, \quad t \in [0, \infty).$$

Так як $n = 2$, то маємо одну точку стиковки інтервалів $T = (T_1)$.

Треба побудувати стаціонаризований (однорідний) процес Пуассона виду (9),

$$\pi_{\lambda_{\text{звезд}}} (t) = \pi_{\lambda_1}(k_1 t) I_{(0, T_1)}(t) + \pi_{\lambda_2}(k_2 t) I_{(T_1, T_2)}(t) + \dots + \pi_{\lambda_n}(k_n t) I_{(T_{n-1}, \infty)}(t), \quad (9)$$

для якого інтенсивність на всьому інтервалі спостереження залишається уже незмінною.

Розподіли ймовірностей на інтервалах однорідності

$$\mathbf{P}\{\pi_{\lambda_1}(t) = k\} = \frac{(\lambda_1 t)^k}{k!} e^{-\lambda_1 t}, \quad \mathbf{P}\{\pi_{\lambda_2}(t) = k\} = \frac{(\lambda_2 t)^k}{k!} e^{-\lambda_2 t}.$$

Тоді, згідно (6)
$$\pi_{\Lambda_2}(t) = \pi_{\lambda_1, \lambda_2}(t) = \pi_{\lambda_1}(t) I_{(0, T_1]}(t) + \pi_{\lambda_2}(t) I_{(T_1, \infty)}(t).$$

Вектор масштабних множників в цьому випадку $K_2 = (k_1, k_2)$, де для визначеності взято

$k_1 = 1$, має вигляд:
$$K_2 = \left(1, \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right). \quad (10)$$

В цьому випадку маємо $\lambda_{\text{звезд}} = \lambda_1$. Згідно (3)

$$\pi_{\lambda_{\text{звезд}}}(t) = \begin{cases} \pi_{\lambda_1}(t), & \text{при } t \in [0, T_1]; \\ \pi_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}(t), & \text{при } t \in (T_1, \infty). \end{cases}$$

На інтервалі (T_1, ∞) t береться за іншою шкалою часу.

Функція розподілу довжин інтервалів часу між сусідніми стрибками кусково-стаціонарного процесу Пуассона визначається за наступною формулою [1]:

$$F(t; \lambda_1, \lambda_2, T) = [1 - \exp(-\lambda_1 t)] I_{(0, T]}(t) + \left[[1 - \exp(-\lambda_2(t - T))] \exp(-\lambda_1 T) + \dots + (1 - \exp(-\lambda_1 T)) \right] I_{(T, \infty)}(t). \quad (11)$$

Щоб побудувати стаціонаризовану модифікацію процесу (11) необхідно скористатися масштабними коефіцієнтами (10). З їх допомогою відбувається деформація часу на одному з інтервалів однорідності, в даному випадку на другому інтервалі. В результаті отримуємо стаціонаризований процес Пуассона.

$$F(t; \lambda_1, \lambda_2, T) = [1 - \exp(-\lambda_1 k_1 t)] I_{(0, T]}(t) + \left[[1 - \exp(-\lambda_2(k_2 t - T))] \exp(-\lambda_1 T) + \dots + (1 - \exp(-\lambda_1 T)) \right] I_{(T, \infty)}(t). \quad (12)$$

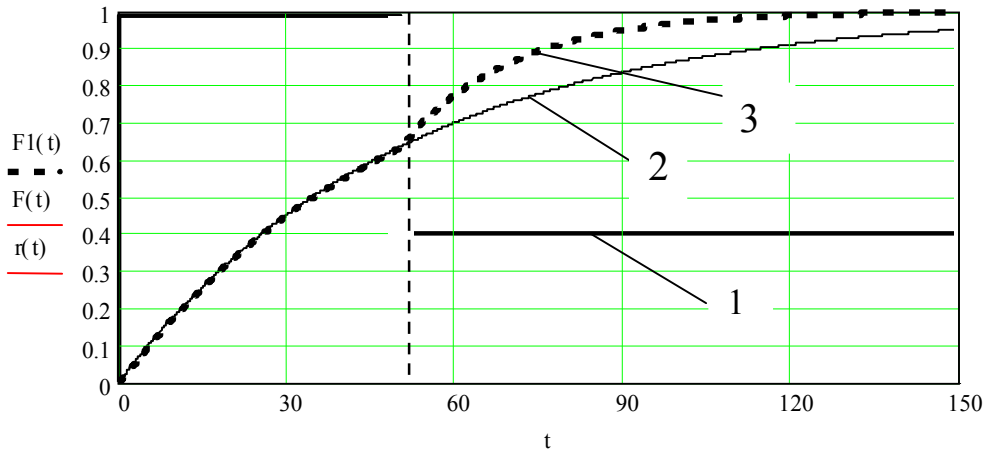
Функція сплайн-розподілу має всі властивості звичайної функції розподілу, тому на них зупинятися не будемо.

Для більшої наглядності прикладу наведемо заключний фрагмент програми з числовими даними та відповідні графіки (рис. 2, 3).

$$\lambda_1 = 0,02, \quad \lambda_2 = 0,05, \quad T = 50.$$

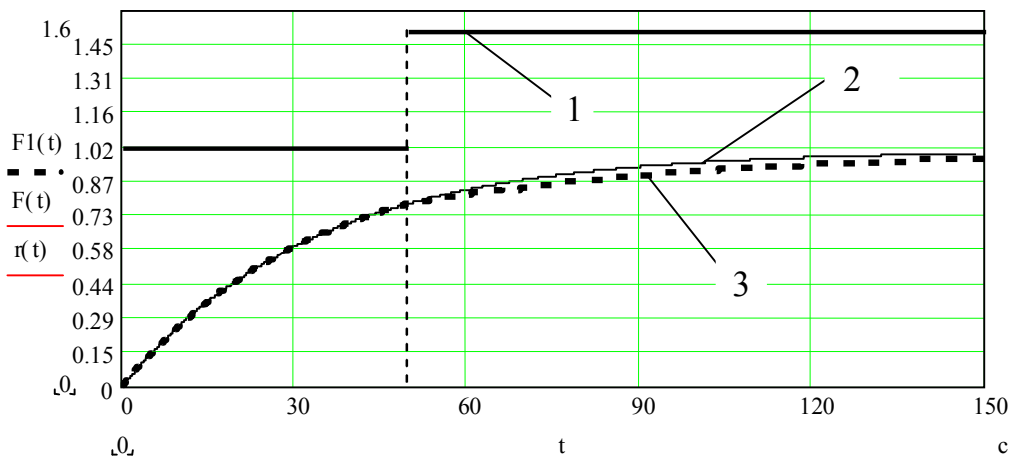
$$F1(t) := (1 - e^{-\lambda_1 t}) \cdot \text{UP}(t, 0, T) + \left[[1 - e^{-\lambda_2(t-T)}] \cdot e^{-\lambda_1 T} + (1 - e^{-\lambda_1 T}) \right] \cdot \text{U}(t, T, c)$$

$$F(t) := (1 - e^{-\lambda_1 t I(t)}) \cdot \text{UP}(t, 0, T) + \left[[1 - e^{-\lambda_2(t I(t) - T)}] \cdot e^{-\lambda_1 T} + (1 - e^{-\lambda_1 T}) \right] \cdot \text{U}(t, T, c)$$



1 – значення масштабного множника на інтервалах однорідності;
 2 – функція розподілу стаціонаризованого процесу Пуассона;
 3 – функція розподілу довжин інтервалів часу між стрибками кусково-однорідного процесу Пуассона при $\lambda_1 = 0,02$, $\lambda_2 = 0,05$, $T = 50$.

Рис. 2. Графіки функцій розподілу для випадку $\lambda_1 < \lambda_2$



1 – значення масштабного множника на інтервалах однорідності;
 2 – функція розподілу стаціонаризованого процесу Пуассона;
 3 – функція розподілу довжин інтервалів часу між стрибками кусково-однорідного процесу Пуассона при $\lambda_1 = 0,05$, $\lambda_2 = 0,02$, $T = 50$.

Рис. 3. Графіки функцій розподілу для випадку $\lambda_1 > \lambda_2$.

Приклад 2. При $n = 3$, задано вектор інтенсивностей $\Lambda_3 = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, згідно (3) маємо

$$\Pi_3(t) = (\pi_{\lambda_1}(t), \pi_{\lambda_2}(t), \pi_{\lambda_3}(t)), \quad t \in [0, \infty).$$

$$\pi_{\lambda_1}(0) = \pi_{\lambda_2}(0) = \pi_{\lambda_3}(0) = 0.$$

Розподіли ймовірностей на інтервалах

$$\mathbf{P}\{\pi_{\lambda_1}(t) = k\} = \frac{(\lambda_1 t)^k}{k!} e^{-\lambda_1 t}, \quad \mathbf{P}\{\pi_{\lambda_2}(t) = k\} = \frac{(\lambda_2 t)^k}{k!} e^{-\lambda_2 t}, \quad \mathbf{P}\{\pi_{\lambda_3}(t) = k\} = \frac{(\lambda_3 t)^k}{k!} e^{-\lambda_3 t}.$$

Так як $n = 3$, то маємо дві точки стиковки інтервалів.

Тоді

$$\pi_{\Lambda_3}(t) = \pi_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}(t) = \pi_{\lambda_1}(t)I_{(0, T_1]}(t) + \pi_{\lambda_2}(t)I_{(T_1, T_2]}(t) + \pi_{\lambda_3}(t)I_{(T_2, \infty)}(t).$$

Крім того моделювалися інтервали часу між сусідніми стрибками. Результати моделювання (зокрема статистичні оцінки функції розподілу) порівнювалися з теоретичними результатами наведених прикладів.

Другим способом перевірки збігу ймовірнісних характеристик, використаним для порівняння, є перевірка за критерієм Смірнова-Колмогорова. Цей критерій дає відповідь на запитання чи описується емпіричний розподіл теоретичною функцією розподілу.

Перевірка по критерію Колмогорова-Смірнова дала позитивні результати з довірчою ймовірністю не менше 0,9 при об'ємі вибірки порядку 10^4 .

Висновки. Основні результати даного дослідження стосуються комп'ютерного моделювання кусково-однорідного процесу Пуассона і можуть бути використані при розрахунку і плануванні випробувань виробів за умов кускової нестационарності. Результати імітаційного моделювання з допомогою розроблених методів і програм показали доцільність та практичну реалізованість методу МК та ІФ для задач стаціонаризації досліджуваних випадкових процесів.

Література

1. Нечипорук В.В. Стаціонаризація кусково-нестационарних пуассонівських процесів відмов / В.В. Нечипорук // Тех. електродинаміка, ПСЕ частина 6. – 2004. – с. 115-118.
2. Кендал М.Дж., Стюарт А. Теория распределений : пер. с англ. / М.Дж. Кендал, А. Стюарт. – М.: Наука, 1966. – 588 с.
3. Новиков В.С. Техническая эксплуатация и надежность авиационного радиооборудования : учеб. пособ. / В.С. Новиков. – М.: Транспорт, 1970. – 232 с.

УДК 621.391.391.833

Дикарев А.В., к.т.н. (Гос. университет информационно-коммуникационных технологий)

К ВОПРОСУ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТИЯ ВИДЕОДАНЫХ

Дикарев О. В. До питання стійкості стиснення відеоданих. Доведено вплив окремих викидів на ступінь стиснення відео блоків (макроблоків) з корельованими коефіцієнтами. Для них запропоновано більш оптимальний алгоритм стиснення. Демонструється програма дослідження викидів.

Ключові слова: ВИДЕОБЛОК, СТИСНЕННЯ, ДИСКРЕТНЕ КОСИНУСНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ

Дикарев А.В. К вопросу устойчивости сжатия видеоданных. Показано влияние отдельных выбросов на степень сжатия видеоблоков (макроблоков) с коррелированными элементами. Для них предложен более оптимальный алгоритм сжатия. Демонстрируется программа исследования выбросов.

Ключевые слова: ВИДЕОБЛОК, СЖАТИЕ, ДИСКРЕТНОЕ КОСИНУСНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Dikarev O.V. To the question of compression stability of videodata. Influence of separate emissions on the compression degree of video blocks (macroblocks) with very much correlation elements is shown. For them more optimum algorithm of compression is offered. The program of a finding of emissions is shown.

Keywords: VIDEO BLOCK, COMPRESSION, DISCRETE COSINE TRANSFORM

Дискретные видеоданные передаются по каналам связи и хранятся на лазерных носителях в сжатом виде. Для мультимедийной информации используются несколько алгоритмов сжатия и первым из них является алгоритм пространственного сжатия, которому подвергаются узловые intra-кадры. С этой целью видеоданные разбиваются на блоки либо макроблоки – числовые матрицы размером 8x8 или 16x16, которые затем подвергаются сжатию. Аппаратом сжатия как блоков, так и макроблоков является главным образом дискретное косинусное преобразование [1]. Сжатие видеоданных происходит тем лучше, чем ближе по значению между собой элементы блоков (чем они больше коррелированы). В работе статистическими методами исследовались воздействия на потерю свойства сжатия