

УДК 62-55:681.515

Невдачина О.В., асп. (Государственный университет телекоммуникаций)

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И РОБАСТНОСТИ AQM-СИСТЕМЫ С РЕГУЛЯТОРОМ СОВОКУПНОЙ СКОРОСТИ

**Невдачина О.В. Визначення стійкості та робастності AQM-системи з регулятором сукупної швидкості.** В роботі методом логарифмічних частотних характеристик досліджена робастність системи активного управління чергою пакетів (AQM-системи) мереж TCP/IP, в якій ланку чистого запізнювання апроксимовано ланкою Паде 2-го порядку.

**Ключові слова:** AQM-система, ланка Паде, PI-регулятор, робастність, ARC-регулятор

**Невдачина О.В. Определение устойчивости и робастности AQM-системы с регулятором совокупной скорости.** В работе методом логарифмических частотных характеристик исследована робастность системы активного управления очередью пакетов (AQM-системы) сетей TCP/IP, в которой звено чистого запаздывания апроксимировано звеном Паде 2-го порядка.

**Ключевые слова:** AQM-система, звено Паде, PI-регулятор, робастность, ARC-регулятор

**Nevdachina O.V. Determination of stability and robustness of the AQM-system with controller of aggregate speed.** In the paper we investigate the method of logarithmic frequency characteristics of the active queue management packets (AQM-System) networks TCP / IP, in which the link of pure delay is approximated the link of Pade of 2-th order.

**Keywords:** AQM-system, link Pade, PI-controller, robustness, Aggregate Rate Controller

**Введение.** Активное управления очередью (AQM) осуществляется путем предоставления обратной информации от маршрутизатора, в котором может быть переполнение буфера. Во многих современных AQM-системах используют PI-регуляторы из-за их простоты и эффективности [1...5]. В данной работе исследована робастность AQM-системы совокупной скорости для Интернет трафика с PI-регулятором совокупной скорости (Aggregate Rate Controller – ARC-регулятором [4]) на основе интерактивной системы MATLAB.

**Решение задачи.** На Рис.1 показана блок-схема TCP-ARC линейной системы управления с обратной связью, которая моделирует  $N$  TCP источников и один перегруженный маршрутизатор ARC с использованием линейной модели TCP.

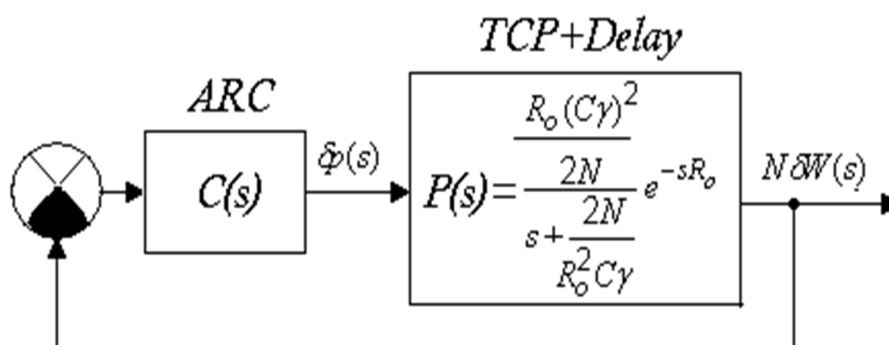


Рис.1. Модель TCP/ARC системы управления с обратной связью и задержкой распространения

На Рис. 1 применены следующие обозначения:

$R_o$  – время следования туда и обратно – **round trip time** (в сек);

$C$  – емкость связи (пропускная способность перегруженной линии, пакеты/сек);

$\gamma$  – целевое использование линии ( $0 < \gamma \leq 1$ );  $W$  – предполагаемый (средний) размер окна TCP (в пакетах);

$P$  – вероятность уведомления о перегрузке (вероятность маркировки/отбрасывания пакетов) системы;

$N$  – коэффициент нагрузки – **load factor** (число TCP сессий).

Передаточная функция ARC-регулятора определяется выражением:

$$C(s) = \frac{\frac{\alpha}{d} \left( s + \frac{1+\gamma}{R_o} \right)}{s \left( s + \frac{1}{R_o} \right)}. \quad (1)$$

Поскольку в модель ARC встроена модель поведения очереди т.е.  $C(s) = Q(s)C_q(s)$ , где модель поведения очереди описывается передаточной функцией  $Q(s) = \frac{1}{R_o} / \left( s + \frac{1}{R_o} \right)$ , то находим, что

$$C_q(s) = \frac{\alpha(1+\gamma)}{d} \frac{\left( \frac{R_o s}{1+\gamma} + 1 \right)}{s} = K_i \frac{\frac{s}{T_p} + 1}{s}, \quad (2)$$

где  $T_p = \frac{1+\gamma}{R_o}$ ;  $K_i = \frac{\alpha(1+\gamma)}{d}$ ;  $K = \frac{K_i}{T_p} = K_i \frac{R_o}{1+\gamma} = \frac{\alpha R_o}{d}$ .

Нетрудно видеть, что передаточная функция  $C_q(s)$  представляет собой передаточную функцию PI-регулятора, который называют для данной системы ARC-регулятором:

$$C_q(s) = K + K_i \frac{1}{s}. \quad (3)$$

Модель TCP/ARC системы управления с обратной связью, задержкой распространения, ARC-регулятором и динамикой очереди представлена на Рис.2.

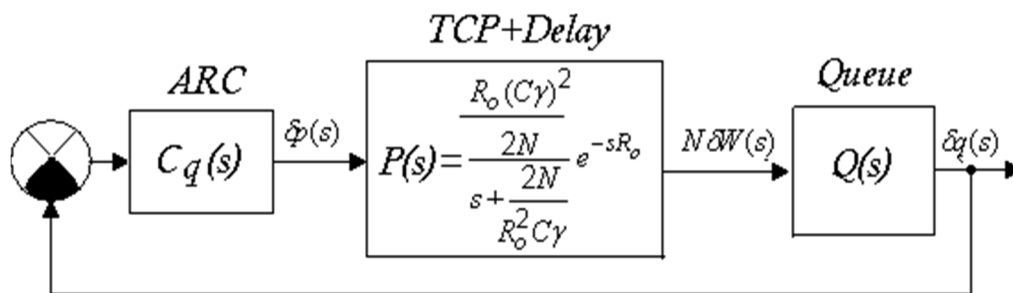


Рис. 2. Модель TCP/ARC системы управления с обратной связью, задержкой распространения, ARC-регулятором и динамикой очереди

Передаточную функцию TCP-ARC системы в разомкнутом состоянии определим как

$$L(s) = Q(s)C_q(s)P(s) \quad (4)$$

и на основании Рис. 2 и формул (1)...(4) получаем:

$$L(s) = G(s)P(s) = \frac{\frac{\alpha R_o(\gamma C)^2}{2dN} (s + \frac{1+\gamma}{R_o})}{s[s^2 + (\frac{1}{R_o} + \frac{2N}{R_o^2\gamma C})s + \frac{2N}{R_o^3\gamma C}]} e^{-sR_o} .$$

$$L(s) = G(s)P(s) = \frac{\frac{\alpha(R_o\gamma C)^3(1+\gamma)}{4N^2d} (\frac{R_o}{1+\gamma} s + 1)}{s[\frac{R_o^3\gamma C}{2N} s^2 + (\frac{R_o^2\gamma C}{2N} + R_o)s + 1]} e^{-sR_o} . \quad (5)$$

Передаточную функцию звена запаздывания аппроксимируем функцией Паде второго порядка.

Для приближения Паде второго порядка можно записать:

$$e^{-sR_o} = \frac{s^2 - \frac{3}{\tau}s + \frac{3}{\tau^2}}{s^2 + \frac{3}{\tau}s + \frac{3}{\tau^2}} = \frac{\frac{\tau^2}{3}s^2 - \tau s + 1}{\frac{\tau^2}{3}s^2 + \tau s + 1} \approx \exp(-2\tau s), \quad \text{где } \tau = R_o / 2 ,$$

или

$$e^{-sR_o} \approx \frac{\frac{R_o^2}{12} s^2 - \frac{R_o}{2} s + 1}{\frac{R_o^2}{12} s^2 + \frac{R_o}{2} s + 1} . \quad (6)$$

Подставляя (6) в выражение (5), получим:

$$L(s) = \frac{\frac{\alpha(R_o\gamma C)^3(1+\gamma)}{4dN^2} (\frac{R_o}{1+\gamma} s + 1) (\frac{R_o^2}{12} s^2 - \frac{R_o}{2} s + 1)}{s[\frac{R_o^3\gamma C}{2N} s^2 + (\frac{R_o^2\gamma C}{2N} + R_o)s + 1] (\frac{R_o^2}{12} s^2 + \frac{R_o}{2} s + 1)} . \quad (7)$$

Используя пакет **Control System Toolbox 5.0** интерактивной системы **MATLAB** [6], определим логарифмические частотные характеристики **ЛЧХ** (диаграммы **Bode**) системы (см. Рис. 1), скорректированной **ARC**-регулятором, по передаточной функции (7). Воспользуемся параметрами непрерывной части системы (объектом управления), взятыми из работы [6]. Логарифмические частотные характеристики при выбранных параметрах схемы  $\alpha = 1,42 \cdot 10^{-5}$ ,  $R_o = 0,246$ (сек),  $\gamma = 0,98$ ,  $C=2000$  (пакетов/сек),  $d = 1$  (сек), числе сессий  $N = 100$ , и настроенном регуляторе приведены соответственно на Рис. 3.

Программа расчета **ЛЧХ** системы, которая скорректирована **ARC**-регулятором, может быть записана в системе **MATLAB** таким образом:

```
A=1.42*10^(-5); R= 0.246; L=0.98;
C=2000; d=1; N=100;
alf= A*(R*L*C)^3*(1+L)/(4*d*N^2);
f1=alf*[R/(1+L) 1]; f2=[R^2/12 (-R)/2 1]; f3=[1 0];
f4=[R^3*L*C/2/N (R^2*L*C/2/N+R) 1]; f5=[R^2/12 R/2 1];
num= conv(f1,f2); den=conv(f3,conv(f4,f5));
```

```
sys=tf(num,den); [mag,phase,w]=bode(sys);
[Gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(mag,phase,w);
margin(sys)
```

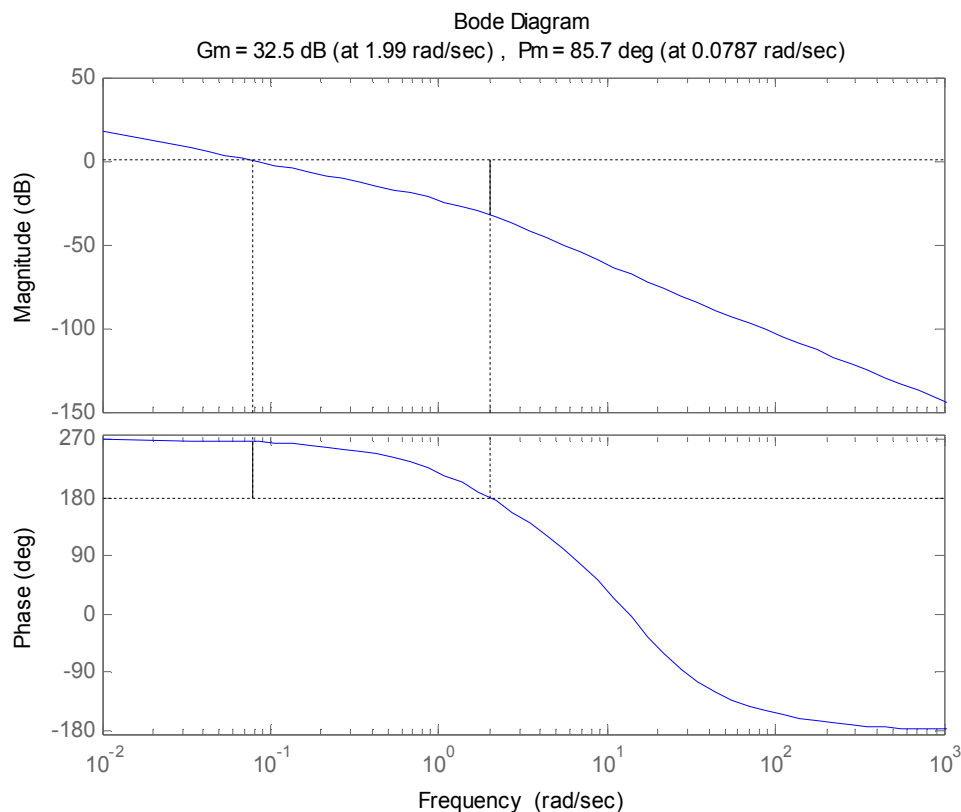


Рис. 3. ЛЧХ системи с ARC-регулятором при  $N=100$

Приведем еще один вариант программы расчета ЛЧХ в системе MATLAB с ARC-регулятором:

```
A=1.42*10^(-5); R= 0.246; L=0.98; C=2000; d=1; N=100;
alf= A*(R*L*C)^3*(1+L)/(4*d*N^2);
[np,dp]=pade(R,2);
syp=tf(np,dp);
f1=[1 0]; f2=[R^3*L*C/2/N (R^2*L*C/2/N+R) 1];
num= alf*[R/(1+L) 1]; den=conv(f1,f2);
sysg=tf(num,den); sys=series(syp,sysg); [mag,phase,w]=bode(sys);
[Gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(mag,phase,w);
margin(sys)
```

В этой программе имеется специальная подпрограмма для функции **Паде**.

Существенно отметить, что функция **Паде** преобразует *минимально-фазовую* систему с регулятором совокупной скорости в *неминимально-фазовую* систему.

По ЛЧХ находим: запас устойчивости системы, имеющей передаточную функцию (7) со звеном запаздывания, по амплитуде  $Gm=32,5$  децибелл на частоте  $\omega_\pi = 1,99$  радиан/сек, запас устойчивости по фазе  $Pm=85,7$  градусов на частоте среза  $\omega_c = 0,0787$  радиан/сек.

AQM-система с регулятором совокупной скорости для эффективной регулировки перегрузок при выбранных параметрах схемы и настроенном регуляторе является устойчивой и обладает хорошими запасами устойчивости по амплитуде и фазе.

Метод ЛЧХ позволяет достаточно просто определить робастность системы (см. Рис.2), т.е. способность системы сохранять устойчивость при изменяющихся параметрах объекта управления. В Табл. 1, 2 и 3 определена устойчивость системы при различных  $R_o$ ,  $N$  и  $C$ .

Табл. 1

$R$ , сек	$Gm$	$Pm$ , град	$\omega_c$ , рад/сек	$\omega_\pi$ , рад/сек
0,2	40	88,3	0,0423	2,67
0,246	32,5	85,7	0,0787	1,99
0,3	25,4	79,2	0,142	1,5

Табл. 2

$N$	$Gm$	$Pm$ , град	$\omega_c$ , рад/сек	$\omega_\pi$ , рад/сек
150	40,2	88,5	0,035	2,36
100	32,5	85,7	0,0787	1,99
50	19,7	64,4	0,297	1,46

Табл. 3

$C$	$Gm$	$Pm$ , град	$\omega_c$ , рад/сек	$\omega_\pi$ , рад/сек
2000	32,5	85,7	0,0787	1,99
2500	26,4	80,3	0,153	1,81
3000	21,5	71,6	0,259	1,66

**Вывод.** По полученным результатам видно, что система с обратной связью, задержкой распространения, ARC-регулятором и динамикой очереди (Рис. 2) обладает достаточной робастностью, т.е. является устойчивой при изменении параметров объекта управления в широких пределах.

#### Литература

1. Hollot C.V. A Control Theoretic Analysis of RED, in Proceedings of IEEE / Hollot C.V., Misra V., Towsley D., Gong W.B. // INFOCOM, April, 2001, pp. 1510-1519.
2. Hollot C.V. Analysis and design of controllers for AQM routers supporting TCP flows. IEEE / Hollot C.V., Misra V., Towsley D., Gong W.B. // ACM Transactions on Automatic Control, vol. 47, no.6, pp. 945-959, June 2002.
3. Hollot C.V. "On Designing Improved Controllers for Routers Supporting TCP Flows", / Hollot C.V., Misra V., Towsley D., Gong W.B. // In Proceedings of IEEE INFOCOM'2001, April 2001, 1726-1734.
4. Chung J. Aggregate Rate Control for Efficient and Practical Congestion Management / Chung J., Claypool M. // Technical Reports, Worcester Polytechnic Institute, Aug. 2004.
5. Гостев В.И. Фаззи-системы активного управления очередью в сетях TCP/IP : монография / В.И. Гостев, С.Н. Скуртов. – Нежин: ООО «Видавництво «Аспект-Поліграф», 2011. – 464 с.
6. Дорф Р. Современные системы управления / Дорф Р., Бишоп Р.; пер. с англ. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 832 с.