

УДК 621.379.54; 621.372.54.037.372

Рогоза В. С., д.т.н.; Сергеев-Горчинский А. А., аспирант.

(Нац. технический университет Украины «КПИ». +380 (68) 810 04 28. alexey.horchynskiy@yahoo.com)

## ОЦЕНКА ОПТИМАЛЬНОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ПРИ ПОМОЩИ ОПТИМИЗИРОВАННОГО НА БАЗЕ АППРОКСИМАЦИИ РАСЧЕТА ПОРЯДКА ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА

Рогоза В. С., Сергеев -Горчинський О. О. Оцінка оптимальності фільтрації періодичних сигналів за допомогою оптимізованого на базі апроксимації розрахунку порядку цифрового фільтру. У статті проведена оцінка оптимальності фільтрації періодичних сигналів різної форми при оптимізованому розрахунку порядку цифрового фільтру нижніх частот (ФНЧ). Розрахунок оснований на мінімізації різниці апроксимованих і відфільтрованих значень зашумленого сигналу. Для оцінки можливості застосування оптимізованого розрахунку порядку цифрового фільтру була проведена серія експериментів по генеруванню і фільтрації зашумлених періодичних сигналів різної форми і з різним співвідношенням сигнал-шум. Для всіх зашумлених сигналів розраховані оптимальні (відносно початкових незашумлених сигналів) і оптимізовані (відносно апроксимованих сигналів) порядки ФНЧ за критерієм мінімальності середньоквадратичної помилки (СКП). Розрахунки показали, що оптимальний і оптимізований фільтри дозволяють отримати порівнянну якість фільтрації зашумленого сигналу. Показана можливість застосування оптимізованого розрахунку порядку цифрового фільтру для наближеної до оптимальної (з найменшим значенням СКП відносно початкового незашумленого сигналу) фільтрації зашумлених періодичних цифрових сигналів.

**Ключові слова:** цифровий сигнал, зашумлений сигнал, сліпа фільтрація, фільтр нижніх частот, оптимізований розрахунок, середньоквадратична помилка

Рогоза В. С., Сергеев-Горчинський А. А. Оценка оптимальности фильтрации периодических сигналов при помощи оптимизированного на базе аппроксимации расчета порядка цифрового фильтра. В статье проведена оценка оптимальности фильтрации периодических сигналов различной формы при оптимизированном расчете порядка цифрового фильтра нижних частот (ФНЧ). Расчет основан на минимизации разности аппроксимированных и отфильтрованных значений зашумленного сигнала. Для оценки возможности применения оптимизированного расчета порядка цифрового фильтра была проведена серия экспериментов по генерированию и фильтрации зашумленных периодических сигналов различной формы и с различным соотношением сигнал-шум. Для всех зашумленных сигналов рассчитаны оптимальные (относительно исходных незашумленных сигналов) и оптимизированные (относительно аппроксимированных сигналов) порядки ФНЧ по критерию минимальности среднеквадратичной ошибки (СКО). Расчеты показали, что оптимальный и оптимизированный фильтры позволяют получить сравнимое качество фильтрации зашумленного сигнала. Показана возможность применения оптимизированного расчета порядка цифрового фильтра для приближенной к оптимальной (с наименьшим значением СКО относительно исходного незашумленного сигнала) фильтрации зашумленных периодических цифровых сигналов.

**Ключевые слова:** цифровой сигнал, зашумленный сигнал, слепая фильтрация, фильтр нижних частот, оптимизированный расчет, среднеквадратичная ошибка

Rogoz V. S., Sergeev-Gorchinskiy O. O. Evaluation of the optimal filtering of periodic signals via optimized estimation of the digital filter order on the basis of approximation. The article deals with estimation of the optimal filtering of periodic signals of different shapes with optimized estimation of the digital low pass filter (LPF) order. The estimation is based on minimizing the difference between the approximated noisy signal values and the filtered ones. To assess the applicability of an optimized estimation of the digital filter order it was carried out a range of experiments on generation and filtering of noisy periodic signals of different shapes with a different signal-to-noise ratio. It is estimated for all noisy signals the LPF optimal order (relative to the output noisy-free signals) and optimized order (relative to the approximated signals) according to a minimum mean square error (MSE) criterion. It is shown that the optimal and optimized filters allow to achieve a comparable quality of noisy signal filtering. The applicability of optimized estimation of the digital filter order is shown for the periodic noisy digital signals filtering approximated to the optimal one (with a lowest MSE value relative to the output noisy-free signal).

**Keywords:** digital signal, noisy signal, blind filtering, low-pass filter, optimized estimation, mean square error

**1. Введение.** В различных технических задачах требуется фильтрация зашумленных сигналов. Одним из возможных вариантов фильтрации сигналов является фильтрация низкочастотных сигналов при помощи ФНЧ, который предназначен для выделения низкочастотной составляющей сигнала, представленного рядом дискретных зашумленных значений.

Для наилучшего выделения низкочастотного сигнала, важным является правильный выбор значения порядка цифрового фильтра. Существует класс задач, в которых отсутствует информация об исходном (незашумленном) сигнале, при этом подстройка при таких условиях осуществляется “вслепую” (обучение без учителя, unsupervised learning) [1].

В статье [2] для слепой фильтрации снятых с датчика акселерометра периодических зашумленных сигналов был применен метод оптимизированного расчета порядков фильтра простое скользящее среднее (ПСС). После применения рассчитанных порядков в фильтре ПСС были выделены периодические колебания соответствующие тестовым шагам человека.

В данной статье для оценки результатов применения метода оптимизированного на базе аппроксимации расчета порядка фильтра ПСС была создана программная библиотека для моделирования процессов формирования и цифровой обработки сигналов. Информация о модулях, вошедших в разработанную программную библиотеку, приведена в разделе «Создание тестовой среды».

Были сгенерированы исходные периодические сигналы различной формы и их модифицированные копии, полученные путем добавления к исходному сигналу случайной составляющей (шума). В разделе «Оптимизированный расчет порядка фильтра» изложена основная идея расчета приближенного к оптимальному (по критерию минимальности СКО) порядка фильтра ПСС.

В разделе «Фильтрация периодических сигналов» приведены результаты экспериментов, которые были выполнены для сравнения значений порядков полученных с помощью метода оптимизированного расчета (по критерию минимальности СКО для отфильтрованного и аппроксимированного сигналов) и оптимального расчета (по критерию минимальности СКО для отфильтрованного и исходного незашумленного сигнала).

В разделе «Выводы» авторы обобщают результаты, полученные в разделе «Фильтрация периодических сигналов».

**2. Создание тестовой среды.** В процессе исследований была создана библиотека программ для генерирования периодических дискретных сигналов с различными характеристиками и обработки сгенерированных сигналов. Структура библиотеки изображена на Рис. 1.

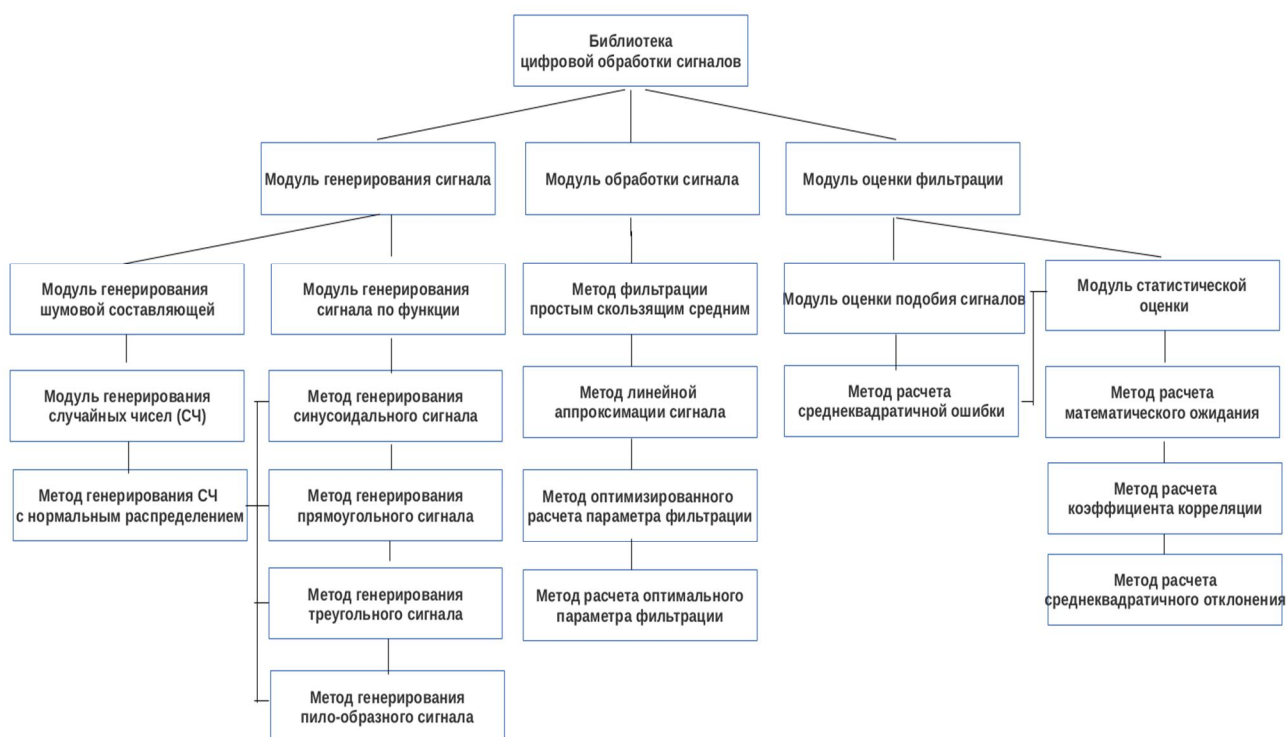


Рис. 1. Структура библиотеки для цифровой обработки сигналов

Функции основных модулей библиотеки программ следующие. «Модуль генерирования сигнала» предназначен для генерирования периодических сигналов и включает генерирование полезного низкочастотного сигнала и шумовой составляющей.

«Модуль генерирования сигнала по функции» реализует программное генерирование сигналов следующих форм: синусоидального, треугольного, прямоугольного, пилообразного. Программная реализация (программный метод) предоставляет возможность настройки амплитуды, частоты и фазы сигнала.

«Модуль генерирования шумовой составляющей» добавлен для приближения формы сигнала к форме, возникающей в реальных условиях передачи. В модуле реализован метод генерирования случайных чисел с нормальным распределением и возможностью задания значений математического ожидания и среднеквадратичного отклонения шумовой составляющей.

Для минимизации шума был создан «Модуль обработки сигнала». В модуле реализованы следующие алгоритмы: *фильтрации* простым скользящим средним (ПСС); *линейной аппроксимации*; оптимизированного расчета порядка цифрового фильтра, который минимизирует значение СКО для аппроксимированного и отфильтрованного сигналов; *расчета* оптимального порядка цифрового фильтра, который минимизирует значение СКО для отфильтрованного и исходного (незашумленного) сигналов.

В компоненте «Модуль оценки фильтрации» были реализованы программные методы: *расчета* СКО (меры подобия сигналов); *расчета* математического ожидания; *расчета* коэффициента корреляции; *расчета* среднеквадратичного отклонения.

Созданная программная библиотека была использована для формирования зашумленных сигналов и их последующей цифровой (дискретной) обработки. Была выполнена серия экспериментов, направленная на оценку возможности применения оптимизированного расчета порядка ФНЧ для приближенного расчета оптимального порядка фильтра.

**3. Оптимизированный расчет порядка фильтра.** Как было отмечено во введении, при решении технических задач часто требуется фильтрация периодических сигналов (в т.ч. сигналов снятых с акселерометра [3]). Если не известны форма и характеристики исходного незашумленного сигнала, возникает необходимость применения методов «слепой» фильтрации. Одним из таких методов является метод оптимизированного на базе аппроксимации расчета порядков цифрового фильтра.

Расчет порядков фильтра ПСС на базе аппроксимации предполагает выполнение следующих шагов:

1. Линейная аппроксимация на интервале  $n$  предыдущих значений зашумленного сигнала и аппроксимация сигнала в заданной временной точке дискретизации  $t$ , которая выполняется с использованием уравнения вида [4]:

$$y_a(t) = b_0 + b_1 \cdot t \quad (1)$$

$$b_1 = \frac{(n+1) \cdot \sum_{i=0}^n (t-i) \cdot x(t-i) - \sum_{i=0}^n (t-i) \cdot \sum_{i=0}^n x(t-i)}{(n+1) \cdot \sum_{i=0}^n (t-i)^2 - (\sum_{i=0}^n (t-i))^2}, \quad (2)$$

$$b_0 = \frac{1}{n+1} \cdot (\sum_{i=0}^n x(t-i) - b_1 \cdot \sum_{i=0}^n (t-i)) \quad (3)$$

где  $t$  – временная точка дискретизации;  $n$  – порядок аппроксимации (количество предыдущих (с учетом текущего) значений зашумленного сигнала);  $x(t-i)$  – значение зашумленного сигнала в точке дискретизации  $t-i$ ;  $y_a(t)$  – значение сигнала после аппроксимации в заданной точке дискретизации  $t$ .

2. Фильтрация ПСС в заданный момент дискретизации определяется следующим соотношением:

$$y_{\phi}(t) = \frac{1}{m+1} \cdot \sum_{i=0}^m x(t-i), \quad (4)$$

где  $t$  – временная точка дискретизации;  $m$  – порядок фильтрации (количество предыдущих, с учетом текущего, значений зашумленного сигнала);  $x(t-i)$  – значение зашумленного сигнала во временной точке дискретизации  $t-i$ ;  $y_{\phi}(t)$  – сигнал после фильтрации в заданной точке дискретизации  $t$ .

3. Расчет СКО для значений аппроксимированного и отфильтрованного сигналов, составленных из значений рассчитанных для всех моментов дискретизации, определяется следующим соотношением:

$$M_{CKO}(Y_a, Y_{\phi}) = \frac{1}{N+1} \cdot \sum_{i=0}^N (y_a(t-i) - y_{\phi}(t-i))^2, \quad (5)$$

где  $t$  – временная точка дискретизации;  $y_a(t-i)$  – значение аппроксимированного сигнала в точке дискретизации  $t-i$ ;  $y_{\phi}(t-i)$  – значение отфильтрованного сигнала в точке дискретизации  $t-i$ ;  $N$  – общее количество точек выборки исходного зашумленного сигнала.

В разделе «Фильтрация периодических сигналов» описаны результаты экспериментов, цель которых заключалась в сравнении значений порядков ФНЧ полученных с помощью оптимального расчета и оптимизированного расчета порядков фильтра ПСС.

**4. Фильтрация периодических сигналов.** Для оценки оптимальности применения метода оптимизированного расчета порядка фильтра ПСС для фильтрации периодических сигналов была проведена серия экспериментов.

Для экспериментов были сгенерированы сигналы четырех форм: синусоидальной, треугольной, прямоугольной, пилообразной.

Характеристики генерируемых сигналов (см. Табл. 1) были приближены к характеристикам сигналов снятых с датчика акселерометра (Kionix, KXTF9-1026) в процессе ходьбы [5].

Характеристики тестовых сигналов Табл. 1

Амплитуда сигнала, м/с <sup>2</sup>	5
Частота сигнала, Гц	2
Распределение шумовой составляющей	нормальное
Частота дискретизации, Гц	260
Продолжительность регистрации сигнала, с	10

На Рис. 2 изображены значения порядков фильтра ПСС для синусоидального сигнала при различных значениях соотношения сигнал-шум  $[-4.0, -1.0]$  дБ: оптимального порядка (при сравнении с незашумленным сигналом) и оптимизированного порядка (при сравнении с аппроксимированным сигналом).

Из Рис. 2 видно, что значения оптимального и оптимизированного порядков ПСС отличаются не более чем на 3 значения, т.е. два способа расчета позволяют получить приближенные результаты.

Далее необходимо было проверить гипотезу, что для сигналов других форм (треугольного, прямоугольного и пилообразного) оптимизированный метод позволяет рассчитать приближенные к оптимальным значениям порядки фильтра ПСС.

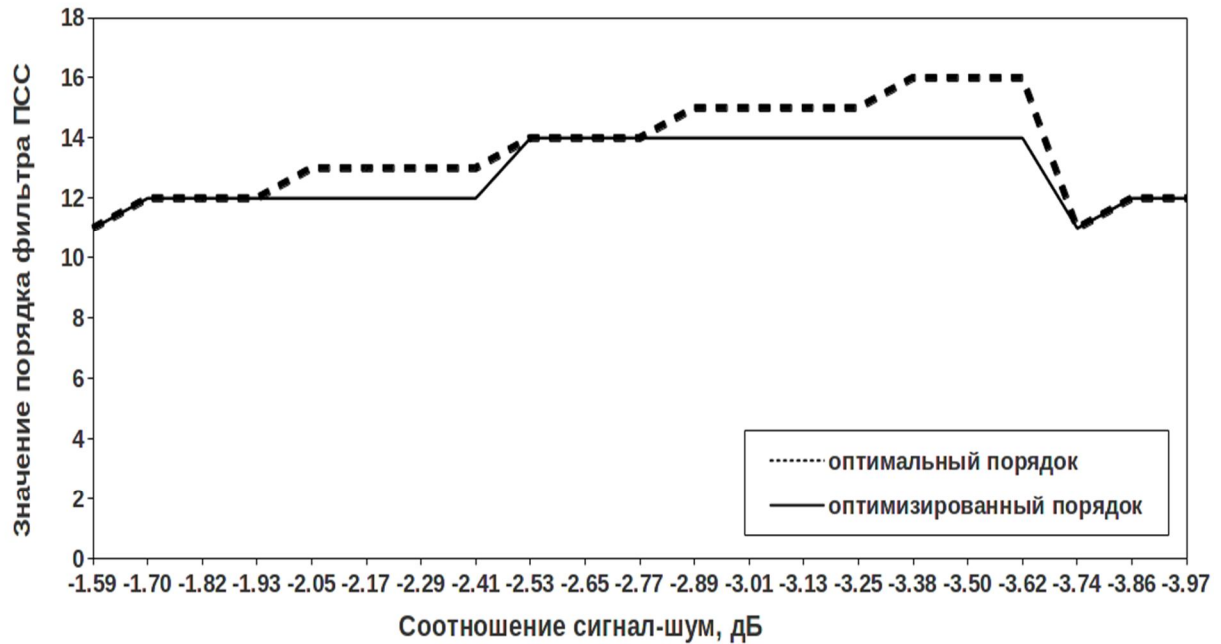


Рис. 2. Значення оптимального і оптимізованого порядків фільтра ПСС для зашумленого синусоїдального сигналу з заданим значенням співвідношення сигнал-шум

На Рис. 3 зображені різниці значень порядків фільтра ПСС: оптимального порядку і оптимізованого порядку для зашумлених сигналів різних форм і різних значень співвідношення сигнал-шум (значення в діапазоні  $[-4.0, -1.0]$  дБ).

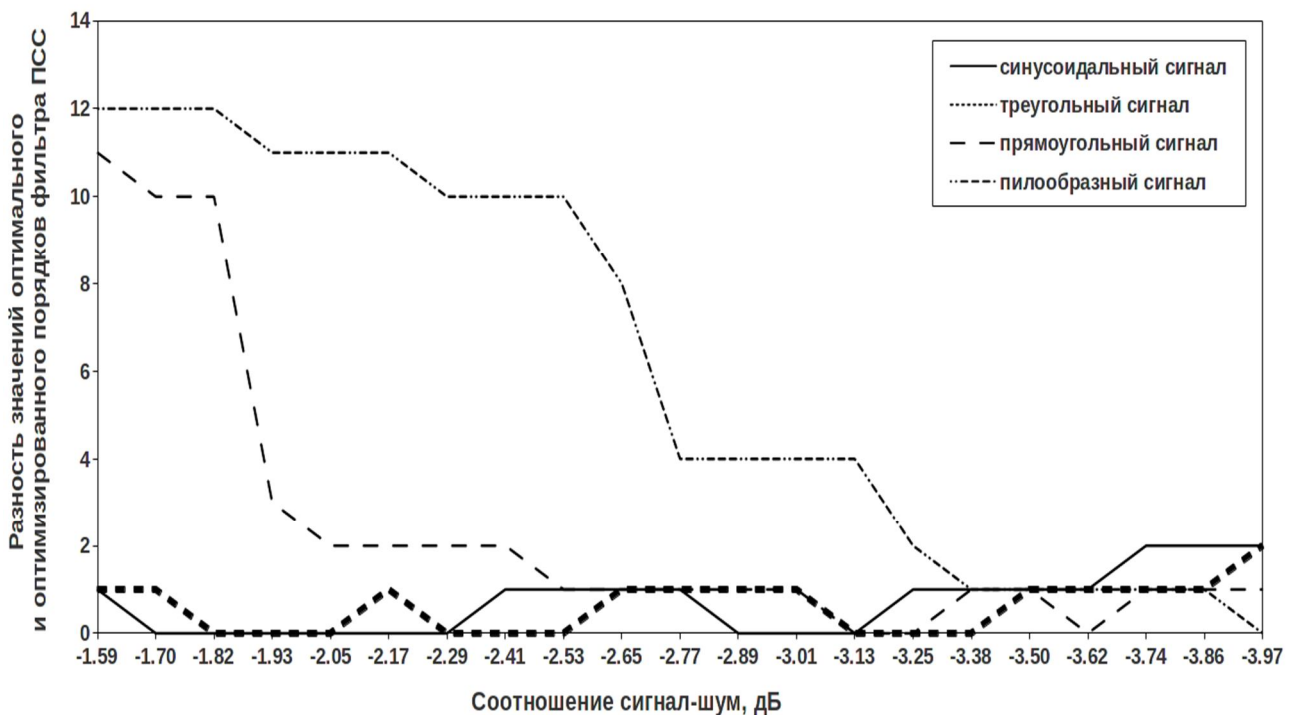


Рис. 3. Різниця значень оптимального і оптимізованого порядків фільтрів

Из Рис. 2 и Рис. 3 следует, что при оптимізованом расчете порядков ПСС большая часть рассчитанных значений отличается от оптимальных значений порядков на значения, которые принадлежат к интервалу  $[0, 4]$ . Следовательно, при проектировании структуры

цифрового фільтра ПСС, крім звеньев відповідуючих порядку оптимального фільтра, необхідно учесть допуск на указанное количество дополнительных звеньев (4 порядка).

Далее необходимо было проверить утверждение, что для приближенных по значению порядков фильтра ПСС, на выходе фильтра должны быть получены сигналы приближенные к исходному незашумленному сигналу, т.е. разность значений СКО должна быть минимальна.

Формула (6) для расчета разности значений среднеквадратичных ошибок  $\Delta M_{\text{СКО}}$  имеет следующий вид:

$$\Delta M_{\text{СКО}} = M_{\text{СКО}}(Z, Y_{\text{ф\_оптимиз}}) - M_{\text{СКО}}(Z, Y_{\text{ф\_оптимал}}); \quad (6)$$

$$M_{\text{СКО}}(Z, Y_{\text{ф\_оптимиз}}) = \frac{1}{N+1} \cdot \sum_{i=0}^N (z(t-i) - y_{\text{ф\_оптимиз}}(t-i))^2; \quad (7)$$

$$M_{\text{СКО}}(Z, Y_{\text{ф\_оптимал}}) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^n [z(t-i) - y_{\text{ф\_оптимал}}(t-i)]^2, \quad (8)$$

где  $t$  – временная точка дискретизации;  $z(t-i)$  – значение исходного незашумленного сигнала во точке дискретизации  $t-i$ ;  $y(t-i)$  – значение обработанного сигнала во точке дискретизации  $t-i$ ;  $N$  – общее количество точек дискретизации сигналов  $Z$  (исходного незашумленного сигнала) и  $Y$  (обработанного зашумленного сигнала).

На Рис. 4 изображены значения  $\Delta M_{\text{СКО}}$  для сигналов различной формы и различного соотношения сигнал-шум  $[-4.0, -1.0]$  дБ.

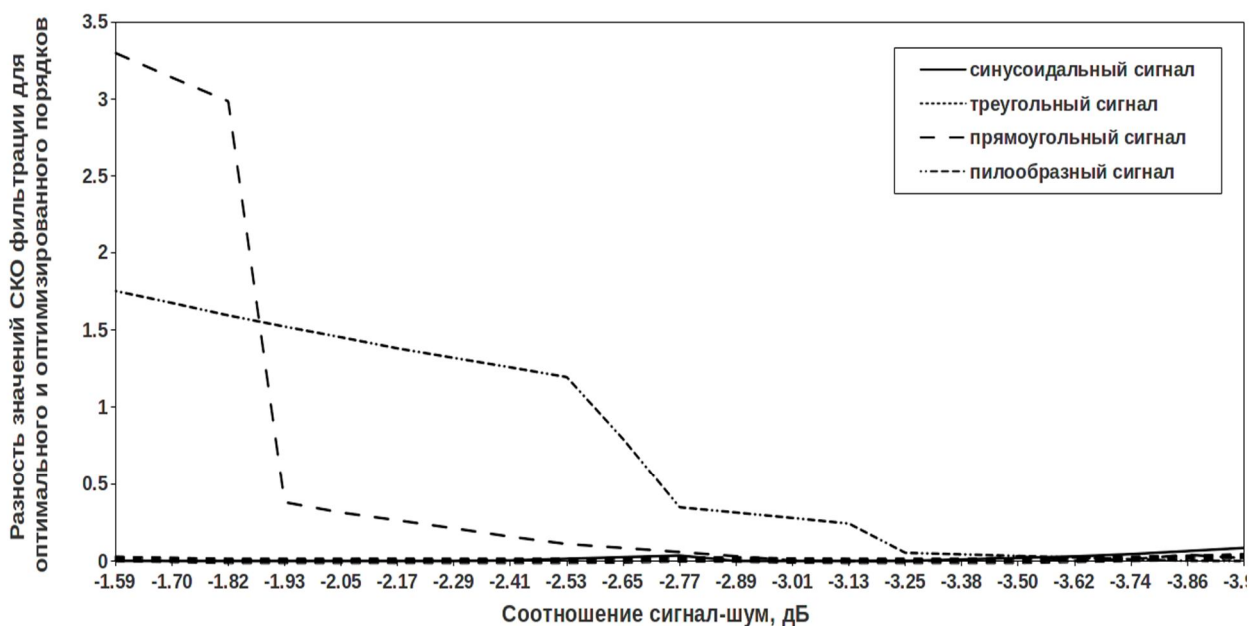


Рис. 4. Різниця значень  $\Delta M_{\text{СКО}}$  фільтрації для оптимального та оптимізованого порядків фільтра ПСС

На основі даних, приведених на Рис. 4, можна зробити висновок, що для зашумлених сигналів синусоїдальної та трикутної форми, зі значенням співвідношення сигнал-шум більшим  $-4$  дБ, використання оптимізованого розрахунку порядку цифрового фільтра є ефективним і дозволяє розрахувати порядок фільтра ПСС, приближений к оптимальному (зі значенням СКО в межах  $[0.0, 0.2]$ ).

**5. Выводы.** Фильтрация зашумленных сигналов требуется при решении различных технических задач, в том числе при обработке сигналов снимаемых с инерционных датчиков (в т.ч. датчика акселерометра). Чувствительность и уровень шумовой составляющей варьируются для различных датчиков.

Поскольку при решении практических задач характеристики исходный сигналов не известны, при построении фильтра для зашумленных сигналов может быть использован метод оптимизированного на базе аппроксимации расчета порядка фильтра ФНЧ.

Для того, чтобы оценить возможность применения выбранного метода для расчета порядков фильтра ПСС и последующей фильтрации периодических сигналов с соотношением сигнал-шум  $[-4.0, -1.0]$  (дБ) была разработана математическая библиотека составленная из программных модулей.

Созданная библиотека позволила провести серию экспериментов, в ходе которых были сгенерированы зашумленные периодические сигналы различной формы (синусоидальной, треугольной, прямоугольной, пилообразной), рассчитаны соответствующие оптимальные и оптимизированные порядки фильтрации (для заданного соотношения сигнал-шум), проведено фильтрацию и рассчитаны значения СКО.

При оценке разности в значениях оптимального и оптимизированного порядков фильтра ПСС было показано, что в среднем значения различаются на  $[0, 4]$  порядков. При фильтрации зашумленных сигналов синусоидальной и треугольной форм, рассчитанные значения разности СКО принадлежали отрезку значений  $[0.0, 0.2]$ . Значения разности СКО для прямоугольного и пилообразного сигналов принадлежали отрезку  $[0.0, 3.5]$ .

Полученные результаты показали необходимость более детального изучения применения метода оптимизированного расчета порядка фильтра ПСС при фильтрации зашумленных кусочно-заданных периодических сигналов.

Реализованная библиотека может быть использована для экспериментальной обработки цифровых сигналов в различных технических задачах.

### **Литература**

1. Сергиенко А. Цифровая обработка сигналов / А. Сергиенко. – [3-е изд.]. – Санкт-Петербург : изд. «БХВ-Петербург», 2011. – С. 593-595.
2. Rogoza V., Sergeev A. The Comparison of the Stochastic Algorithms for the Filter Parameters Calculation, Springer, Advances in Systems Science, Vol. 240, Switzerland, 2014. – 241-250 pp.
3. Agoston K. Accelerometer characteristics, errors and signal conditioning, In Proceedings, 6th Inter-eng conference, Romania, 2012. – 278-279 pp.
4. N. Draper, H. Smith. Applied regression analysis. Wiley series, 3rd ed., US, 1998. – 24-25 pp.
5. Kionix. KXTF9 Series: Accelerometers and Inclinometers. Rev. 3, US, 2011. – 1-2 pp.