

УДК 621.395

Лісовий І. П., доктор техн. наук, проф. Тел.: 380 (48) 758-51-58. E-mail: ur5fo@mail.ru

Колчар В. М., аспірант. Тел. +380 (98) 425-58-90. E-mail: vovakolchar@ukr.net

(Одеська національна академія зв'язку ім. О. С. Попова)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРИСТРОЮ СИНХРОНІЗАЦІЇ МЕЖ ЕЛЕМЕНТАРНИХ СИГНАЛІВ

Lisovsky I. P., Kolchar V. M. A mathematical model of the synchronization unit of symbols border. This paper presents the study of the law of distribution phase clock and assessing the impact of this law on the characteristics of the synchronization unit of symbols border. It is shown that most full the synchronization unit of elementary signals border is characterized by the statistical distributing law of the synchropulse phase. If a statistical law is unknown, fullysatisfactorily the synchronization unit of symbols border is characterizedby numerical descriptions of distributing law of synchropulse phase: mathematical expectation value of phase, dispersion, asymmetry and excess, in other words – moments of law distributing. Differential equalization and other analytical expressions is considered for an analysis and design of the synchronization unit of elementary signals border. Set the conformity of the differential equations describing the behavior of the synchronization unit border of signal with equation Fokker - Planck - Kolmogorov. Analytical expression to determine the short cut of motion of a synchropulse phase to the stable state is resulted. The two-position, three-position and multiposition synchronization units of elementary signals border are considered. The possibility of increasing the accuracy of synchronization unit border of symbols is proved.

Keywords: relative signal. border of the symbols, a clock, a unit synchronization of symbols

Лісовий І. П., Колчар В. М. Математична модель пристрою синхронізації меж елементарних сигналів. В роботі виконано дослідження закону розподілу фази синхроімпульсу та оцінку впливу на цей закон характеристик пристроїв синхронізації меж елементарних сигналів. Встановлено зв'язок диференціального рівняння, що описує поведінку пристрою синхронізації меж елементарних сигналів з рівнянням Фоккера – Планка – Колмогорова. Доведено можливість підвищення швидкості функціонування і точності синхронізації межі елементарних сигналів.

Ключові слова: відносний біімпульсний сигнал, межа елементарного сигналу, синхроімпульс, замкнений пристрій синхронізації

Лесовой И. П., Колчар В. М. Математическая модель устройства синхронизации границ элементарных сигналов. В работе выполнено исследование закона распределения фазы синхроимпульса и оценку влияния на этот закон характеристик устройств синхронизации границ элементарных сигналов. Установлена связь дифференциального уравнения, описывающего поведение устройства синхронизации границ элементарных сигналов с уравнением Фоккера - Планка - Колмогорова. Доказана возможность повышения, быстродействия и точности синхронизации границ элементарных сигналов.

Ключевые слова: относительный биимпульсный сигнал, граница элементарного сигнала, синхроимпульс, замкнутое устройство синхронизации

Вступ. В телекомунікаційних системах відомості про положення меж елементарного сигналу одержують з самого інформаційного сигналу. Внаслідок впливу флуктуаційних завад, нестабільності параметрів каналу зв'язку та апаратури, виникає розбіжності між синхроімпульсами та положеннями меж елементарних сигналів. Навіть при незначних відхиленнях синхроімпульсу від меж елементарних сигналів зменшується завадостійкість системи з відносним біімпульсним сигналом. Як показують математичні алгоритми прийому відносного біімпульсного сигналу (ВБС), на приймальному кінці повинен бути набір апріорних даних про прийнятий сигнал, положення меж прийнятих елементарних сигналів. Тому необхідно слідкувати за синхроімпульсами та положеннями меж елементарних сигналів, а при появі розсинхронізації здійснювати підстроювання синхроімпульсу до меж посилок. Комплекс технічних засобів, що виконують цю функцію називається пристроєм синхронізації меж елементарних сигналів (ПСМЕП).

Статистичні характеристики пристрою синхронізації меж елементарних сигналів.

Розглянемо пристрій синхронізації меж елементарних сигналів замкнутого типу з пасивними каналами синхронізації. Узагальнену функціональну схему такого пристрою наведено на Рис. 1. На схемі: АС – аналізатор сигналу, визначає положення меж елементарних сигналів в інформаційному сигналі; УП – усереднюючий пристрій – виявляє невинпадкову величину відхилення синхроімпульсу від меж елементарних сигналів; ГКН – генератор керований напругою; ФС – формувач синхроімпульсу.

Величина роз синхронізації, яка вимірюється по групі елементарних сигналів, керує ГКН так, щоб змінюючи фазу коливаль, що надходять від ГКН зменшити величину роз синхронізації. Усереднюючий пристрій та генератор керований напругою разом складають вузол, який називається усереднювачем (У).

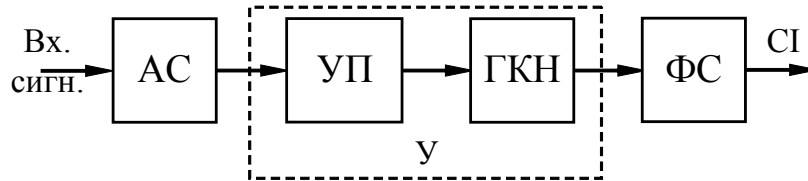


Рис. 1. Функціональна схема пристрою синхронізації замкнутого типу з пасивними каналами синхронізації

Вважатимемо, що межі елементарних сигналів нерухомі, а синхроімпульси можуть флуктувати відносно останніх. Єдиним параметром, що повністю описує окремо взятий синхроімпульс, є його фаза:

$$x = 2\pi \frac{\Delta\tau}{T}. \quad (1)$$

Тут: $\Delta\tau$ – відхилення синхроімпульсу від межі елементарного сигналу, T – тривалість посилки.

Очевидно, що якщо синхроімпульс і межа елементарного сигналу збігаються – $x = 0$.

Проте повною мірою описує пристрій синхронізації меж елементарних сигналів статистичний закон розподілу фази синхроімпульсу і залежність цього закону від властивостей сигналу, від параметрів каналу зв'язку, і від способів побудови самого ПСМЕС. У тих випадках, коли статистичний закон розподілу фази синхроімпульсу встановити не вдається, або якщо це пов'язано зі значними труднощами, то цілком задовільно пристрій синхронізації меж елементарних сигналів характеризують числові характеристики закону розподілу фази синхроімпульсу: математичне очікування фази, дисперсія, асиметрія та ексцес, тобто моменти закону розподілу.

Розглянемо статистичні характеристики замкнутого пристрою синхронізації, функціональну схему якого наведено на Рис. 2.

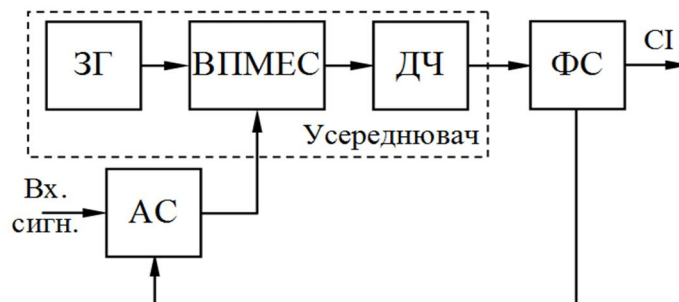


Рис. 2. Функціональна схема замкнутого пристрою синхронізації

Задаючий генератор (ЗГ) формує послідовність імпульсів з частотою проходження N/T . Ця послідовність через вузол підстроювання меж елементарних сигналів (ВПМЕС) надходить на дільник частоти з коефіцієнтом ділення N , і далі вже з частотою $1/T$ на

формував синхроімпульсу (ФС). Аналізатор сигналу (АС) за допомогою ВПМЕС один раз за послідовку може здійснювати корекцію фази. Тривалість синхроімпульсу збільшується на величину $2\pi n/N$ і синхроімпульс прагне випереджати межі елементарних сигналів. При зменшенні кількості імпульсів фаза синхроімпульсу зменшується на величину $2\pi n/N$ і СІ відстає від меж елементарних сигналів. Зазвичай у пристрої синхронізації меж елементарних сигналів виконуються наступні умови:

$$N \gg 1, \quad N \gg K, \quad -K \leq n \leq +K.$$

де K – найбільша можлива кількість імпульсів, що додаються чи віднімаються.

За величиною n розрізняють двопозиційні, трипозиційні та багатопозиційні пристрої синхронізації меж елементарних сигналів. У двопозиційних n приймає значення -1 і $+1$, тобто корекції фази СІ проводиться на кожному елементарному сигналі. Це робиться в тому випадку, коли величина розсинхронізації може бути виміряна на кожному елементарному сигналі. Частіше ж застосовуються трипозиційні пристрої синхронізації меж елементарних сигналів у яких n може приймати значення: $-1, 0, +1$. Якщо пристрій синхронізації знаходиться у стані синхронізму $n=0$. При появі розсинхронізації, через кілька елементарних сигналів прийнятого сигналу буде додаватися або відніматися по одному імпульсу поки фаза синхроімпульсу не стане рівною нулю.

Диференціальне рівняння пристрою синхронізації меж елементарних сигналів.

Нехай елементарні сигнали в сусідніх тактових інтервалах незалежні, а властивості каналу зв'язку постійні в часі. Ймовірність формування команди про додавання або віднімання K імпульсів залежить тільки від величини розсинхронізації, а фаза синхроімпульсу являє собою простий однорідний ланцюг Маркова [1] з імовірністю переходу від стану $x_n = 2\pi n/N$, до стану $x_{n+k} = 2\pi(n+k)/N$ за одну послідовку $q_k(x_n)$. При цьому умовна ймовірність $p(x_n, t_m / x_r)$ того, що зі стану x_r відповідного моменту часу $t = 0$, система в момент часу $t_m = mT$ перейде в стан x_n буде визначатися з рівняння:

$$p(x_n, t_m / x_r) = \sum_{k=-K}^{+K} p(x_{n-k}, t_{m-1} / x_r) \cdot q_k(x_{n-k}). \quad (2)$$

Якщо N досить велике, то можна перейти від дискретної множини станів до безперервного і від ймовірностей до густини ймовірності. Нехай

$$p(x_n, t_m / x_r) = \frac{2\pi}{N} W(x_n, t_m / x_r). \quad (3)$$

Підставляючи (3) в (2), і вимагаючи, щоб воно виконувалося не тільки для x_n , а й для всіх x , а також замінюючи дискретне початкове положення x_r безперервним у отримаємо:

$$W(x, t_m / y) = \sum_{k=-K}^{+K} W(x - \frac{2\pi K}{N}, t_{m-1} / y) \cdot q_k(x - \frac{2\pi K}{N}), \quad (4)$$

$$q_k(x) \geq 0, \quad \sum_{k=-K}^{+K} q_k(x) = 1.$$

Величина $2\pi K/N$ невелика, розкладемо праву частину (4) в ряд Тейлора в околиці точки x по степеням $2\pi K/N$, та обмежимося членами другої степені $2\pi K/N$.

$$W(x, t_m / y) = W(x, t_{m-1} / y) - \frac{2\pi}{N} \frac{d}{dx} [a(x) W(x, t_{m-1} / y)] + \frac{2\pi^2}{N^2} \frac{d^2}{dx^2} [b(x) W(x, t_{m-1} / y)]; \quad (5)$$

де:

$$a(x) = \sum_{k=-K}^{+K} K q_k(x); \quad b(x) = \sum_{k=-K}^{+K} K^2 q_k(x); \quad (6)$$

Вважаючи, що зміна функції густини ймовірності за одну послідовку невелика можна записати:

$$\Delta W = W(x, t_m / y) - W(x, t_{m-1} / y) \cong T \frac{\partial W}{\partial t} \quad (7)$$

і якщо $I = t/T$ – безрозмірний час, то

$$\Delta W \cong T \frac{\partial W}{\partial I}. \quad (8)$$

На основі (5), (7), (8) отримуємо формулу для визначення найкоротшого шляху руху фази синхроімпульсу до стійкого стану:

$$\frac{\partial W}{\partial I} = -\frac{2\pi}{N} \frac{\partial}{\partial x} [a(x) W] + \frac{2\pi^2}{N^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [b(x) W], \quad (9)$$

з початковими граничними умовами:

$$\begin{cases} W(x, 0 / y) = \delta(x - y), & \text{де } \delta(x - y) - \text{дельта функція;} \\ W(-\pi, I / y) = W(\pi, I / y), \end{cases} \quad (10)$$

та:

$$\int_{-\pi}^{+\pi} W(x, I / y) dx = 1. \quad (11)$$

Рівняння (9) відповідає рівнянню Фоккера - Планка - Колмогорова. При більш строгих висновках, визначення коефіцієнта $b(x)$ за формулою (6) є вірним при малих значеннях $a(x)$. У загальному випадку коефіцієнт $b(x)$ визначається не як початковий момент другого порядку, кількість імпульсів, що додаються, за одну послілку, а як центральний момент, тобто дисперсія кількості імпульсів. $a(x)$ – являє собою математичне очікування кількості імпульсів за послілку і функції $a(x)$ і $b(x)$ мають вигляд:

$$\begin{aligned} a(x) &= \sum_{k=-K}^{+K} K q_k(x), \\ b(x) &= \sum_{k=-K}^{+K} K^2 q_k(x) - a^2(x). \end{aligned} \quad (12)$$

Рівняння (9) можна поширити і на той випадок, коли n послідовних команд на виході аналізатора сигналу залежні, однак n при цьому має бути невелика. Групи по n елементарних сигналів можна наближено вважати незалежними тоді коефіцієнти $a(x)$ і $b(x)$ визначаються так:

$$\begin{aligned} a(x) &= \frac{1}{n} \sum_{k=-K_1}^{+K_1} K q_k^*(x), \\ b(x) &= \frac{1}{n} \left\{ \sum_{k=-K_1}^{+K_1} K^2 q_k^*(x) - \left[\sum_{k=-K_1}^{+K_1} K q_k^*(x) \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Тут $+K_1$ і $-K_1$ максимальна і мінімальна кількість імпульсів за n елементарних сигналів. Крім того рівняння (9) узагальнити на випадок неоднорідного каналу і пристрою синхронізації зі змінними параметрами:

$$\frac{\partial W}{\partial I} = -\frac{2\pi}{N} \frac{\partial}{\partial x} [a(x, t) W] + \frac{2\pi^2}{N^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [b(x, t) W]. \quad (14)$$

Формули (9) і (14) описують пристрій синхронізації меж елементарних сигналів дискретного типу. Можна показати, що і аналогові пристрої синхронізації меж елементарних сигналів також описуються рівнянням Фоккера - Планка - Колмогорова [2]. Слід зазначити, що збіг густини ймовірності фази синхроімпульсу з рішенням рівняння (9) тим краще, чим точніше виконуються умови центральної граничної теореми, для прирощення фази синхроімпульсу за деякий інтервал часу. Так, чим більше функції $a(x)$ та $b(x)$ є гладкими, і чим більше величина коефіцієнта N , тим більше точність при використанні рівняння Фоккера - Планка - Колмогорова.

Коефіцієнти рівняння замкненого пристрою синхронізації. ПСМЕС, як система зі зворотним зв'язком повинна відповідати вимогам стійкості роботи і швидкого входження в синхронізм. Визначимо загальні вимоги які пред'являються до ПСМЕС з точки зору забезпечення оптимальних режимів роботи і можливості технічної реалізації.

Для того щоб в околиці точки $x=0$ рух системи відбувалося в напрямку компенсації збурень, тобто щоб точка $x=0$ була стійкою, необхідно:

$$a(x) = \begin{cases} = 0, & \text{при } x = 0, \\ > 0, & \text{при } x < 0, \\ < 0, & \text{при } x > 0; \end{cases}$$

або функція $a(x)$ повинна мати корінь в точці $x=0$, і похідна $a'(x)$ в цій же точці повинна бути негативною. $x=0$ буде єдиною стійкою точкою, якщо $a(x)$ не матиме інших коренів з негативною похідною. Рух фази синхроімпульсу до стійкого стану має відбуватися найкоротшим шляхом. Для цього повинні виконуватись умови:

$$\begin{aligned} a(x) &> 0 & \text{при } -\pi < x < \pi, \\ a(x) &< 0 & \text{при } 0 < x < +\pi. \end{aligned}$$

Звідки $a(x)$ має другий корінь в точці $x = \pi$, причому $a'(x) > 0$ в цій же точці. Нехай $a(x)$ непарна функція відносно точки $x = 0$, тобто

$$a(x) = -a(x).$$

Рух фази синхроімпульсу до точки $x=0$ має проходити не тільки по найкоротшому шляху, але і з максимальною швидкістю. Швидкість ця пропорційна $|a(x)|$. Але оскільки $|a(x)|$ не може бути великим в околиці коренів функції $a(x)$, то доцільно вимагати, щоби була великою величина $|da(x)/dx|$.

Функція $b(x)$ не може мати негативних значень. Бажано, щоб її величина в околиці точки $x = 0$, була невеликою. Крім того функція $b(x)$ повинна бути близькою до парної. Можливий вигляд цих функцій наведено на Рис. 3. В реальних умовах функція $a(x)$ може відхилятися від непарної, а $b(x)$ від парної.

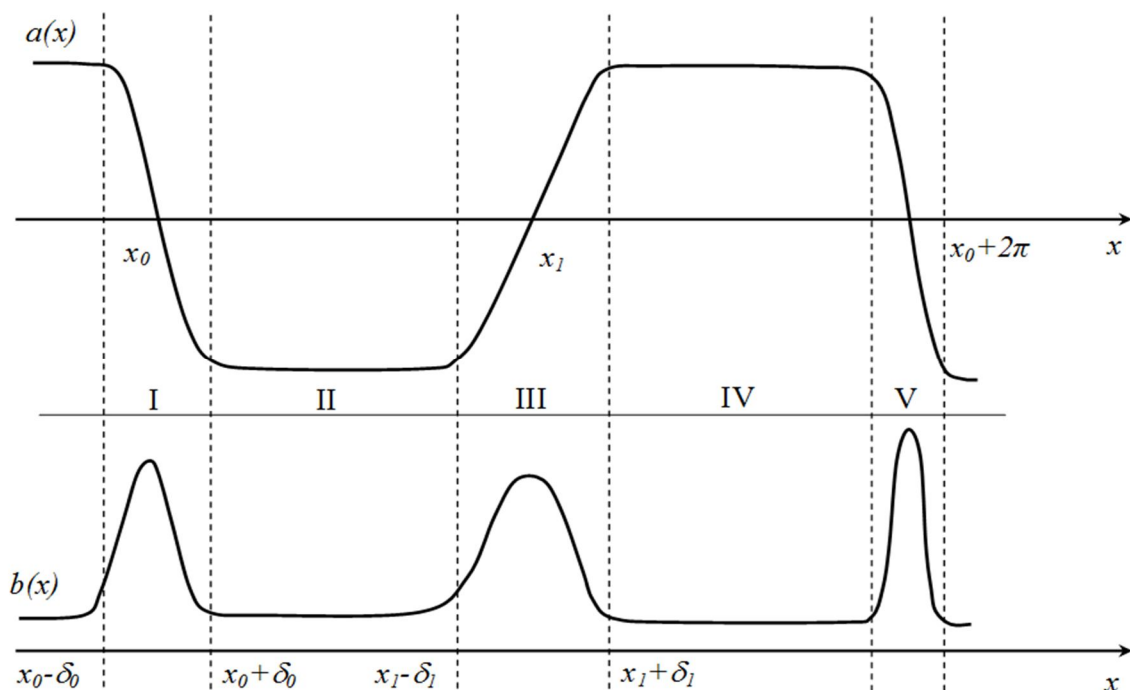


Рис. 3. Математичне очікування кількості імпульсів за посилку та дисперсія кількості імпульсів

Однак бажано, щоб ці відхилення мали незначну величину, і якщо це буде виконуватися, то $a(x)$ і $b(x)$ будуть описуватися порівняно невеликою кількістю членів ряду Фур'є, причому у функції $a(x)$ переважають непарні складові, а в $b(x)$ – парні. Коефіцієнт при $\sin x$ в розкладанні $a(x)$ повинен бути негативним і переважати інші коефіцієнти за абсолютною величиною. В розкладанні $b(x)$ повинна бути позитивна постійна складова, більша ніж абсолютні величини інших коефіцієнтів.

В околиці точки $x=0$ функції $a(x)$ і $b(x)$ можуть бути апроксимовані степеневими поліномами:

$$a(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3,$$

$$b(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2;$$

причому:

$$a_0 = a(0); \quad a_1 = a'(0); \quad a_2 = a''(0)/2; \quad a_3 = a'''(0)/3;$$

$$b_0 = b(0); \quad b_1 = b'(0); \quad b_2 = b''(0)/2;$$

і

$$b_0 > 0, \quad a_1 < 0,$$

$$\left| \frac{a_0}{a_1} \right|, \quad \left| \frac{a_2}{a_1} \right|, \quad \frac{b_1}{b_0} < 1.$$

Висновки

1) Існує можливість підвищення швидкості функціонування та точності пристрою синхронізації межі елементарних сигналів. Вираз (9) визначає найкоротший шлях руху фази синхроімпульсу до стійкого стану.

2) При застосуванні рівняння Фокера - Планка - Колмогорова точність обчислень зростає зі збільшенням коефіцієнта N та є максимальною для гладких функцій $a(x)$ та $b(x)$.

Плануються подальші теоретичні дослідження поліпшення роботи пристрою синхронізації меж елементарних сигналів.

Література

1. Казаков В. А. Введение в теорию марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи / В. А. Казаков. Москва : Сов. радио, 1973. 323 с.
2. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении / В. Линдсей ; пер. с англ. под ред. Ю. Н. Бакаева и В. В. Капранова. – Москва : Сов. радио, 1978. 600 с.
3. Шахгильдян В. В. Системы фазовой синхронизации с элементами дискретизации / В. В. Шахгильдян, А. А. Ляховкин, В. Л. Карякин и др.; под ред. В. В. Шахгильдяна. – 2-е изд. – Москва : Радио и связь, 1989. – 320 с.

Дата надходження в редакцію: 24.06.2015 р.

Рецензент: д.т.н., проф. А. Г. Ложковський