

УДК 378.637

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ У ФАХОВІЙ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНЬОГО ІНЖЕНЕРА

В.І.Клочко, З.В.Бондаренко, С.А.Кирилашук

*Анотація.* У статті розглядаються проблеми системного вивчення змістовних і методичних особливостей професійно зорієнтованої фундаментальної підготовки студентів технічних ВНЗ на основі методу моделювання.

*Ключові слова:* математична модель, професійна підготовка, комп'ютерне математичне моделювання, зміст, інтегративний підхід, професійно спрямовані задачі.

*Аннотация.* В статье рассматриваются проблемы системного изучения содержательных и методических особенностей профессионально сориентированной фундаментальной подготовки студентов технических ВУЗов на основе метода моделирования.

*Ключевые слова:* математическая модель, профессиональная подготовка, компьютерное математическое моделирование, содержание, интегративный подход, профессионально направленные задачи.

*Summary.* In the article there have been examined the problems of system studying of intensional and methodological peculiarities of professionally oriented academic education of students of technical universities on the basis of modeling method.

*Key words:* mathematical model, professional orientation of training, computer mathematical modeling, contents, integrative approach, professional orientation tasks.

**Актуальність.** Одним із пріоритетних напрямків державної освітньої політики України є якісне відновлення освіти, тобто підготовка фахівців, здатних відповідати на вимоги сучасності [7]. Важливою характеристикою навчання майбутнього інженера є його математична освіченість. Проблема підвищення ефективності математичної підготовки студентів технічних спеціальностей пов'язана з особливостями їхньої майбутньої професії. Курс вищої математики в системі підготовки технічних спеціалістів, як за змістом, так і за методами навчання, повинен відповідати державним стандартам підготовки інженерів.

Серед напрямів розв'язання проблеми проектування й реалізації змісту навчання математики та інших фундаментальних дисциплін виділяється прикладна орієнтація фундаментальної освіти та її професійна спрямованість.

У контексті дослідження професійну спрямованість навчання фундаментальних дисциплін тлумачимо як таку організацію навчального процесу студентів ВНЗ технічного профілю, за якої формується система знань і вмінь, котрі є основою для засвоєння спеціальних дисциплін, оволодіння професією, застосування фундаментальних знань у майбутній професійній діяльності [1, 6].

Підвищення навчально-пізнавальної діяльності студентів технічного ВНЗ ми вбачаємо у розвитку у студентів навичок моделювання. Воно є однією з сучасних ІТ навчання математики, фізики й інформатики, якому органічно властиві процес творчості й дослідницька діяльність, відкриття студентом суб'єктивно нових знань.

У статті розглядаються проблеми системного вивчення змістовних і методичних особливостей професійно зорієнтованої фундаментальної підготовки студентів технічних ВНЗ на основі методу моделювання.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Починаючи з кінця минулого століття метод моделювання, зокрема математичного моделювання, знову привернув до себе увагу. У вітчизняній літературі моделювання розглядається як один із основних методів теорії пізнання.

Широкий спектр питань навчання математики та інформатики студентів ВНЗ, зокрема питання, пов'язані з використанням математичного моделювання, дослідженні І.Берьозкіною, І.Главатських, Б.Гнеденком, С.Гончаренком, Л.Кудрявцевим, Л.Нічуговською, С.Семеріковим та іншими.

У дослідженні І.Іваницького показано, що математичне моделювання ефективно використовується для порівняння результатів реального експерименту з результатами, одержаними на віртуальних фізичних моделях. Дослідженням І. Семешука доведено, що використання ППЗ GRAN1 та GRAN-2D дає змогу ефективно застосовувати в навчальній діяльності сучасні методи дослідження та моделювання реальних процесів.

Результати аналізу проведених досліджень дають підстави дійти висновку про те, що в розглянутих роботах внутрішні зв'язки фундаментальних дисциплін та зв'язки фундаментальних дисциплін зі спеціальними інженерними дисциплінами не досліджувались в аспекті математичного моделювання.

**Постановка проблеми.** Можливість використання засобів моделювання зумовлена тим, що вміння моделювати пов'язане з оволодінням такими мисленнєвими операціями, як аналогія, порівняння, синтез, аналіз, узагальнення тощо. Дослідженням встановлено, що етапи моделювання в деяких суттєвих рисах збігаються з етапами творчої діяльності [5]. Тому студенти, що будують та досліджують моделі, можуть досягнути високого рівня творчості.

До побудови моделей фізичних явищ і процесів, функціональних залежностей фізичних величин зводиться багато розрахунків із різних галузей техніки й наукових досліджень. При цьому виникають потреби досягнення бажаної точності моделювання, врахування швидкості зміни фізичних величин тощо.

Розвиток ІКТ, обчислювального експерименту, числового моделювання посилили актуальність і необхідність використання у навчанні елементів математичного моделювання.

**Виклад основного матеріалу.** Під моделлю розуміємо таку мисленнєво уявну або матеріально реалізовану систему, яка в процесі пізнання, відображаючи або відтворюючи об'єкт дослідження, здатна заміщати його так, що її вивчення дає нам нову інформацію про цей об'єкт.

Математичну модель розглядаємо як систему математичних залежностей і відношень, за допомогою яких наближено описуються будь-якого класу реальні явища, об'єкти оточуючого середовища [8, 10]. Під моделюванням розуміємо процес побудови, дослідження та використання математичної моделі.

Випускники технічних університетів повинні володіти певним рівнем фундаментальних знань у галузі ІТ, що дозволяло б їм швидко засвоювати сучасні комп'ютерні технології. Залучення студентів до розв'язування завдань зі сфери їхньої майбутньої професійної діяльності з використанням моделювання служить розумінню ними того, що, тільки описавши зв'язок між різними сторонами явища засобами математики, інформатики і фізики, можна в подальшому ефективно використати одержану інформацію для удосконалення властивостей об'єкта. Можна виділити три групи експериментально-розрахункових робіт з фізики, механіки та інших, як загально інженерних, так і спеціальних дисциплін.

До першої групи слід віднести задачі, що формують загальний світогляд інженера і дають базові знання щодо закономірностей і процесів фахового спрямування. До другої групи віднесено спеціалізовані задачі, в яких розглядаються закономірності, характерні для певних напрямків спеціалізації студента. Для задач третьої групи характерне математичне моделювання на основі результатів експериментальних вимірювань [9, 11].

Об'єднання інструментарію математики, інформатики й фізики надає широкі можливості студентам у розв'язанні задач кожної групи, у пізнанні дійсності, у дослідженнях і експериментах, у суб'єктивному й об'єктивному розширенні знання. Зміст навчання моделювання спрямовується на формування у студентів наукового світогляду, інформаційної культури, навичок аналізу і формалізації задач, ознайомлення з комп'ютерними середовищами тощо.

Застосування ІКТ сприяє формуванню навичок переформулювання задачі, виявленню нових сторін умови задачі. Використання ІКТ під час аналізу даних задачі надає можливість студентові точніше будувати математичні моделі, оволодіти навичками поєднання найпростіших моделей у складні структури. Побудова математичної моделі з використанням ІКТ привчає майбутнього інженера мислити логічно, сприяє розвитку вмінь оцінювати результат, прогнозувати його та критично ставитись до нього [5].

Під час розв'язування прикладних математичних завдань традиційні методи можуть поєднуватись з діями нематематичного характеру – фізичними вимірами, спостереженнями й т.п. Це стосується не лише вихідних параметрів і залежностей, але в деяких випадках і проміжних етапів дослідження, якщо які-небудь із величин, що з'являються, і функцій порівняно нескладно отримати емпірично, хоча їх можна було б знайти й засобами математики.

У дослідженні математичних моделей широко застосовується один із плідних підходів до моделювання складних об'єктів міркування за аналогією та використання аналогій з уже вивченими явищами. Зауважимо, що використання аналогій ґрунтується на одній з важливих властивостей математичних моделей – їх універсальності, тобто застосування їх до об'єктів принципово різної природи.

Так, припущення типу «швидкість зміни величини пропорційна значенню самої величини (чи деякої функції від неї)» широко використовується в різних галузях знань.

Нехай, наприклад, показано, що за допомогою деякого методу успішно розв'язано завдання А. Тоді часто той самий метод, вже без додаткового дослідження, застосовують і у процесі розв'язування інших завдань, аналогічних А; посилення на розв'язання завдання А ніби є обґрунтуванням правильності розв'язку. Звичайно, при цьому можна й помилитися, оскільки кожне нове завдання має свою специфіку. Але все-таки частіше розумна аналогія виявляється плідною, а якщо діяти уважно, на основі здорового глузду й інтуїції, то помилок, як правило, вдається уникнути.

Розглянемо приклад. Степеневі ряди використовуються у побудові наближених розв'язків рівнянь, зокрема, диференціальних. Так, розв'язок диференціального рівняння  $x^2 y' - y(x + 1) = -x^2$ , побудований за аналогією, у вигляді степеневого ряду  $y = x^2 (1 + 1!x + 2!x^2 + \dots + n!x^n + \dots)$ . А цей ряд розбігається. Проте, розв'язок можна отримати в іншому, аналітичному, вигляді загального

$$\text{інтеграла } y = x \cdot \exp\left(-\frac{1}{x}\right) \left(C - \int \frac{\exp\left(\frac{1}{x}\right)}{x} dx\right).$$

Під час вивчення явищ в різних галузях фізики, техніки ми часто виявляємо загальні риси в цих явищах. Таким прикладом може бути рівняння, що описують різні коливальні процеси простих систем: математичний маятник, колювання вантажу під дією сили пружності пружини, електричні колювання в простому контурі з індуктивністю та ємністю і таке інше.

Спільність рівнянь для різних фізичних процесів дозволяє на підставі властивостей одного явища робити висновки щодо властивостей іншого, менш вивченого. Так, вивчення різних акустичних явищ може бути значно полегшено попереднім розглядом аналогічних електричних і динамічних задач. Цю відповідність можна проілюструвати наступною таблицею [2].

	Електрична система	Акустична система	Механічна система
Змінні	Напруга Струм Заряд	Тиск Швидкість часток Зсув	Напруга (сила) Швидкість зсуву Зсув
Параметри	Індуктивність Ємність Опір	Інертність(щільність) Акустична ємність Акустичний опір	Щільність маси М'якість Механічний опір

Однією з компонент модернізації навчального процесу є вбудовування в навчальну дисципліну систем комп'ютерної математики (СКМ), зокрема, СКМ MathCAD, Maple, Maxima та інших. Великого поширення під час вивчення загальнотехнічних дисциплін набуло застосування СКМ MathCAD. Наш досвід показує, що для цього є всі підстави. Виконання завдань із застосуванням СКМ MathCAD не викликає в студентів жодних утруднень, незважаючи на те, що вивчення цієї СКМ в курсі інформатики на деяких спеціальностях не передбачено. Досить широкі можливості цієї системи під час супроводу теоретичного курсу засобами візуалізації руху, наприклад, механічних систем.

Розглянемо, як приклад, використання моделювання у навчанні інформаційних технологій розв'язування рівнянь математичної фізики. Коло питань математичної фізики тісно пов'язане з вивченням різноманітних фізичних процесів. Сюди належать явища, що розглядаються в гідродинаміці, теорії пружності, електродинаміці тощо. Фізичні процеси, які відбуваються при передачі сигналів й електричної енергії на великі відстані, описуються рівняннями колювань струни. При проектуванні

довгої струни необхідно передбачати її поведінку у різних режимах і ситуаціях: при включенні, вимиканні, обриві тощо. Математичні задачі, що при цьому виникають, доцільно вивчати студентам машинобудівельного, радіотехнічного, енергетичного, будівельного факультетів. Спеціальний курс, у який входить розділ «Рівняння математичної фізики», містить рівняння гіперболічного, параболічного та еліптичного типів. Важливим для студентів постає питання знаходження загальних інтегралів диференціальних рівнянь в частинних похідних. Студенти мають усвідомити, що відмінність у математичних типах рівнянь залежить від розмаїття різних фізичних процесів, які описують такі рівняння. Відповідальним є етап складання плану розв'язування задачі. При цьому необхідно виділити проміжні результати, установити послідовність знаходження значень проміжних та кінцевих результатів.

Зауважимо, що загальний новаційний ефект моделювання залежить від взаємної відповідності розробленої моделі й вихідної предметної області. Тому вже на початкових стадіях побудови моделі необхідно навчати студентів враховувати узгодженість базисних припущень моделі зі специфікою оригіналу, тобто вже з перших етапів пам'ятати, що результати моделювання необхідні для прогнозування характеристик оригінала. Але завдання вибору базисних припущень само по собі – досить складний етап моделювання, який ґрунтується на змістовних аспектах предметної області. Типовою проблемою тих галузей науки, що особливо активно використовують математичне моделювання (наприклад, в економіці), є проблема неоднозначності характеристик отриманої моделі: те, що один дослідник вважає істотним для побудови й для аналізу моделі, інший може відкинути як неадекватне. Тому екстраполяція отриманих на тій або іншій конкретній моделі результатів, часто стає досить суперечливою, що приводить до втрати її евристичної цінності [10].

Як уже зазначалось, завершальним етапом моделювання є прогнозування. Врешті-решт саме прогнозування виправдує весь процес роботи з моделлю. Прогностичний висновок як перенесення інформації з одного об'єкта на інший, подібний до нього, з точки зору логіки є висновком за аналогією. Проте, загалом моделювання не можна зводити лише до логічної операції висновку за аналогією, тому що воно є складним процесом, який включає в себе різні типи логічного висновку. Які ж процедури лежать в основі прогностичних висновків? Варто пам'ятати, що висновок за аналогією відноситься до логіки з не дедуктивним, тобто неточним, наближеним міркуванням. Тому часто потрібне застосування більш строгих методів, адже методологічним ідеалом прогнозування є досягнення максимальної точності при переході від моделі до оригіналу. У тих випадках, коли модель будується за уточненими критеріями відповідності до оригіналу, прогностичні висновки ґрунтуються на спеціальних розрахунках, а не просто на видимій подібності.

У процесі математичного моделювання широко застосовується метод найменших квадратів (МНК). Студентів слід застерегти від необґрунтованого його використання. Так, недоцільно використовувати МНК під час синтезу моделей прогнозу, оскільки алгоритми МНК побудовані виключно на інтерполяційних процедурах, тому екстраполяція не завжди ефективна. За допомогою МНК успішно розв'язуються задачі оптимізації відновлювання сигналів на вході вимірювальної системи. На прикладі (рис. 1) показана недоречність побудови квадратичної математичної моделі для передбачення за межами відрізка  $[0, 20]$ . Спостережуване значення  $w_{y_6}=72$  відрізняється від передбачуваного  $g(22)=120$ , похибка складає 58%.

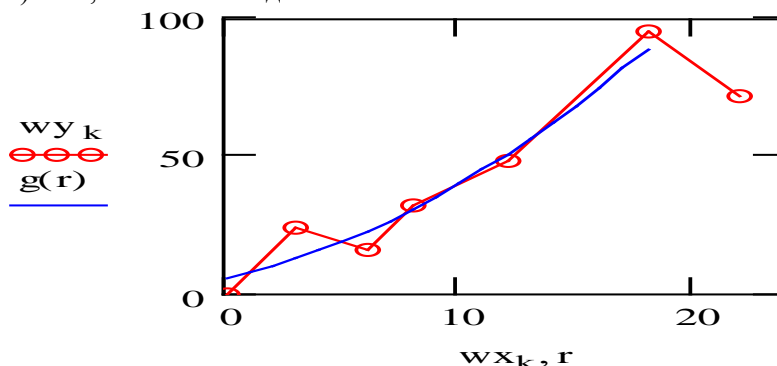


Рисунок 1.

Варто звертати увагу студентів на питання, що стосується логічної сторони відношень моделі й оригіналу. У загальному випадку оригінал і його модель відносяться до різних класів об'єктів, тобто цілком можуть бути зовсім різноплановими явищами. Саме тому між ними можуть бути визначені відношення тільки аналогії, але не логічні відношення більш тісного споріднення – відношення

включення елемента в клас, частини й цілого, тотожності й т.п.

Відзначимо також, що перевірка виконання в моделі математичних аналогів фундаментальних фізичних законів, таких, як закон збереження енергії, є важливим етапом контролю якісної адекватності цієї моделі. Такий контроль істотний, зокрема, при переході від однієї математичної моделі до іншої – наприклад, при спрощенні рівнянь моделі, коли дослідження на якомусь етапі не узгоджується з фізичною реальністю. Звертає на себе увагу ще одна обставина. З питанням ідеалізації тісно пов'язане питання про доцільність рівня математичної строгості дослідження об'єктів. Якщо ідеалізація однаково не відбиває всіх деталей об'єкта, то чи має сенс прагнути при його вивченні до великої строгості математичних побудов? Звичайно, це не має сенсу. Математична строгість повинна відповідати прийнятому ступеню ідеалізації. Однак варто мати на увазі, що нестроге рішення й неправильне рішення – принципово різні речі. При побудові будь-якої моделі виникають дві суперечливі мети: з одного боку, потрібно розробити модель, на якій найпростіше одержати рішення завдання, а з іншого боку – необхідно забезпечити максимальну точність моделі. Виходом із цієї ситуації є компроміс між припустимою ідеалізацією й прийнятною точністю моделі. У процесі розв'язування практичних задач для створення комп'ютерної моделі доводиться здійснювати не тільки аналіз, синтез, абстрагування, класифікацію, а й інші розумові дії. Зокрема, результатом операції абстрагування об'єкта є утворення його моделі. Абстрагування здійснюється на етапі розробки математичної моделі об'єкта та проведення обчислювального моделювання. При цьому у студентів може виникати певний психологічний бар'єр, пов'язаний з побудовою математичної моделі. Його пов'язують з відсутністю необхідного рівня сформованості основних складників розумової діяльності. Тому навички математичного моделювання доцільно формувати, уже починаючи з першого курсу з побудови найпростіших математичних моделей. Бажано також, щоб такі моделі утворювали певну систему. Наприклад, система механічних моделей (швидкість, статичні моменти, координати центрів мас, моменти інерції тощо), електричних моделей (періодичні процеси, електричні кола тощо). Такий підхід створює умови поступової психологічної адаптації студентів до усвідомлення змісту та значення моделювання у майбутній професійній діяльності [9].

Інший аспект психологічних труднощів у студентів пов'язаний з ідеалізацією досліджуваного явища. Це проявляється як на етапі побудови фізичної моделі, так і під час реалізації комп'ютерної. Суттєвим є те, що студенти часто сприймають комп'ютерну модель як реальну, що повністю замінює реальне явище. Тут необхідно чітко проводити паралель між особливостями комп'ютерної моделі та ідеалізацією взаємозв'язків реального явища, що використовується для побудови фізичної моделі. Це дає змогу студентам краще розуміти відмінність реальної та комп'ютерної моделей – те, що вона є лише одним з варіантів моделювання досліджуваного явища, а не замінює його повністю.

**Висновки.** Проведена експериментальна робота показала, що засоби моделювання дозволяють зацікавити студентів предметом, пробуджують інтерес як до навчання, так і до майбутньої професійної діяльності, розвивають творче мислення студентів. Можливості моделювання досліджені на етапах сприйняття й осмислення матеріалу, під час його застосування та узагальнення. Евристичні й прогностичні функції моделювання розширюються, якщо цей спосіб пізнавальної діяльності застосовується не як ізольований, а в складі системно-структурного методу пізнання.

### Література

1. Берьозкіна І. А. Формування професійної спрямованості майбутніх інженерів у процесі навчання математичних дисциплін: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / І. А. Берьозкіна / ЛНУ імені Тараса Шевченка. – Луганськ, 2010. – 265 с.
2. Бондаренко З. В. Методика навчання інформаційних технологій розв'язування диференціальних рівнянь у технічних університетах: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / З. В. Бондаренко / НПУ імені М. П. Драгоманова. – К., 2010. – 272 с.
3. Гнеденко Б. В. Математика и математическое образование в современном мире / В. Б. Гнеденко. – М.: Просвещение, 1985. – 192 с.
4. Зельдович Я. Б. Элементы прикладной математики / Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис. – М.: Лань, 2002. – 592 с.
5. Кирилашук С. А. Педагогічні умови формування інженерного мислення студентів технічних університетів у процесі навчання вищої математики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04 / С. А. Кирилашук / ВДПУ імені Михайла Коцюбинського. – Вінниця, 2010. – 267 с.
6. Клочко В. І. Нові інформаційні технології навчання математики в технічній вищій школі: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / В. І. Клочко / НПУ імені М. П. Драгоманова. – К., 1998. – 396 с.
7. Національна доктрина розвитку освіти у XXI столітті: Проект // Педагогічна газета. – № 7. – 2001. – С. 4 – 6.
8. Нічуговська Л. І. Математичне моделювання в системі економічної освіти / Л. І. Нічуговська. – Полтава: ВВ ПУСКУ, 2003. – 289 с.
9. Панченко Л. Л. Формування навичок математичного моделювання при вивченні вищої математики / Л. Л. Панченко // Наукові записки НПУ імені М. П. Драгоманова. Педагогічні та історичні науки. — К. : Вид-во НПУ

імені М. П. Драгоманова, 2002. — № 48. — С. 172-176.

10. Самарский А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. — 2-е изд., испр. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 320 с.

11. Теплицький І. О. Елементи комп'ютерного моделювання / І. О. Теплицький. — Кривий Ріг: КДПУ, 2005. — 208 с.