

УДК378.147: 51

**ПСИХОЛОГІЧНІ ТА МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ПОНЯТЬ**

**С.В. Клітний, Д.І. Коломієць**

*У статті доведено важливість правильного формування в учнів математичних понять. Розглянуто способи та джерела формування понять, проаналізовано можливі недоліки. Вказано на необхідність відповідної психологічної підготовки майбутніх учителів математики до формування в учнів наукових понять.*

**Ключові слова:** математика, основна школа, понятійне мислення, учитель математики, формування понять.

**ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ**

**С. В.Клитный, Д. И.Коломиец**

*В статье доказана важность правильного формирования у учащихся математических понятий. Рассмотрены способы и источники формирования понятий, проанализированы возможные недостатки. Указано на необходимость соответствующей психологической подготовки будущих учителей математики к формированию у учащихся научных понятий.*

**Ключевые слова:** математика, основная школа, понятийное мышление, учитель математики, формирование понятий.

**PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL PECULIARITIES OF THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL CONCEPT**

**S.V.Klitnui, D.I.Kolomiets'**

*The article proves the importance of proper development of mathematical concepts among students. The methods and sources of concepts are reviewed, the possible disadvantages are analyzed. It is stated that most of the mental operations are*

*used in formation of concepts: comparison, abstraction, specification, generalization, classification. It is proved that the ability to recognize concepts, to classify them, to give the correct definition, to name the subject due to its definition, which is formed on the lessons of Mathematics, plays an important role in studying other subjects. The volume and regularity of learned concepts depends on the success of training and general intellectual development of the student. It is concluded that the impact of the teacher can be judged by the criteria of formation of students' mathematical concepts, and therefore the future teacher of Mathematics should be well aware of the psychological mechanisms of formation of concepts in students of all ages. The necessity of appropriate psychological training of future teachers of Mathematics to the development of scientific concepts in students is denoted.*

**Keywords:** *Mathematics, primary school, mental thinking, formation of concepts, a teacher of Mathematics.*

**Постановка проблеми.** Одним із основних завдань школи є стимулювання розвитку розумових здібностей дитини шляхом формування в учнів не лише емпіричних знань і практичних умінь, а й «високих» форм суспільної свідомості, до яких належать наукові поняття. Це пов'язано з тим, що поняття є однією з пізнавальних форм, характерних для інтелектуальної діяльності людини, що нерідко визначають як понятійне відображення дійсності.

Уміння розпізнавати поняття, класифікувати їх, давати правильні означення, називати предмет за даним означенням, що формуються на уроках математики, відіграють важливу роль і в процесі вивчення інших предметів. Тому від обсягу та правильності засвоєних понять залежить успішність навчання і загальний інтелектуальний розвиток учня. Крім того, якісне засвоєння шкільного курсу математики в сучасних умовах набуває особливої актуальності. Зумовлено це тим, що все більше спеціальностей вимагають наявності у фахівців математичної компетентності. Ознайомлення учнів із математикою як специфічним методом світосприйняття, розуміння ними діалектичного зв'язку її з реальною дійсністю, уявлення про математичне моделювання тощо сприяють розвитку особистості, формуванню наукового світогляду школярів.

Останнім часом у педагогічній літературі часто обговорюється питання про недоліки традиційних програм викладання математики в школі. Ці програми не містять основних принципів і понять сучасної математичної науки, не забезпечують належного розвитку математичного мислення учнів, не передбачають наступності і цілісності формування знань у початковій, основній і вищій школі. Пояснюємо це тим, що побудова математики як цілісного навчального предмета – досить складне завдання, що вимагає спільних зусиль педагогів і математиків, психологів і логіків.

Усе це зумовлює необхідність перегляду проблем математичної освіти, зокрема в напрямі вдосконалення психологічної та методико-математичної підготовки майбутніх учителів математики.

**Аналіз наявних досліджень.** Поняття вважається науковцями найважливішим елементом системи наукових знань, вищою формою мислення, логічною основою законів і теорій. Педагоги стверджують, що поняття відіграють провідну роль в опануванні системою наукових знань [1, 2].

Процес формування понять у дітей одними з перших досліджували російський науковець Л.С.Виготський і швейцарський вчений Ж. Піаже. Вони були одностайні в тому, що під час формування понять необхідно враховувати вікові особливості дитини. Незважаючи на те, що психічний розвиток не починається із засвоєння наукових понять, Л.С. Виготський розглядав процес засвоєння понять як модель відношень між психічним розвитком і навчанням та звертав увагу на суттєве значення наукових понять для всього розвитку мислення дитини. Відома формула Л.С. Виготського: «Усвідомлення приходить через ворота наукових понять» підтверджується практикою і нині.

Формування понять – найважливіша педагогічна проблема, яку вирішує вчитель у своїй практичній діяльності. Завдання непросте, і, як вважають багато дослідників, недостатньо розроблене [5, 11]. Формування наукового поняття – складний і тривалий процес. Він передбачає наявність різних компонентів і сторін, що вступають часом у суперечності, породжуючи комплекс проблем навчання і виховання.

У сучасних психологічних і дидактичних дослідженнях висвітлюються різні напрями формування понять в учнів. Психологи (П. Я. Гальперін, І.Я.Каплунович), математики (М. М. Ковтонюк, Є.О.Лодатко) та методисти-математики (Є. І. Скафа) зазначають, що рівень математичної підготовки випускників шкіл, найважливішою складовою якої є розвиток понятійного мислення, не повною мірою відповідає сучасним вимогам і не забезпечує достатньої бази для подальшого успішного навчання у вищих навчальних закладах і для майбутньої професійної діяльності. Проте саме від розуміння математичних понять залежатиме не лише успішність школяра в навчанні, а і його інтелектуальний розвиток у цілому. Тому вчитель має бути добре обізнаним з методикою формування математичних понять в учнів.

Вивчення й аналіз причин низької якості засвоєння математичних понять дає підстави зробити висновок, що головною причиною цього є відсутність психолого-дидактичної та загальної методологічної підготовки вчителів математики до діяльності з формування понять. Ця підготовка не передбачається ні навчальними планами ВНЗ, що готують педагогічні кадри, ні програмами дисциплін психолого-

педагогічного циклу.

**Невирішені аспекти проблеми.** Багато труднощів у засвоєнні математики в основній школі, на наш погляд, виникають, по-перше, через невідповідність знань, засвоєваних учнями, тим поняттям, що дійсно конституують математичні побудови; по-друге, через неправильну послідовність уведення загальних математичних понять у шкільні курси; по-третє, невідповідністю вчителя до такого складного психологічного процесу як формування математичних уявлень і понять. Аналіз досліджень з проблем підготовки вчителя математики, проведений нами, показав, що частка робіт, присвячених його підготовці до формування в учнів математичних понять, досить незначна.

**Мета статті** – продемонструвати важливість правильного формування в учнів математичних понять і необхідність відповідної психологічної підготовки майбутніх учителів математики.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Поняття може розглядатися як: а) логічна форма мислення, б) міра знання, в) ефект розуміння значення словесного знака, г) елемент теоретичного мислення, д) операційне утворення. Найбільш розповсюдженим є його визначення як форми думки, що являє собою відображення предметів і явищ з боку їхніх істотних ознак. Ознакою називається те, чим відрізняються або чим схожі між собою предмети і явища. Ці ознаки можуть бути у вигляді властивостей (великий, малий), стану (рухається, лежить, стоїть). Ознаки поділяють на істотні й неістотні. Істотні – це такі, які належать предметам певної групи і відрізняють їх від предметів іншої групи. Поняття формуються в свідомості людини на основі таких розумових процесів, як аналіз, синтез, порівняння, абстракція та узагальнення. У дидактичному розумінні поняття є проміжною категорією пізнання світу. Загальноприродний взаємозв'язок явищ і об'єктів обумовлює також зв'язок між поняттями. Поступове вивчення природи передбачає і певну поступовість формування понять. Як правило, раніше засвоєні поняття стають базою для формування нових понять. Так, для формування поняття площі необхідне володіння поняттями плоскої геометричної фігури. Не може бути сформоване поняття периметра без оволодіння учнями поняттям суми.

Розглянемо структуру поняття. За внутрішньою структурою поняття являє собою множину ознак різного ступеня узагальненості. Ця множина може бути задана як в образній, символічній, так і знакової формі. Отже, оперуючи поняттями, ми оперуємо складною системою «образ – символ – знак».

В понятті досить широко представлені образні структури. Проте не можна недооцінювати роль слова в цій системі, оскільки ми маємо справу з мовним мисленням. У понятті в єдності представлені як образні, так і мовні структури, взаємодія цих структур і визначає специфіку конкретного поняття. Як вважають науковці, поняття в своєму становленні обов'язково проходить стадію образів, до його вербалізації в слові. Ступінь сформованості поняття відображає його структуру, що представлена у визначеннях.

Найбільш повне означення поняттю, на нашу думку, яке враховує його психолого-педагогічний зміст, дане в українському педагогічному словнику С.У.Гончаренка: „Поняття – одна з форм мислення, в якій відображаються загальні істотні властивості предметів та явищ об'єктивної дійсності, загальні взаємозв'язки між ними у вигляді цілісної сукупності ознак. Утворення понять є складним процесом, у якому застосовують порівняння, аналіз і синтез, абстрагування, ідеалізацію, узагальнення та умовиводи. ...Важливою умовою успішного засвоєння понять є така організація діяльності учнів, при якій формування понять відбувається у процесі його практичного застосування до відповідного матеріалу. Планомірне керівництво з боку вчителя розвитком дій учнів на основі врахування їхніх психологічних особливостей на різних етапах засвоєння веде до формування вже в молодших школярів понять, які глибоко розкривають відповідну частину дійсності” [4, с.264].

Джерелами формування математичних понять в учнів є:

- життєвий досвід учнів, який характерний емоційністю образів, що сприяє активізації навчального матеріалу; часто дає спотворені уявлення про явища і об'єкти природи, які часто утруднюють процес формування математичних понять;

- навчальний матеріал, який подає вчитель на уроках математики; це джерело дає найкращий ефект у плані наукової достовірності; результат формування суттєво залежить від майстерності вчителя;

- вивчення інших предметів – це джерело належить до категорії між предметних зв'язків і його ефективність може бути забезпечена лише за умови виконання дидактичних вимог щодо цих зв'язків;

- стихійне формування, що забезпечує значну стійкість понять; як правило створює ситуацію неправильного застосування понять, є причиною появи генералізацій.

У засвоєнні понять учнями трапляються недоліки, причинами яких є:

- первинна генералізація – недостатньо повний аналіз явищ, які вивчаються, і виділення ознак, не властивих явищу чи об'єкту;

- внутрішньо понятійна генералізація – з усього комплексу ознак виділяються лише окремі, що призводить до встановлення неправильних співвідношень між окремими ознаками поняття;

- міжпонятійна генералізація – невиправдано широкий вплив одного поняття на інші.

Формуючи математичні поняття, вчитель повинен з'ясувати і врахувати рівень початкових знань і понять учнів та відповідно до цього обрати стратегію роботи з учнями. Є два способи формування понять у школі: 1) процес пізнання проходить за схемою «від конкретного до абстрактного»; узагальнення проводиться на основі аналізу схожих явищ, об'єктів, властивостей; 2) спочатку дається означення поняття, а потім – його відношення до явищ і об'єктів природи.

На основі багаторічного досвіду роботи вчителів і широких наукових досліджень склалася певна система роботи з формування математичних понять, яка дає найбільший дидактичний ефект. Вона має такі компоненти:

- виділення суттєвих ознак на основі спостережень, роботи з підручником;
- синтезування суттєвих ознак в означенні;
- уточнення ознак на спеціальних вправах;
- відмежування даного поняття від подібних;
- установлення зв'язків і відношень між даними поняттями та іншими;
- застосування понять під час розв'язування фізичних задач;
- класифікація і систематизація математичних понять.

Така система сама по собі не дає належного дидактичного ефекту, якщо для її реалізації не створені певні умови:

- організована активна розумова діяльність учнів;
- ціле спрямоване розв'язання основних дидактичних задач;
- забезпечена повна відповідність основним принципам дидактики;
- передбачені умови різноманітності форм і методів навчальної роботи;
- система повинна бути єдиною як під час навчання в класі, так і під час виконання домашніх завдань.

Порушення методики формування математичних понять призводить до появи недоліків у знаннях учнів:

- учні не можуть розкрити математичну суть поняття, не вміють описати властивості реальних явищ і об'єктів, з яких виводиться те чи інше поняття;
- у процесі відтворення знань учні плутають видові ознаки математичних понять, не розрізняють поняття або неправильно їх застосовують;
- учні не можуть установити зв'язки і співвідношення між поняттями;
- відсутні навички класифікації понять.

Будь-який вид навчальної роботи має давати певний дидактичний ефект. Про результативність роботи вчителя можна зробити висновок за критеріями сформованості в учнів математичних понять. У сучасній дидактиці науковці розрізняють чотири рівні сформованості понять в учнів.

Перший рівень характеризується дифузно-розсіяним уявленням про предмет чи явище. Учень хоч і відрізняє один предмет від іншого, але не може назвати ознаки, за якими він це здійснює. Другий рівень характерний тим, що учень, вказуючи ознаки понять, не відрізняє суттєві від несуттєвих. На третьому рівні учень засвоїв усі суттєві ознаки, але вони не систематизовані, стосуються окремих прикладів. Найвищий, четвертий рівень характеризується тим, що поняття узагальнене, засвоєні суттєві зв'язки даного поняття з іншими, учень вільно оперує поняттями.

Під час формування понять застосовуються майже всі мисленнєві операції: порівняння, абстрагування, конкретизація, узагальнення, класифікація. У формуванні математичних понять порівняння найчастіше виступає у формі протиставлення. Для ознайомлення з предметами і явищами природи використовується порівняння у формі зіставлення. Порівняння нерозривно пов'язане з іншою розумовою діяльністю – абстрагуванням. Навчити дітей абстрагувати – означає виробити в них уміння бачити загальні істотні ознаки певних предметів.

Процес навчання потребує систематичного поєднання абстрагування і конкретизації, тобто переходів від абстрактного, загального до конкретного, поодинокого. Так, до конкретизації належать розпізнавання на малюнках або під час екскурсій певних геометричних форм, визначення відстані, швидкості тощо. Учні часто зустрічаються з труднощами в конкретизації певних математичних понять, наприклад, квадрат не відносять до прямокутників, цифри називають числами і навпаки, не розрізняють понять маса і вага тощо. Це пояснюється недостатньою увагою вчителя до конкретизації певних теоретичних положень, відірваністю навчання математиці від навколишньої дійсності.

Оволодіння операцією узагальнення є також необхідною умовою розуміння учнями причинно-наслідкових зв'язків у математиці і природі. Формування вмінь знаходити та розуміти їх відбувається в процесі продуктивної діяльності учнів, коли вони пояснюють і доводять свої твердження.

Мислення невіддільне від мови. Тому вміння учнів порівнювати, узагальнювати, систематизувати предмети та явища знаходить своє словесне оформлення, сприяє розвитку логічності, чіткості, образності як усної, так і писемної мови дітей. Розвитку мови школярів сприяє також опис ознак об'єктів, за якими

вони здійснюють спостереження на уроках математики чи під час дозвілля. При цьому встановлюється зв'язок між словом і образом, слова наповнюються відповідним змістом. Керівництво спостереженнями дітей і спрямування їхньої уваги на істотне також робить учнів спостережливішими.

Майбутній учитель має пам'ятати, що не можна зловживати наочністю, бо це призводить до гальмування розвитку абстрактного мислення. Неприпустиме переважання словесних методів, бо в такому разі діти запам'ятають багато слів, які не матимуть у їхній свідомості ніякого реального змісту. Отже, вчитель, застосовуючи різноманітні засоби наочності, організовуючи спостереження дітей на уроці, постійно повинен керувати процесом сприймання учнями явищ і об'єктів, утворення в їхній свідомості яскравих уявлень. Таке керування проводиться спрямуванням уваги дітей на істотні ознаки об'єкта, розкриттям взаємозв'язків окремих предметів або явищ. Увага стимулюється за допомогою різноманітних запитань і завдань, а також виконанням дітьми цілеспрямованої роботи з предметом, розв'язуванням задач.

Під час засвоєння понять учень має чітко виділити необхідні та достатні ознаки понять у тому або іншому означенні, вміти знайти їх у різних об'єктах, явищах і зробити висновок, чи відносяться ці останні до означеного поняття чи ні. Відповідно до теорії поетапного формування розумових дій П.Я.Гальперіна [3], уся ця розумова діяльність повинна бути насамперед організована в учнів у формі зовнішньої матеріальної діяльності, тобто у формі практичного аналізу, практичного абстрагування, співвіднесення, синтезування ознак понять. Саме поняття, що утворилося, є результатом аналітико-синтетичних дій, що стали наслідком відображення, виділення і співвіднесення, синтезування істотних ознак об'єктів [2]. Ці дії носять загальний характер, тобто необхідні у процесі засвоєння будь-яких понять. При цьому поняття мають формуватися не ізольовано одне від другого, а виступати як елементи системи, що знаходяться один з одним у відповідних відношеннях.

Для успішного засвоєння понять в учнів необхідно формувати способи та прийоми розумової діяльності, враховуючи, що „керувати мислительною діяльністю школярів можна за умови, якщо вчитель добре знає логіку навчального предмета, вміє визначати досягнутий рівень розвитку мислення дітей, володіє способами розвитку мислення на матеріалі викладеного навчального предмета, знає, що в міру розвитку понятійного мислення в учнів відбуваються зміни в наочно-образному мисленні і пам'яті” [9,с.152].

**Висновок.** Отже, учитель математики має бути добре обізнаним з психологічними механізмами формування понять в учнів різного віку. Тому до подальших напрямів досліджень відносимо визначення можливих шляхів формування в майбутніх учителів математики психолого-методичних компетенцій.

#### Література

1. Атанов Г.А. Структурирование понятий предметной области с помощью методов представления знаний / Атанов Г. А. Пустынникова И.Н. // Искусственный интеллект. – 1996. – №2. – С.29-52.
2. Війчук Г.В. Розвиток в учнів здібностей спостерігати та аналізувати у процесі вивчення математики / Г. В. Війчук, Т. І. Війчук // Сучасний стан і перспективи шкільних курсів математики та інформатики у зв'язку з реформуванням у галузі освіти: тези доповідей, Дрогобич, 2000. – С.116-118.
3. Гальперин П.Я. Основные результаты исследований по проблеме “Формирование умственных действий и понятий” / П. Я. Гальперин. – М. : Изд-во МГУ, 1985. – 190 с.
4. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник / Гончаренко С. У. – Київ: Либідь, 1997. – 374 с.
5. Каплунович И.Я. Адаптивное обучение как технология умственного развития учащихся / Каплунович И. Я. // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: Зб.наук.пр. – Випуск 9. – Київ-Вінниця: ДОВ „Вінниця”, 2006. – С.67-72.
6. Ковтонюк М. М. Фундаменталізація професійної підготовки майбутнього вчителя математики-бакалавра : [монографія] / М. М. Ковтонюк. – Вінниця: ТОВ «Фірма « Планер», 2013. – 425 с.
7. Коломієць А.М. Формування психолого-логічних орієнтирів під час математичної підготовки вчителя / А. М. Коломієць // Наука і сучасність: збірник наукових праць. – Ч.П. – Київ, 1999. – С.85-93.
8. Лодатко Є.О. Математична культура як феномен сучасного інформаційного суспільства / Лодатко Є. О. // Рідна школа / Щомісячний науково-педагогічний журнал. – 2004, №9(896). – С.24-27.
9. Платаш Л. Основні методи розвитку логічного мислення у навчальному процесі: теоретичний аспект / Платаш Л. // Науковий вісник Чернівецького університету: Педагогіка та психологія. – Випуск 152. – ЧНУ, 2002. – С.143-153.
10. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике как методическая система личностно-развивающего образования / Е. И. Скафа // Вісник Черкаського університету. Серія: педагогічні науки, 2005. – Випуск 72. – С.41-46.
11. Усова А.В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения / Усова А.В. – Москва: Педагогика, 1986. – 176 с.