

УДК 617.736–007.281–073–084

Прогнозирование развития фовеошизиса на основе анализа ОКТ-сканов сетчатки в области макулы Часть II. Прогнозирование роста микрополостей в сетчатке при фовеошизисе

Н. А. Ульянова¹, канд. мед. наук, К. С. Шакун², канд. физ.-мат. наук¹ Одесский национальный медицинский университет;² Одесская национальная морская академия; Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова;

Одесса (Украина)

E-mail: ulyanova@ukr.net

Ключевые слова: фовеошизис, сетчатка, математическая модель, спектральная оптическая когерентная томография

Ключові слова: фовеошизис, сітківка, математична модель, спектральна оптична когерентна томографія

Вступ. Важливим клінічним проявом прогресування фовеошизису є збільшення кількості та розмірів мікропорожнин в товщі сітківки. Однак не існує даних про закономірності змін їх форми і розмірів при прогресуванні захворювання.

Мета роботи: розробити кількісні критерії прогнозування розвитку фовеошизису при високій осьовій міопії на основі середньої концентрації мікропорожнин в об'ємі сітківки, а також на основі методу балансу енергії в рамках моделі нелінійного пружно-пластичного середовища.

Матеріал і методи. Обстежено 7 хворих (14 очей) з високою осьовою міопією і міопічною макулопатією. Всім хворим проводили спектральну оптичну когерентну томографію на апараті «Soct Cornepicus Optopol». Застосовані математичні методи теорії руйнування пружних та пружно-пластичних матеріалів.

Результати. Отримано кількісні критерії прогнозування розвитку фовеошизису при високій осьовій міопії на основі середньої концентрації мікропорожнин в об'ємі сітківки, а також на основі методу балансу енергії в рамках моделі нелінійного пружно-пластичного середовища. Практичне використання знайдених критеріїв для прогнозу прогресування фовеошизису передбачає визначення внутрішньоочного тиску і максимального лінійного розміру мікропорожнини в товщі сітківки за даними спектральної оптичної когерентної томографії.

Foveoschisis prediction based analysis of macular retina OCT-scan. Part II. Prediction of microcavity growth in retinal foveoschisis

Ulyanova N. A.¹, Shakun K. S.²¹ Odessa National Medical University,² Odessa National Maritime Academy; Odessa I. I. Mechnikov National University; Odessa (Ukraine)

Introduction. Increasing the number and size of microcavities in the retina is an important clinical manifestation of foveoschisis progression. However, there are no data about the patterns change shape and size of microcavities in the retina in the foveoschisis progression. Purpose. To develop quantitative criteria for predicting foveoschisis development in high axial myopia based on the average concentration of microcavities in retinal volume and based on the energy balance in the framework of nonlinear elastic-plastic medium.

Material and methods. We examined 7 patients (14 eyes) with high axial myopia and myopic maculopathy. All patients underwent a spectral optical coherence tomography. Mathematical methods in the theory of destruction of elastic and elastic-plastic materials were applied.

Results. The quantitative criteria for predicting foveoschisis development in high axial myopia based on the average concentration of microcavities in retinal volume and based on the energy balance in the framework of nonlinear elastic-plastic medium was set. In the first case in the formula for calculating the risk of progression foveoschisis accounted size of the plastic stress at the edge of a void in the retina (σ), the distance between the micro-cavities (Δl). If $\sigma \geq \Delta l$, then there is a merge of microcavities and progression foveoschisis. In the second case, the mathematical solution is reduced to the determination of destruction energy disclosure in a continuous medium. This takes into account the Poisson ratio of the retina,

Key words: foveoschisis, retina, mathematical model, spectral optical coherence tomography.

the Young's modulus, the intraocular pressure, the size of a void in the retina, the stress intensity factor in the thickness of the retina. Practical use of the criteria found to predict foveoschisis progression involves determining intraocular pressure and the maximum linear dimension of a void in the thickness of the retina according to the spectral optical coherence tomography. In the calculations, take into account the biophysical properties of the retina.

Введение. Одним из изменений центрального отдела сетчатки при высокой осевой миопии, диагностика которого стала возможной с появлением метода ОКТ, является фовеосхизис. Выявление данного осложнения на начальных стадиях его развития имеет определенные сложности в связи с отсутствием характерной офтальмоскопической картины и отсутствием нарушений центрального зрения [1]. Дальнейшее прогрессирование фовеосхизиса сопряжено с развитием выраженных структурных изменений сетчатки в виде разрывов макулы и отслойки фовеалы, которые неизменно приводят к стойкому снижению остроты зрения [2, 3].

Исходя из вышеизложенного, актуален поиск новых объективных критериев прогрессирования фовеосхизиса, что является приоритетным в предиктивном направлении современной офтальмологии. Важным клиническим проявлением прогрессирования фовеосхизиса является увеличение количества и размеров микрополостей в толще сетчатки. Однако ответа на вопрос о критической концентрации микрополостей в объеме сетчатки, при которой фовеосхизис прогрессирует, в настоящее время нет.

Цель работы: разработать количественные критерии прогнозирования развития фовеосхизиса при высокой осевой миопии на основе средней концентрации микрополостей в объеме сетчатки, а также на основе метода баланса энергии в рамках модели нелинейной упругопластической среды.

Результаты и их обсуждение

В первой части нашей работы математически описаны закономерности концентрации значи-

тельных механических напряжений в сетчатке при фовеосхизисе [4]. Обсуждены механизмы влияния микрополостей при фовеосхизисе на упругопластические свойства сетчатки. Проведенный анализ дает возможность провести учет пластических эффектов вокруг микропоры, что позволит сформулировать количественные критерии роста микрополостей при фовеосхизисе. Итак, микропора находится в равновесии (не расширяется), если область пластических напряжений вблизи ее конца окружена значительным объемом упругой ненапряженной среды. В этом случае силы упругости окружающей ткани будут полностью или частично препятствовать распространению необратимых деформаций, что клинически проявляется отсутствием прогрессирования фовеосхизиса.

Обозначим характерный линейный размер области пластических напряжений символом δl (рис. 1), тогда если среднее расстояние между порами Δl удовлетворяет соотношению $\Delta l \leq 2\delta l$, то происходит соприкосновение или перекрытие областей пластических деформаций.

Очевидно, что при подобных расстояниях объемные силы упругости уже не могут компенсировать пластическую деформацию, что приведет к конгломерации близлежащих микропор и, следовательно, быстрому росту линейных размеров полости, то есть прогрессированию фовеосхизиса.

В такой постановке вопроса задача об определении критической концентрации микрополостей в толще сетчатки, при которой происходит их слияние, сводится к оценке характерных линейных размеров области пластических напряжений вблизи конца микропоры и сравнению их с расстоянием между полостями (Δl) (рис. 2).

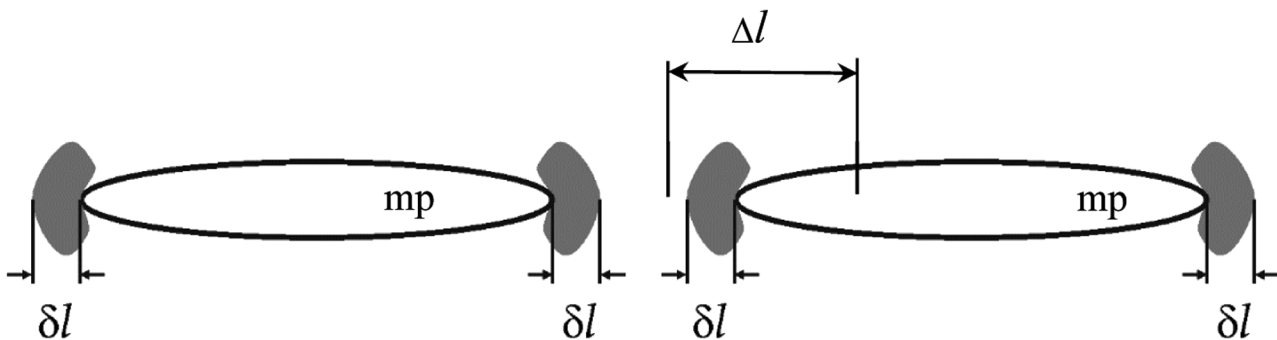


Рис. 1. Схема взаиморасположения микрополостей (mp) в толще сетчатки и областей пластических напряжений (характерного линейного размера δl) в пределах которых затухают силы, вызванные появлением микрополости при фовеосхизисе.

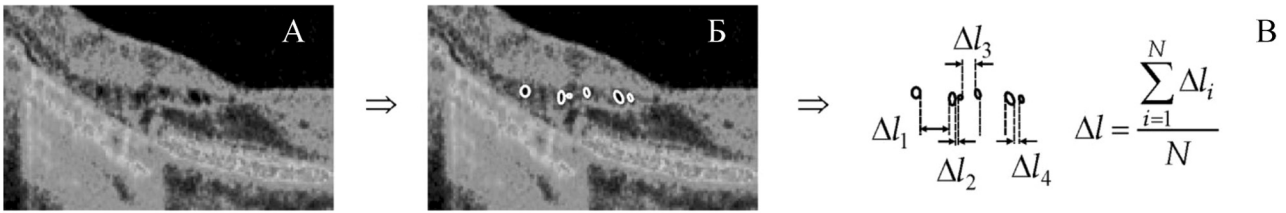


Рис. 2. Оценка линейных размеров области пластических напряжений. А) сканограмма макулярной области сетчатки пациента К., 51 г., миопия (-10,5^D), передне-задний размер глаза 27,8 мм. Миопический профиль заднего полюса глаза, очаговая атрофия пигментного эпителия сетчатки. Начальные проявления фовеозизиса; Б) выделение микрополостей в толще сетчатки; В) расчет среднего расстояния между микрополостями.

Зависимости механических напряжений вблизи микропоры при $x > l$ (где x – это координата вдоль большой полуоси микрополости, l – это длина большей полуоси) для различных типов нагружения изучались в ряде работ [5, 6, 7]. На рис. 3 приведена принципиальная зависимость механических напряжений $\sigma(x)$, возникающих в толще сетчатки [8], от расстояния от края поры.

Из условия равновесия (микропора не расширяется), полученного в работах [8, 9], можно записать:

$$\int_0^{\delta l} \left(\frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} - \sqrt{3}\sigma_T \right) dx = \sqrt{3}\sigma_T \delta l_2. \quad (1)$$

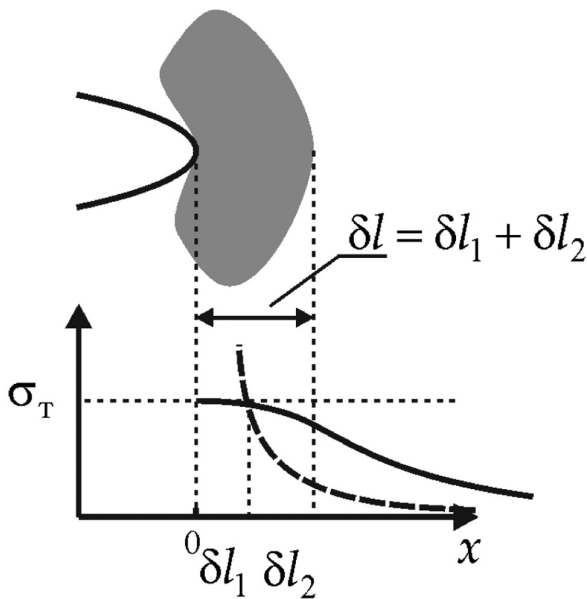


Рис. 3. Зависимость механических напряжений $\sigma(x)$, от расстояния от края поры. Здесь δl_1 – это расстояние от края поры до точки пересечения зависимостей соответствующих нагрузкам пластической деформации и таковым в идеально упругом теле; δl_2 – расстояние от упомянутой точки пересечения до выхода на упругий режим затухания; σ_T – предел текучести сетчатки; x – координата вдоль большой полуоси микрополости. Сплошная линия – физически реальная картина зависимости $\sigma(x)$, пунктирная линия – зависимость $\sigma(x)$, в идеально упругой среде.

Здесь K_I – коэффициент интенсивности напряжений на разрыв [9], являющийся мерой сингулярности напряжений вблизи границы поры. Коэффициент интенсивности зависит как от типа нагружения, так и от геометрии микрополости.

В точке пересечения зависимостей $\sigma(x)$, на рис. 3 очевидно должно выполняться равенство

$$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} \Big|_{x=\delta l_1} = \sqrt{3}\sigma_T. \quad (2)$$

Выражая из последнего выражения расстояние от края поры и подставляя его в (1), получим, что $\delta l_1 = \delta l_2$. Тогда согласно определению δl и из (2) следует, что характерный размер области пластических напряжений, обусловленный напряжениями на разрыв (первым типом напряжений [8]), определяется выражением

$$\delta l_p = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_T} \right)^2. \quad (3)$$

Применительно к фовеозизису напряжение на разрыв появляется, например, при формировании тракций. Следует отметить, что микрополости могут образовываться не только в результате напряжений на разрыв, но и в ходе деформаций, вызванных иными видами напряжений, например, сдвиговыми, описываемыми уравнением 4 [9]. Сдвиговые напряжения могут появляться при увеличении передне-заднего размера глаза, формировании миопической стафиломы.

$$\delta l_{сд} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{III}}{\sigma_T} \right)^2. \quad (4)$$

В формуле (4) K_{III} – коэффициент интенсивности сдвиговых напряжений.

Внешние силы, приводящие к образованию полости, совсем не обязательно будут направлены строго перпендикулярно профилю микропоры. Направление этих сил определяется внешними условиями и, следовательно, угол между вектором силы и профилем поры может быть произвольным. В этом случае сила имеет ненулевые проекции как на перпендикулярное профилю поры направление

(обуславливает напряжение на разрыв), так и на параллельное направление профилю поры (обуславливает сдвиговые напряжения). Для получения результирующей меры деформации мы суммируем деформации, обусловленные разрывными (3) и сдвиговыми (4) напряжениями, и получаем размер области пластических напряжений, обусловленных разрывными и сдвиговыми нагружениями, у краев микрополости в толще сетчатки (выражение 5).

$$\delta l = \sqrt{\delta l_p^2 + \delta l_{co}^2} = \frac{1}{\pi \sigma_T^2} \sqrt{\frac{1}{9} K_I^4 + K_{III}^4}. \quad (5)$$

Таким образом, проведенные нами расчеты позволяют определить размер области пластических напряжений у края поры, что создает предпосылки для разработки методов прогнозирования прогрессирования фовеосизиса.

В вышеприведенных выкладках присутствуют коэффициенты интенсивности напряжений, которые можно оценить из следующих выражений [4, 5]:

$$K_I = P \sqrt{\frac{\pi l}{2} \frac{1-l/h + 0.33(l/h)^2}{\sqrt{1-l/h}}}, \quad (6)$$

$$K_{III} = P \sqrt{\frac{\pi l}{2}}, \quad (7)$$

где P — внутриглазное давление пациента. Внутриглазное давление в силу закона Паскаля распространяется одинаково во все точки глазного дна и оно является главным стационарным фактором роста микропоры. Не вдаваясь в математические подробности, акцентируем внимание на возможности введения в расчет риска прогрессирования фовеосизиса гидродинамических показателей глаза. Нам это представляется тем более важным, что согласно одной из существующих теорий близорукости, внутриглазное давление рассматривается как один из факторов, изменяющих гидродинамику глаза и влияющих на прогрессирование заболевания.

Таким образом, получив значение размеров области пластических напряжений, имея размер микропоры в толще сетчатки, определенный при оптической когерентной томографии, используя уравнение (8), можно определить риск конгломерации полостей в сетчатке, т.е. оценить прогрессирование фовеосизиса. Если выполняется условие (8), то происходит перекрытие областей пластических напряжений и слияние пор неизбежно.

$$\delta l / \Delta l \geq 1, \quad (8)$$

При приближении к условию (8) происходит критическое сближение областей пластической деформации и процессы разрушения вблизи поверхности микропор уже не будут компенсироваться объемными эффектами упругости со стороны непораженной сетчатки, что приведет к конгломерации

микропор и возможному образованию макроскопического разрыва.

Следует отметить, что вопрос о практическом использовании разработанного критерия роста микропоры требует получения достоверных данных о величине параметра предела текучести сетчатки человека δ_T , что требует дополнительных исследований.

Критерий роста микрополостей в сетчатке на основе метода баланса энергии.

Учитывая сложности практического применения критерия (8), возможно, для решения конкретных практических задач более удобной будет выработка универсального критерия равновесности микропоры (условий, при которых микропора не растёт), исходя из закона сохранения энергии. В теории разрушения материалов подобный подход развивался Гриффитсом [10] и впоследствии был усовершенствован Ирвином [11].

Отправную идею можно сформулировать следующим образом: удельная (на единицу площади образующихся поверхностей путем образования в ней микропор) работа разрыва ткани является остатком полной работы, совершаемой над системой после ее частичного использования на придание слоям сетчатки кинетической энергии, а также на преодоление поля сил упругой и пластической деформации и выделение тепла. При такой формулировке задачи рассматриваемый вопрос может быть сведен к определению энергии раскрытия трещины в сплошной среде, которая получена в работе [8] для всех основных типов нагружений (разрыв, продольный и поперечный сдвиг). В данной работе мы учитываем нагружения на разрыв, нагружения на продольный и поперечный сдвиг будут обсуждены в дальнейшем.

$$C_1 = \frac{K_I^2 (1 - \nu^2)}{2E}. \quad (9)$$

Здесь ν — коэффициент Пуассона сетчатки ($\nu \approx 0.48$ [12]), а E — модуль Юнга ($E = 2 \cdot 10^4$ Па [12]).

Удельная энергия разрушения «численно равна работе пластической деформации в тонком слое, примыкающем» [8] к границе поры и, следовательно, является константой для данного материала. Учитывая также, что коэффициенты интенсивности напряжений замкнуты на значения внутриглазного давления и линейные размеры микрополости (выражения 6, 7), исходя из (9), может быть построен критерий критического размера микрополости, по превышении которого при текущем внутриглазном давлении рост микропоры становится необратимым:

$$P_c^2 = \frac{4EC_1}{\pi(1-\nu^2)l} \frac{1-l/h}{(1-l/h + 0.33(l/h)^2)^2}. \quad (10)$$

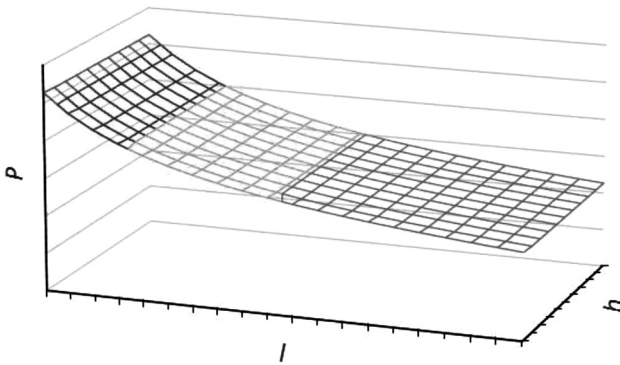


Рис. 4. Графическое изображение зависимости $P(l, h)$ (см. выражение (10)). Полученная поверхность разделяет $P(l, h)$ -пространство отображения на два подпространства, соответствующих низкому (точка отображения ниже плоскости) и высокому (точка отображения выше плоскости) уровню риска развития фовеосхизиса. P — внутриглазное давление, l — размер большой полуоси микрополости в сетчатке, h — толщина сетчатки в исследуемой области.

В соотношении (10) P — внутриглазное давление, l — большая полуось микропоры, h — толщина слоя сетчатки в измеряемом участке.

Подставив значения внутриглазного давления и размера микрополости в сетчатке, получаем координаты точки отображения в пространстве (рис. 4).

Список литературы

1. Surgical outcomes of macular buckling techniques for macular retinoschisis in highly myopic eyes / C. Mateo, M. V. Gymeze-Resa, A. Burñs-Jelstrup, M. Alkabes // Saudi J. Ophthalmol. — 2013. — Vol. 27, № 4. — P. 235–239.
2. Evolution of full-thickness macular hole formation in a case of myopic foveoschisis / P. G. Theodossiadis, M. I. Eleftheriadou, I. Emfietzoglou [et al.] // Semin Ophthalmol. — 2014. — Vol. 29, № 4. — P. 210–212.
3. Müller B. Myopic traction maculopathy — vitreoretinal traction syndrome in high myopic eyes and posterior staphyloma / B. Müller, A. M. Jousseaume, A. M. Jousseaume // Klin. Monbl. Augenheilkd. — 2011. — Vol. 228, № 9. — P. 771–779.
4. Ульянова Н. А. Прогнозирование развития фовеосхизиса на основе анализа ОКТ-сканов макулярной области сетчатки. Часть I. Элементарный механизм накопления объемного механического напряжения в сетчатке. / Н. А. Ульянова, К. С. Шакунов // Офтальмологический журнал. — 2014. — № 4. — С. 45–51.
5. Janson J. Dugdale-crack in a material with continuous damage formation / J. Janson // Eng. Fract. Mech. — 1977. — Vol. 9, Issue 4. — P. 891–899.
6. Modeer M. A Fracture Mechanics Approach to Failure Analyses of Concrete Materials / M. Modeer. — Univ. Lund, Div. Build. Matter. Rep. TVBM-1001, 1979. — P. 102.
7. Астафьев В. И. Нелинейная механика разрушения / В. И. Астафьев, Ю. Н. Радаев, Л. В. Степанова. — Самара: Самарский Университет, 2001. — 562 с.
8. Хеллан К. Введение в механику разрушения / К. Хеллан. — М.: Мир, 1988. — 364 с.
9. Пестриров В. М. Механика разрушения твердых тел / В. М. Пестриров, Е. М. Морозов. — С.-Пб.: Профессия, 2002. — 320 с.
10. Griffith A. A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids / A. A. Griffith // Phil. Trans. R. Soc. London. — 1921. — A221. — P. 163–198.
11. Irwin G. R. Crack-extension force for a part-through crack in a plate / G. R. Irwin // J. Appl. Mech. — 1962. — Vol. 29, № 4. — P. 651–654.
12. Бужинский В. А. Колебания тел с острыми кромками в несжимаемой маловязкой жидкости и некоторые задачи гидродинамики космических аппаратов тема автореферата и диссертации по механике автореф. дис. на соискание уч. степени д. физико-математических наук: спец. 01.02.05 «Механика жидкости, газа и плазмы» / В. А. Бужинский. — Москва, 2003. — 21 с.

Поступила 18.09.2014

References

1. **Mateo C, Gymez-Resa MV, Burñs-Jelstrup A, Alkabes M.** Saudi Surgical outcomes of macular buckling techniques for macular retinoschisis in highly myopic eyes. *J. Ophthalmol.* 2013;27(4):235–9.
2. **Theodossiadis PG, Eleftheriadou MI, Emfietzoglou I et al.** Evolution of full-thickness macular hole formation in a case of myopic foveoschisis. *Semin Ophthalmol.* 2014;29(4):210–2.
3. **Müller B, Jousseaume AM, Jousseaume AM.** Myopic traction maculopathy — vitreoretinal traction syndrome in high myopic eyes and posterior staphyloma. *Klin. Monbl. Augenheilkd.* 2011;228(9):771–9.
4. **Ulyanova NA, Shakin KS.** Foveoschisis prediction based on analysis of macular retina OPT scan. Part I. Elementary accumulation mechanism of volumetric mechanical stress in the retina. *Oftalmol Zh.* 2014;4:45–51. Russian.
5. **Janson J.** Dugdale-crack in a material with continuous damage formation. *Eng. Fract. Mech.* 1977;9(4):891–9.
6. **Modeer M.** A Fracture Mechanics Approach to Failure Analyses of Concrete Materials. Univ. Lund, Div. Build. Matter. Rep. TVBM-1001, 1979:102.
7. **Astafyev VI, Radaiev YuN, Stepanova LV.** Nonlinear Fracture Mechanics. Samara: Samarskii Universitet; 2001. 562 p.
8. **Hellan K.** Introduction to fracture mechanics. M.:Mir; 1988. 364 p.
9. **Pestrirov VM, Morozov EM.** Fracture Mechanics of Solids. S.-Pb.: Professia; 2002. 320 p.
10. **Griffith AA.** The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Phil. Trans. R. Soc. London.* 1921; A221:163–98.
11. **Irwin GR.** Crack-extension force for a part-through crack in a plate. *J. Appl. Mech.* 1962;29(4):651–4.
12. **Buzhinskii VA.** Fluctuations of bodies with sharp edges in the incompressible low-viscosity liquid and some problems of spacecraft hydrodynamics. Author's thesis and thesis on mechanics for Doctor of Physical and Mathematical Sciences: 01.02.05 «Mechanics of liquid, gas and plasma». Moscow; 2003. 21 p.

Received 18.09.2014