

УДК 616.711-007.53:617.559-007.251]:004.925.8

## Численное моделирование и анализ напряженно-деформированного состояния кинематической цепи «поясничный отдел позвоночника – крестец – таз» при одностороннем блокировании крестцово-подвздошного сочленения

В. А. Стауде<sup>1</sup>, А. В. Кондратьев<sup>2</sup>, М. Ю. Карпинский<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ГУ «Институт патологии позвоночника и суставов им. проф. М. И. Ситенко НАМН Украины», Харьков

<sup>2</sup> Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков. Украина

*The article deals with results of a numerical simulation and a mathematical analysis, using the finite element method, of the stress-strain state in the «lumbar spine – sacroiliac joint – pelvis» system with different variants of inclination of the sacrum and lumbar lordosis in conditions of unilateral blocking of the sacrum. Peculiarities of the maximum and minimum stress in the area of the sacroiliac joint in case of a unilateral blocking and different variants of inclination of the sacrum and lumbar lordosis are shown.*

*Представлено результати чисельного моделювання та математичного аналізу за допомогою методу кінцевих елементів напружено-деформованого стану системи «поперековий відділ хребта – крижово-клубове зчленування – таз» з різними варіантами нахилу крижової кістки та поперекового лордозу за умов одностороннього блокування цієї кістки. Показано особливості максимального та мінімального напруження у ділянці крижово-клубового зчленування у випадку одностороннього блокування і різних варіантів нахилу крижової кістки та поперекового лордозу.*

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, наклон крестца, поясничный лордоз, позвоночник, таз

### Введение

Современные средства компьютерного имитационного моделирования и конечно-элементного анализа решают широкий круг задач для биомеханических систем.

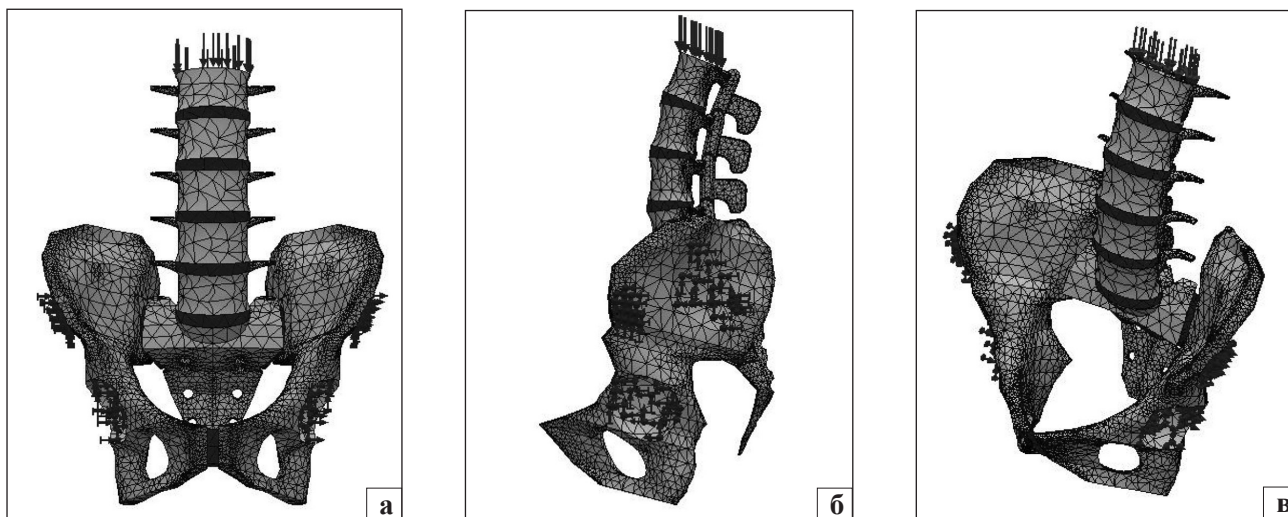
В кинематической цепи опорного скелета одними из важнейших звеньев, передающих нагрузки с позвоночника на таз, являются крестец и крестцово-подвздошные сочленения. Последние обладают определенной степенью ротационной подвижности, около 4° [1]. Это позволяет при функциональных нагрузках максимально эффективно стабилизировать систему «позвоночник – крестец – таз».

Дисфункция крестцово-подвздошного сочленения, по данным J. V. Maigne и P. van de Wurf [2, 3], является причиной около 20 % всех нижнепоясничных болей. Одно из проявлений дисфункции крестцово-подвздошного сочленения — это ограничение его подвижности вплоть до полного блокирования, так называемый функциональный блок [4], без на-

рушения анатомической структуры сустава. Такое состояние изменяет амортизирующую функцию сустава и меняет характер передачи нагрузок в системе «позвоночник – крестец – таз» [4].

В литературе имеется много работ, посвященных изучению напряженно-деформированного состояния (НДС) поясничного отдела позвоночника [5, 6], крестца как звена в структуре тазового кольца [7], системы «имплант – поясничный отдел позвоночника – таз» при различных вариантах фиксации [8], определенных мышечных групп и связок в системе стабилизации «поясничный отдел позвоночника – таз» [9]. Мы не нашли работ, касающихся исследования НДС крестцово-подвздошных сочленений при различных показателях позвоночно-тазового баланса с учетом одностороннего функционального блокирования.

*Цель исследования:* изучить НДС крестцово-подвздошного сочленения и элементов пояснично-крестцового отдела позвоночника с учетом раз-



**Рис. 1.** Вид нагруженной и закрепленной сгенерированной конечно-элементной модели кинематической цепи «поясничный отдел позвоночника – крестец – таз»: а) спереди, б) сбоку, в) аксонометрия

личных вариантов величины поясничного лордоза и угла наклона краниальной поверхности крестца к горизонтали при функциональном блокировании подвижности правого сочленения.

### Материал и методы

Ранее мы провели анализ НДС пояснично-крестцового отдела и крестцово-подвздошного сочленения при различных вариантах поясничного лордоза на созданной нами конечно-элементной модели [10]. Полученная на основе сканов компьютерной томографии поясничного отдела позвоночника, крестцово-подвздошных сочленений и таза 20 пациентов с разными вариантами угла наклона крестца модель была принята за основу. Расчет НДС выполняли в программном комплексе CAD/CAE, реализующим метод конечных элементов (МКЭ) [11–13].

План исследования состоял из следующих этапов. Моделировали три варианта угла наклона краниальной поверхности крестца к горизонтали ( $SS$  — sacral slope)  $SS = 30$ ,  $SS = 60$ ,  $SS = 85$  с учетом величины поясничного лордоза при блокировании правого крестцово-подвздошного сочленения.

Синтезированная конечно-элементная модель пояснично-крестцового отдела и крестцово-подвздошного сочленения была нагружена по верхнему позвонку L I сжимающей вертикальной силой вдоль оси позвоночника, равной весу части тела, расположенной выше позвонка L IV (рис. 1). Согласно данным литературы [5, 8, 14] величина этой нагрузки составляет 50 % от общего веса тела. Для среднестатистической массы человека (80 кг) было рассмотрено два уровня нагружения пояснично-крестцового отдела: 400 Н в нормальном состоянии без перегрузок и 2000 Н при действии пятикратной

перегрузки в кранио-каудальном направлении. По мнению разных авторов, таз при ходьбе может воспринимать 5–10-кратную нагрузку в сравнении с весом тела [5, 8, 14].

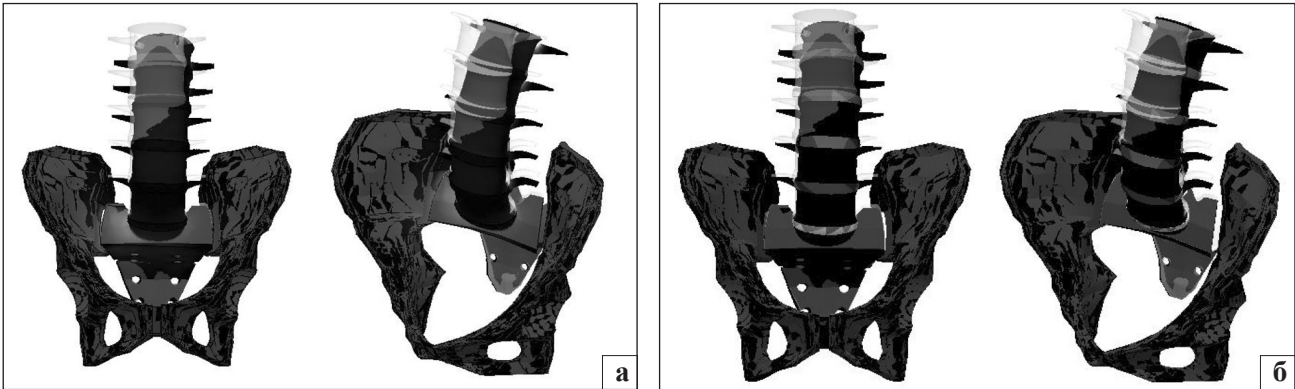
Под хрящом крестцово-подвздошного сочленения мы условно понимаем весь комплекс его мягкотканых образований, что является ограничением данной модели. Темный кружочек на изображении хряща соответствует условному центру, вокруг которого осуществляется ротационная подвижность крестца (рис. 3). Моделирование блокирования правого крестцово-подвздошного сочленения осуществляли увеличением модуля упругости правого хряща до уровня кортикальной кости. При этом физико-механические характеристики биологических тканей для других составных частей моделируемого пояснично-крестцового отдела были приняты постоянными, в соответствии с работой В. А. Березовского [15] (табл. 1.).

Для анализа напряженного состояния модели пояснично-крестцового отдела использовали картины распределения эквивалентных напряжений по Мизесу [11, 12].

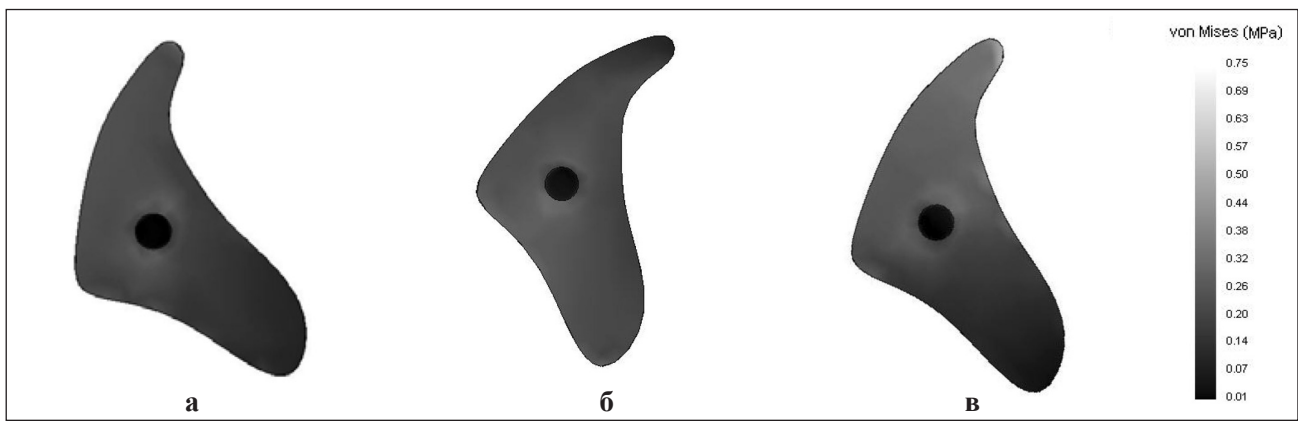
Качественные картины распределения напряжений и деформаций в модели пояснично-крестцового отдела в норме при блокировании хряща правого

**Таблица 1.** Физико-механические характеристики биологических тканей

| Биологическая ткань | Модуль упругости E, МПа | Коэффициент Пуассона, $\mu$ |
|---------------------|-------------------------|-----------------------------|
| Губчатая кость      | 690                     | 0,35                        |
| Кортикальная кость  | 6900                    | 0,32                        |
| Межпозвоночный диск | 50                      | 0,35                        |
| Хрящ                | 50                      | 0,35                        |



**Рис. 2.** Качественные картины распределения напряжений (а) и деформаций (б) в модели пояснично-крестцового отдела и крестцово-подвздошного сочленения в норме при блокировании суставного хряща правого крестцово-подвздошного сочленения



**Рис. 3.** Картина распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в правом (блокированном) суставном хряще модели пояснично-крестцового отдела и крестцово-подвздошного сочленения при нагрузке  $P = 400$  Н (таз условно опущен): а) физиологическая величина ( $SS = 60^\circ$ ) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза, б) вертикальный крестец ( $SS = 30^\circ$ ) и сглаженный лордоз, в) горизонтальный крестец ( $SS = 85^\circ$ ) и гиперлордоз

крестцово-подвздошного сочленения представлены на рис. 2 (полупрозрачным цветом показано недеформированное состояние модели).

### Результаты и их обсуждение

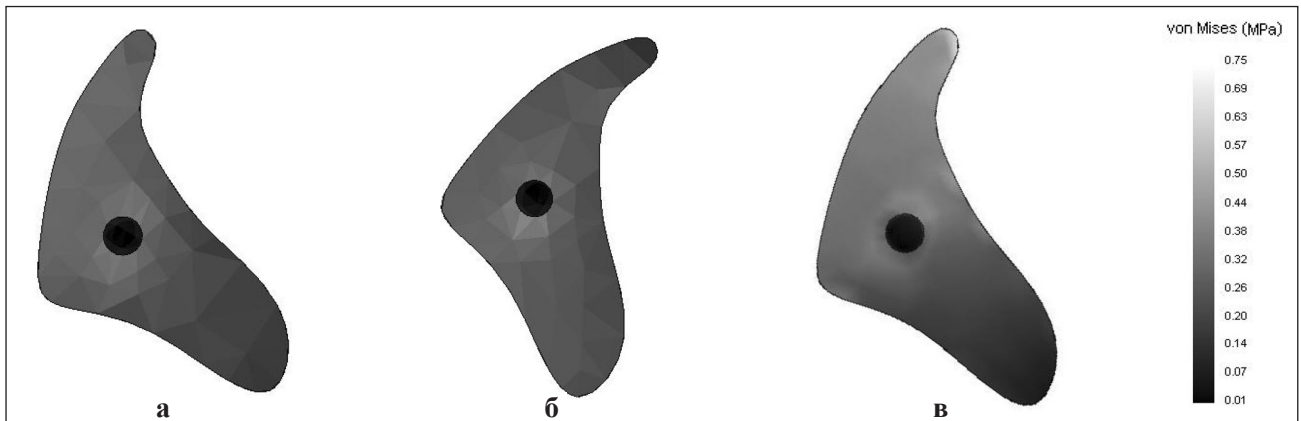
Результаты моделирования представлены на рис. 3–6 (полупрозрачным цветом обозначено недеформированное состояние модели) и в табл. 2, 3.

Поскольку при гиперлордозе хрящевая ткань практически не снижает трение между образующими сустав костями [10], работу суставного хряща не исследовали, а решали задачу моделирования контакта «кость на кость». Поэтому в этой и последующей таблицах для модели гиперлордоза приведены величины максимальных напряжений в зоне контакта.

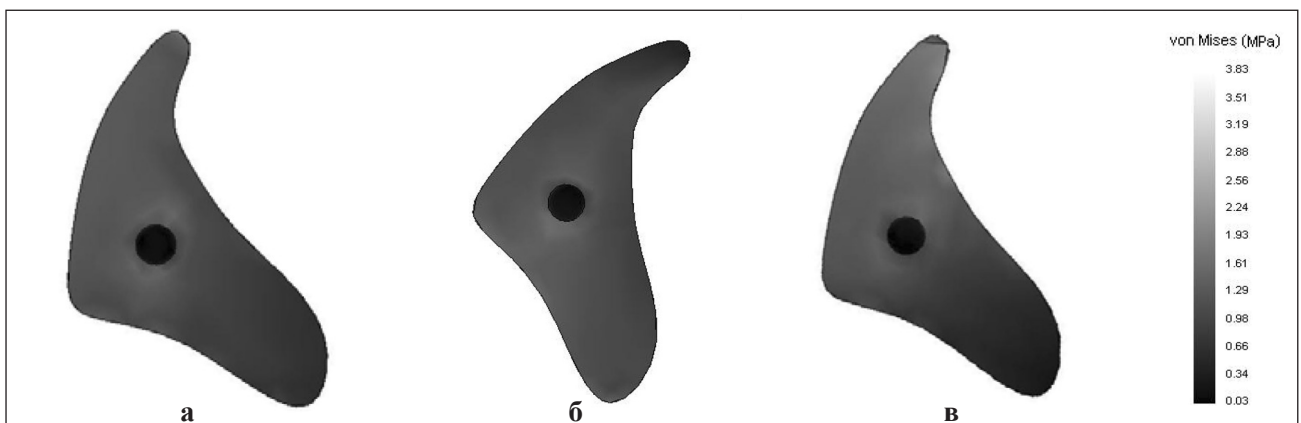
Анализ смоделированного НДС крестцово-подвздошного сочленения, соответствующего различным величинам нагружения, для всех рассмотренных величин поясничного лордоза при блокировании хряща правого крестцово-подвздошного сочленения свидетельствует о существенном перераспределении напряжений и деформаций между хрящами сочле-

нения. Для хряща правого (блокированного) крестцово-подвздошного сочленения характерно избыточное нагружение, а левому соответствует повышенный уровень деформаций.

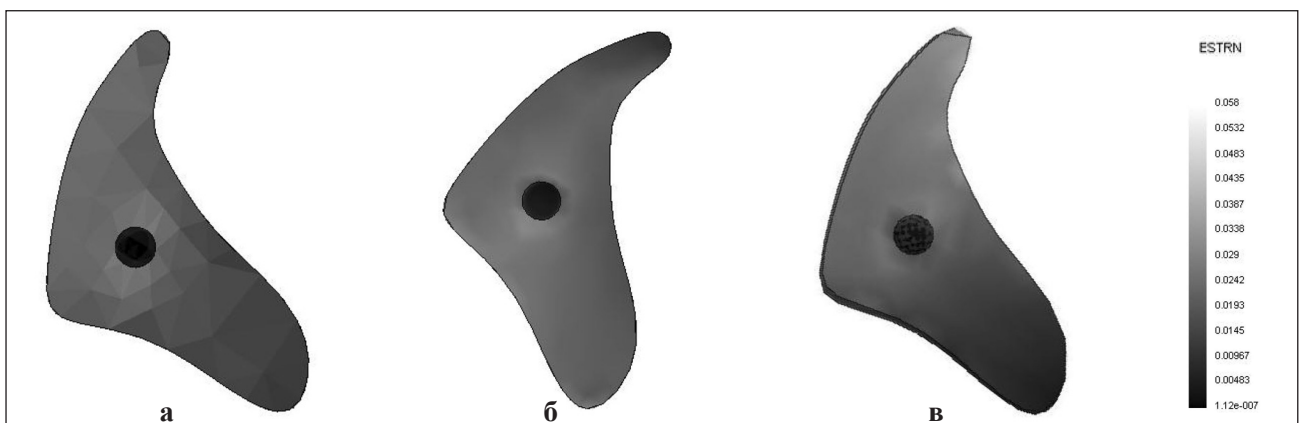
При физиологическом лордозе ( $SS = 60^\circ$ ) и нагрузке равной 400 Н максимальная величина действующих напряжений в хряще правого крестцово-подвздошного сочленения достигает 7,15 МПа, левого — 0,65 МПа. При этом максимальный уровень напряжений в дисках L I–L II, L II–L III, L III–L IV, L IV–L V, L V–S I не превышает 0,46 МПа. В зоне всех хрящей дугоотростчатых суставов интенсивность напряжений существенно выше и достигает уровня 2,4 МПа. Распределение напряжений в дугоотростчатых суставах следующее: на уровнях L IV–L V и L V–S I почти равномерно слева и справа; начиная с уровня L III–L IV, величина напряжений больше слева, чем справа, и такая картина сохраняется до уровня L I–L II. При блокировании одного из крестцово-подвздошных сочленений компенсаторно возникает нагружение в контралатеральных дугоотростчатых суставах верхних поясничных сегментов.



**Рис. 4.** Картина распределения деформаций в левом суставном хряще модели пояснично-крестцового отдела и крестцово-подвздошного сочленения при нагрузке  $P = 400$  Н (таз условно опущен): а) физиологическая величина ( $SS = 60^\circ$ ) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза; б) вертикальный крестец ( $SS = 30^\circ$ ) и сглаженный лордоз; в) горизонтальный крестец ( $SS = 85^\circ$ ) и гиперлордоз



**Рис. 5.** Картина распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в правом (блокированном) суставном хряще модели пояснично-крестцового отдела и крестцово-подвздошного сочленения при нагрузке  $P = 2000$  Н (таз условно опущен): а) физиологическая величина ( $SS = 60^\circ$ ) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза; б) вертикальный крестец ( $SS = 30^\circ$ ) и сглаженный лордоз; в) горизонтальный крестец ( $SS = 85^\circ$ ) и гиперлордоз



**Рис. 6.** Картина распределения деформаций в левом суставном хряще модели пояснично-крестцового отдела и крестцово-подвздошного сочленения при нагрузке  $P = 2000$  Н (таз условно опущен): а) физиологическая величина ( $SS = 60^\circ$ ) и соответствующая ей физиологическая величина поясничного лордоза; б) вертикальный крестец ( $SS = 30^\circ$ ) и сглаженный лордоз; в) горизонтальный крестец ( $SS = 85^\circ$ ) и гиперлордоз

При сглаженном лордозе ( $SS = 30^\circ$ ) и нагрузке 400 Н максимальная величина действующих напряжений в хряще крестцово-подвздошного сочленения

справа достигает 4,6 МПа, слева — 0,46 МПа. При этом уровень максимальных напряжений в дисках L I–L II, L II–L III, L III–L IV, L IV–L V, L V–S I не



**Таблица 2.** Параметры НДС дугоотростчатых суставов в модели пояснично-крестцового отдела при нагрузке  $P = 400$  Н для различных вариантов поясничного лордоза

| Дугоотростчатые суставы |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
|-------------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|
| L I–L II                |                  |                      |                  | L II–L III           |                  |                      |                  | L III–L IV           |                  |                      |                  | L IV–L V             |                  |                      |                  | L V–S I              |                  |                      |                  |
| левый                   |                  | правый               |                  | левый                |                  | правый               |                  | левый                |                  | правый               |                  | левый                |                  | правый               |                  | левый                |                  | правый               |                  |
| $\sigma_{Mis}^{max}$    | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ |
| МПа                     |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
| физиологический лордоз  |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
| 1,88                    | 0,034            | 1,99                 | 0,036            | 2,4                  | 0,042            | 2,3                  | 0,041            | 2,4                  | 0,043            | 2,3                  | 0,041            | 1,76                 | 0,032            | 1,75                 | 0,031            | 0,76                 | 0,012            | 0,73                 | 0,013            |
| сглаженный лордоз       |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
| 0,17                    | 0,0032           | 0,18                 | 0,0031           | 0,18                 | 0,0033           | 0,19                 | 0,0034           | 0,17                 | 0,003            | 0,19                 | 0,0033           | 0,18                 | 0,0031           | 0,19                 | 0,0033           | 0,17                 | 0,0033           | 0,18                 | 0,0032           |
| гиперлордоз             |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
| 0,54                    | –                | 0,53                 | –                | 7,37                 | –                | 5,92                 | –                | 5,74                 | –                | 4                    | –                | 1,94                 | –                | 1,85                 | –                | 0,089                | –                | 2,93                 | –                |

Примечание:  $\sigma_{Mis}^{max}$  — максимальные напряжения по Мизесу,  $\epsilon^{max}$  — максимальные деформации

**Таблица 3.** Параметры НДС дугоотростчатых суставов в модели пояснично-крестцового отдела при нагрузке  $P = 2000$  Н для различных вариантов поясничного лордоза

| Дугоотростчатые суставы |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
|-------------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|
| L I–L II                |                  |                      |                  | L II–L III           |                  |                      |                  | L III–L IV           |                  |                      |                  | L IV–L V             |                  |                      |                  | L V–S I              |                  |                      |                  |
| левый                   |                  | правый               |                  | левый                |                  | правый               |                  | левый                |                  | правый               |                  | левый                |                  | правый               |                  | левый                |                  | правый               |                  |
| $\sigma_{Mis}^{max}$    | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ | $\sigma_{Mis}^{max}$ | $\epsilon^{max}$ |
| МПа                     |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
| физиологический лордоз  |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
| 8,61                    | 0,15             | 9,72                 | 0,18             | 11,48                | 0,21             | 11,55                | 0,2              | 11,85                | 0,21             | 11,54                | 0,2              | 8,77                 | 0,16             | 8,75                 | 0,15             | 3,8                  | 0,068            | 3,65                 | 0,065            |
| сглаженный лордоз       |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
| 0,87                    | 0,015            | 0,87                 | 0,016            | 0,9                  | 0,016            | 0,96                 | 0,017            | 0,85                 | 0,015            | 0,92                 | 0,016            | 0,88                 | 0,015            | 0,9                  | 0,016            | 0,87                 | 0,016            | 0,89                 | 0,017            |
| гиперлордоз             |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |                      |                  |
| 25                      | –                | 24                   | –                | 58                   | –                | 54                   | –                | 56                   | –                | 41                   | –                | 44                   | –                | 45                   | –                | 1,3                  | –                | 41                   | –                |

превышает 0,28 МПа. В зоне всех хрящей дугоотростчатых суставов интенсивность напряжений ниже и не превышает 0,19 МПа. На уровне L V–S I, L IV–L V распределение напряжений равномерно и слева и справа, а начиная с уровня L III–L IV и заканчивая L I–L II величина напряжений больше справа, чем слева. Таким образом, блокирование одного крестцово-подвздошного сочленения вызывает повышенное напряжение в верхнепоясничных дугоотростчатых суставах одноименной стороны.

При гиперлордозе ( $SS = 85^\circ$ ) и нагрузке 400 Н максимальная величина действующих напряжений в хряще крестцово-подвздошного сочленения справа достигает 10 МПа, слева — 0,74 МПа. При этом уровень максимальных напряжений в дисках L I–L II, L II–L III, L III–L IV, L IV–L V, L V–S I не превышает 1,9 МПа. Величина напряжений в дугоотростчатых суставах на уровне L V–S I справа больше на 2,841 МПа, чем слева. На уровне L IV–L V картина меняется, здесь уже нагружения слева больше, чем справа, и эта ситуация сохраняется вплоть до

уровня L I–L II. Причем на уровне L III–L IV эта разница максимальна и составляет 1,74 МПа. Отмечаем рост напряженного состояния дугоотростчатых суставов всего поясничного отдела с максимальными показателями на уровне L III–L IV.

При нормальном лордозе ( $SS = 60^\circ$ ) и нагрузке, равной 2000 Н, максимальная величина действующих напряжений в правом хряще крестцово-подвздошного сочленения достигает 35,7 МПа, в левом — 3,2 МПа. При этом максимальный уровень напряжений в дисках L I–L II, L II–L III, L III–L IV, L IV–L V, L V–S I не превышает 2,32 МПа. В зоне всех хрящей дугоотростчатых суставов интенсивность напряжений существенно выше и достигает уровня 11,48 МПа. Напряжение в дугоотростчатых суставах на уровне сегмента L V–S I больше слева, чем справа, и достигает слева 3,8 МПа. На уровнях L IV–L V, L III–L IV картина распределения напряжения такая же: слева больше, чем справа, с максимальной разницей на уровне L III–L IV в 0,31 МПа. На вышележащих уровнях картина распределения

напряжений меняется на противоположную, т. е. справа больше, чем слева.

При сглаженном лордозе ( $SS = 30^\circ$ ) и нагрузке 2000 Н максимальная величина действующих напряжений в хряще крестцово-подвздошного сочленения справа достигает 23 МПа, слева — 2,33 МПа. При этом максимальный уровень напряжений в дисках L I–L II, L II–L III, L III–L IV, L IV–L V, L V–S I не превышает 1,42 МПа. НДС в дугоотростчатых суставах на уровне L V–S I больше справа, чем слева. Такая же картина сохраняется до уровня L I–L II. Максимальную величину НДС наблюдаем на уровне L II–L III. Величина напряжений на всех уровнях в дугоотростчатых суставах не превышает 0,96 МПа.

При гиперлордозе ( $SS = 85^\circ$ ) и нагрузке 2000 Н максимальная величина действующих напряжений в хряще крестцово-подвздошного сочленения справа достигает 51,55 МПа, слева — 3,82 МПа. При этом максимальный уровень напряжений в дисках L I–L II, L II–L III, L III–L IV, L IV–L V, L V–S I не превышает 7,37 МПа. Наблюдаем большую разницу НДС в дугоотростчатых суставах на уровнях L V–S I: справа 41 МПа, а слева 1,3 МПа. На вышележащем уровне НДС больше справа, но с небольшой разницей в 1 МПа. На уровне L III–L IV картина меняется на противоположную: слева 56 МПа, а справа меньше — 41 МПа. Такая же тенденция на вышележащих уровнях. Увеличение нагрузок на заблокированное крестцово-подвздошное сочленение не вызывает существенного перераспределения напряжения в поясничных дугоотростчатых суставах.

## Выводы

Для хряща правого (блокированного) сочленения характерно увеличение нагружения, а левому соответствует повышенный уровень деформаций.

При физиологическом лордозе и величине наклона крестца ( $SS = 60^\circ$ ) при действии нагрузки в 400 Н (эквивалентной весу туловища среднестатистического человека) и блокировании крестцово-подвздошного сочленения справа отмечаем более чем в 10 раз увеличенное НДС с одноименной стороны в сравнении с хрящом крестцово-подвздошного сочленения слева. При этом деформируемость хряща крестцово-подвздошного сочленения слева значительно больше, чем справа.

При действии нагрузки в 2000 Н (эквивалентной минимальному нагружению таза среднестатистического человека при ходьбе [5, 9, 14]) напряжение возрастает в правом хряще крестцово-подвздошного сочленения до 35,7 МПа каудально-дорсальной части, что более чем в десять раз больше НДС хря-

ща слева. Такой характер НДС суставного хряща обеспечивает более равномерное нагружение связочного аппарата и суставной сумки крестцово-подвздошного сочленения.

Уменьшение глубины поясничного лордоза и вертикализация крестца при блокировании крестцово-подвздошного сочленения справа сопровождаются уменьшением НДС крестцово-подвздошного сочленения справа до 4,6 МПа, а слева до 0,46 МПа с разницей между ними в десять раз, при нагрузке в 400 Н. С увеличением нагрузки (2000 Н) величина напряжений справа возрастает до 23 МПа, а слева до 2,33 МПа, причем слева — в центральной и вентральной части, что свидетельствует о постоянной перегрузке как самого суставного хряща, так и суставной капсулы, и связочного аппарата (вентральных межкостных крестцово-подвздошных связок, крестцово-остистой и крестцово-бугорной связок).

Поясничный гиперлордоз и горизонтализация крестца с блокированием крестцово-подвздошного сочленения справа вызывают умеренное увеличение НДС хряща справа (10 МПа по сравнению с 7,15 МПа в норме) при нагрузке 400 Н и увеличении НДС хряща слева до 0,74 МПа в краниально-дорсальной части. При нагрузке 2000 Н происходит существенное увеличение деформируемости суставного хряща слева в краниально-дорсальной части, что может свидетельствовать о перегрузке суставной капсулы крестцово-подвздошного сочленения.

Изменение НДС в дугоотростчатых суставах, вплоть до их блокирования, может являться причиной возникновения компенсирующих противодеформаций для поддержания стабильного состояния в биомеханической цепочке «поясничный отдел позвоночника – крестец – таз».

Полученные данные помогут улучшить понимание механогенеза дисфункции крестцово-подвздошных сочленений. Отметим, что эта проблема требует дальнейшего изучения.

## Список литературы

1. Vleeming A. Mobility of the sacroilac joint in the elderly: A kinetic and radiology study / A. Vleeming, J. P. Van Wingerden, P. Dijkstra // Clin. Biomech. — 1991. — Vol. 6. — P. 161–168.
2. Maigne J. V. Results of sacroilac joint double block and value of pain provocation test in 54 patients with low back pain / J. V. Maigne, A. Aivakiklis, F. Pfefer // Spine. — 1996. — Vol. 21. — P. 1889–1892.
3. Van der Wurff P. A multitest redimen of pain provocation tests as an aid to reduce unnecessary minimally invasive joint procedures / P. van der Wurff, E. J. Buijs, G. J. Groen // Arch. Phys. Med. Rehabil. — 2006. — Vol. 87. — P. 10–14.
4. Васильева Л. Ф. Мануальная диагностика и терапия (клиническая биомеханика и патобиомеханика): Руководство для врачей / Л. Ф. Васильева. — СПб.: ИКФ «Фолиант», 1999. — 400 с.

5. Finite element methods in spine Biomechanics research / L. G. Gilbertson, V. K. Goel, W. Z. Kong et al. // *CRC Crit Rev Biomed Eng.* — 1995. — № 23. (Pt. 5–6). — P. 411–473.
6. Куценко В. А. Поясничный спондилолистез (патогенез, диагностика, прогнозирование и лечение): дис. ... доктора мед. наук / В. А. Куценко — Харьков, 2009. — 555 с.
7. Истомин А. Г. Восстановление стабильности таза при повреждениях и заболеваниях подвздошно-крестцовых суставов: дис. ... доктора мед. наук / А. Г. Истомин — Харьков, 2001. — 329 с.
8. Исследование напряженно-деформированного состояния системы «имплантат – поясничный отдел позвоночника – таз» при различных вариантах фиксации / А. А. Мезенцев, Д. Е. Петренко, А. А. Барков, А. В. Ярьсько // *Ортопедия, травматология и протезирование.* — 2011. — № 2. — С. 37–41.
9. Biomechanical analysis of reducing sacroiliac joint shear load by optimization of pelvic muscle and ligament forces / J. J. M. Pel, C. W. Spoor, A. L. Pool-Goudzwaard et al. // *Ann. Eng.* — Vol. 36. — № 3. — P. 415–424.
10. Стауде В. А. Численное моделирование и анализ напряженно-деформированного состояния кинематической цепи «поясничный отдел позвоночника – крестец – таз» при различных вариантах поясничного лордоза / В. А. Стауде, А. В. Кондратьев, М. Ю. Карпинский // *Ортопедия, травматология и протезирование.* — 2012. — № 2. — С. 50–56.
11. Алямовский А. А. SolidWorks/COSMOSWorks. Инженерный анализ методом конечных элементов / А. А. Алямовский. — М.: ДМК Пресс, 2004. — 432 с.
12. Зенкевич О. С. Метод конечных элементов в технике / О. С. Зенкевич. — М.: Мир, 1975. — 271 с.
13. Чигарев А. В. Ansys для инженеров: Справ. пособие / А. В. Чигарев, А. С. Кравчук, А. Ф. Смалюк. — М.: Машиностроение, 2004. — 512 с.
14. Anatomical and biomechanical analysis of the unique and consistent locations of sacral insufficiency fractures / N. J. Sinstrom, J. E. Heiserman, K. E. Kartman et al. // *Spine.* — 2009. — Vol. 15, № 34(4), — P. 309–315.
15. Березовский В. А. Биофизические характеристики тканей человека: справочник / В. А. Березовский, Н. Н. Колотилов. — К.: Наукова думка, 1990. — 224 с.

Статья поступила в редакцию 19.04.2012