И.С. ВОЙТОВИЧ. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ ИНФОРМАТИКИ НА ОСНОВЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ

Резюме. *В статье раскрыты причины и перспективы создания и усовершенствования профессионально ориентированной образовательной технологии подготовки будущих учителей інформатики, которая состоит из: учебной среды; достижений науки и техники, влияния социума. Разработан способ проектирования и внедрения профессионально ориентованной образовательной технологии подготовки будущих учителей информатики; описано модель уровней их профессиональной подготовленности.*

Ключевые слова: *методическая система, будущие учителя информатики, профессионально ориентированная технология обучения.*

I.S. VOYTOVYCH. IMPROVING THE PREPARATION OF FUTURE TEACHERS OF COMPUTER SCIENCE BASED ON PROFESSIONALLY ORIENTED EDUCATION TECHNOLOGY

The summary. *The article reveals the causes and prospects for the creation and improvement professionally oriented education technology of preparing future teachers of computer science. It consist of the learning environment; science and technology, the impact of society. It is developed method and implementation projecting professionally oriented education technology prepared of future teachers of computer science; described model levels professionally of their training.*

Key words: *methodical system, future teacher of computer science, professionally oriented education technology.*

Одержано редакцією 05.09.2014 р.

УДК: 372. 851: 378. 147

Т.А. ГРИЦИК

НАВЧАННЯ МЕТОДУ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СТУДЕНТІВ ПРИРОДНИЧИХ НАПРЯМІВ ПІДГОТОВКИ В КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Резюме. *Навчання методу математичного моделювання студентів природничих напрямів підготовки в курсі вищої математики. В статті пропонуються методичні рекомендації щодо вивчення методу математичного моделювання студентами природничих напрямів підготовки в курсі вищої математики. Як приклад, розглядаються методичні особливості вивчення деяких класичних математичних моделей природознавства: експонентної та логістичної моделей популяційної динаміки.*

Ключові слова: *метод математичного моделювання, математична модель, методика навчання, вища математика, експонентна модель, логістична модель, диференціальне рівняння.*

Актуальність дослідження. Для сучасного етапу розвитку наукової думки характерне широке застосування математичних методів до розв’язування різноманітних пізнавальних задач. Особливо важливу роль відіграє метод математичного моделювання як спосіб кількісного дослідження об’єктів та процесів.

Метод математичного моделювання набув широкого застосування у природничих науках, за його допомогою вивчаються явища та процеси природи. Студенти, які навчаються за природничо-науковими напрямами підготовки повинні знати сучасні загальнонаукові методи дослідження навколишнього світу, розуміти та застосовувати у своїй професійній діяльності метод математичного моделювання. Зважаючи на це, курс вищої математики, що вивчається студентами природничих спеціальностей, необхідно орієнтувати на засвоєння основ математичного моделювання.

Математичне моделювання – це метод наукового дослідження шляхом побудови системи математичних співвідношень, що описують досліджувані об’єкти та процеси. Ці співвідношення називаються математичними моделями. Математична модель – це знаково-символічна система, що відтворює певні характеристики об’єкта дослідження з метою одержання нових знань про нього. Математичні моделі являють собою рівняння або системи рівнянь, які описують досліджуваний процес або явище. При їх створенні використовують методи математичної статистики, диференціального та інтегрального числення, мову диференціальних рівнянь [2,3,11].

Багато задач біології, хімії, фізики приводять до диференціальних рівнянь, тому теорія диференціальних рівнянь має велике значення для вивчення природничих дисциплін. Диференціальні рівняння є найбільш поширеною математичною моделлю у природознавстві.

Постановка проблеми. У процесі дослідження з проблеми навчання студентів природничих напрямів підготовки методу математичного моделювання було встановлено, що більшість студентів має досить низький рівень володіння цим методом наукового пізнання. Значна частина студентів не розуміє суті методу моделювання, не вміє впізнавати та аналізувати найпростіші математичні моделі. Постає необхідність удосконалення існуючих методик навчання цьому методу, зокрема в курсі вищої математики, з метою забезпечення професійної компетентності випускників вузів.

Аналіз актуальних досліджень. Загальні питання навчання методу моделювання розглядали С.І.Архангельський, В.В.Фірсов, Л.М.Фрідман, І.М.Шапіро, С.І.Шварцбурд та інші. Різним проблемам навчання математичному моделюванню у процесі вивчення математики присвячені дослідження багатьох сучасних вітчизняних та зарубіжних дослідників (В.Р.Бєломєстнова, А.В.Бобровська, Н.А.Бурмістрова, К.В.Власенко, І.В.Каменська, Т.В.Крилова, М.Ю.Корольов, І.А.Кузнєцова, В.М.Трояновський, В.О.Швець та інші [4; 8; 9; 12]). У цих роботах розглядаються, здебільшого, питання навчання математичному моделюванню студентів математичних та фізичних спеціальностей і не приділяється належної уваги іншим природничо-науковим спеціальностям. Дослідження багатьох сучасних авторів стосуються технічних спеціальностей [5; 6; 9]. Природничо-наукові напрями підготовки розглядаються в дослідженні М.Ю.Корольова [8], проте в цій роботі методика навчання методу моделювання розкривається в рамках курсу фізики.

Мета статті. У даній статті ми розглянемо деякі класичні математичні моделі біології, які доцільно запропонувати студентам природничих спеціальностей (екологічні, біологічні спеціальності) та сформулюємо методичні рекомендації щодо вивчення методу математичного моделювання в курсі вищої математики.

Виклад основного матеріалу. Базові моделі природознавства – це моделі, які піддаються аналітичному дослідженню і дозволяють описувати цілий спектр різних природних явищ. При побудові та аналізі математичних моделей природних процесів необхідно враховувати, що жива біологічна система володіє такими властивостями як: 1) складність, багатокомпонентність, просторово-часова структура; 2) здатність розмножуватися, властивість перетворювати неорганічні та органічні речовини для біосинтезу; процеси взаємодії компонентів та процеси переносу; 3) відкритість системи, її взаємодія з навколишнім середовищем; 4) біологічні об’єкти мають складну багаторівневу систему саморегуляції [10, 21].

Важливо досягти усвідомлення того, що математична модель лише в певній мірі відображає живу систему і не є її точним аналогом. Процеси в реальних умовах описуються більш складними залежностями. Проте математичне моделювання як метод наукового пізнання дає можливість для отримання цінної інформації про об’єкт вивчення.

Методичні основи пропонованої нами методики навчання студентів математичному моделюванню в курсі вищої математики наступні:

- цілеспрямованість у навчанні математичному моделюванню, мотивація та активізація навчальної діяльності студентів (мотиваційно-цільовий компонент);
- змістовий відбір навчального матеріалу, відбір доцільних задач (змістовий компонент);
- спеціально організована навчальна діяльність, спрямована на засвоєння методу математичного моделювання (операційний компонент).

Змістове опрацювання методу математичного моделювання включає такі обов’язкові складові:

1) ознайомлення з загальними питаннями математичного моделювання (означення, класифікація, властивості математичних моделей, загальна схема математичного моделювання);
2) розгляд базових математичних моделей, що обов’язково супроводжується конкретними прикладами, розрахунками, графічними образами (таблиці, схеми, рисунки);
3) важливо продемонструвати різні типи математичних моделей (наприклад, неперервні та дискретні) для опису одного й того самого біологічного явища чи процесу;
4) практичне дослідження моделі, що передбачає розв’язування задач на моделювання з конкретним змістом, визначення характеру перебігу процесу при різних значеннях параметрів, побудову графіків, які відображають динаміку зміни досліджуваних величин;
5) доцільні історичні довідки, які включають повідомлення про науковців, які вперше запропонували модель, рік її появи, короткі відомості про біологічний процес, що моделюється;
6) загальнонаукове значення моделі;
7) важливо запропонувати перелік літературних джерел, де висвітлені питання математичного моделювання біологічного явища;
8) самостійна науково-дослідницька робота студентів, яка полягає у знаходженні та опрацюванні прикладів різних математичних моделей на певну тему.

До базових біологічних моделей відносять наступні математичні моделі (табл. 1):

Таблиця 1.

Базові моделі математичної біології

№ з/п	Назва моделі	Коротка характеристика
1	Експонентна модель (рівняння Мальтуса)	Моделювання необмеженого зростання популяції
2	Логістична модель (рівняння Ферхюльста)	Модель обмеженої динаміки популяції
3	Модель Вольтерра «хижак-жертва»	Модель взаємодії двох біологічних видів
4	Рівняння Лоткі	Модель кінетики хімічних реакцій
5	Модель Моно, рівняння Міхаеліса-Ментен	Моделювання неперервних культур мікроорганізмів (мікробних популяцій)

Основою моделювання екологічних систем є рівняння динаміки популяцій особин одного виду. Це класичні моделі математичної екології. Розглянемо моделі необмеженої та обмеженої динаміки популяцій.

І. Експонентна модель (рівняння Мальтуса).

Нехай популяція розвивається ізольовано в умовах необмеженого ареалу та необмежених ресурсів харчування у незмінному середовищі, а також відсутні усі обмежуючі фактори. Зміна чисельності $N(t)$ цієї модельної популяції визначається тільки двома факторами: народжуваністю та природною смертністю. Нехай a і b – коефіцієнти народжуваності і смертності відповідно. Тоді зміна чисельності популяції визначається диференціальним рівнянням:

$$\frac{dN}{dt} = (a-b)N \qquad (1)$$

загальний розв`язок якого $N = N_0 e^{(a-b)t}$. Інтегральна крива розв`язку – експонента. З формули розв`язку слідує, що за умови $a > b$ при $t \to \infty$ $N \to \infty$, а при $a < b$ $N \to 0$, коли $t \to \infty$.

Рівняння (1) фактично описує максимальну біологічну продуктивність виду і справедливе лише для порівняно коротких проміжків часу, для яких зовнішнє середовище ще не перешкоджає зростанню. У реальних умовах жодна популяція не може реалізувати свій природний потенціал. Експонентна модель не враховує обмеженість ареалу популяції, харчових ресурсів, міжвидову конкуренцію, хвороби тощо. Тому ця модель має, в першу чергу, теоретичне значення, і справедлива для ідеальних умов або умов, наближених до ідеальних.

Історична довідка. Закон (1) вперше сформульований Т.Р. Мальтусем в книзі «Про ріст народонаселення» (1798 р.) і має глибокий філософський зміст. Мальтус Томас Роберт (1766-1834) – англійський економіст, священик, один з основоположників вульгарної політичної економії у Великобританії. Засновник теорії народонаселення під назвою «мальтузіанство», згідно якої зростання населення Землі відбувається набагато швидше, ніж збільшення засобів існування, внаслідок чого виникає «абсолютне перенаселення». Війни, епідемії, голод прихильники мальтузіанства розглядали як позитивні фактори, що регулюють зростання населення.

Розглянемо **дискретну модель необмеженого зростання популяції**. Нехай N_t і N_{t+1} – кількість осіб популяції в два сусідні моменти часу t і t+1. Припустимо, що кожен новий часовий інтервал розпочинається з появи новонароджених (нового покоління), які, в свою чергу, на початку наступного часового інтервалу дадуть потомство. Такий дискретний ріст популяції описує скінченне різницеве рівняння $N_{t+1}=pN_t+pbN_t=(p+pb)N_t$, де b – народжуваність, p – ймовірність виживання особи за один інтервал. Покладемо p+pb=λ, тоді маємо: $N_t= \lambda N_{t-1}= \lambda(\lambda N_{t-2})= \lambda^t N_0$.

Параметр λ – це коефіцієнт геометричного зростання, який характеризує сукупний ефект народжуваності і смертності. Якщо λ=const, формула

$$N_t= \lambda^t N_0$$

дає можливість передбачити розмір популяції в будь-який наступний момент часу (знаючи початкову кількість осіб N_0 і коефіцієнт λ). Якщо λ=1, розмір популяції змінюватися не буде. При λ>1 кількість осіб зростатиме, а при λ<1 – спадатиме до повного вимирання популяції.

Практичне дослідження моделі. Неперервна модель. Зміна чисельності популяції N з часом t (в годинах) описується диференціальним рівнянням $\frac{dN}{dt} = rN$.

1. Яким буде розмір популяції через 5; 10; 15 годин, якщо початкова кількість осіб популяції N_0=10, *r*=0,1?
2. Намалювати графік кривої зростання, задавши часовий інтервал (2 доби) та одиницю масштабу по осі часу (1 год).
3. В одній системі координат побудувати криві зростання для різних значень *r*, наприклад 0,1; 0,5; 1; 2. Як змінюється характер зростання популяції?
4. Дослідити поведінку моделі при від’ємних значеннях *r* (*r<0*), наприклад, -0,1; -0,5; -1; -2. Взяти початкову кількість осіб N_0=1000.
5. Визначити, скільки часу потрібно для вимирання популяції, коли значення *r*: -0,1; -05; -2.

Практичне дослідження моделі. Дискретна модель. 1. Початкова чисельність популяції N_0=10. За дискретною моделлю побудувати в одній системі координат криві зростання цієї популяції N=N(t) для різних значень λ: 1,1; 1,5; 2; 5; 10. Зробити висновок про зміну характеру зростання популяції. За одиницю часу взяти одне покоління, графіки побудувати для 5-8 поколінь.

2. Графічно зобразити популяційну динаміку для значень λ<1: 0,8; 0,5; 0,2; 0,1 (в одній системі координат). Початковий розмір популяції N_0=100, кількість поколінь 5-8. Для кожного значення λ визначити, скільки поколінь потрібно для вимирання популяції.

ІІ. Логістичне рівняння (рівняння Ферхюльста).

У 1838 р. Ферхюльстом запропонована модель зростання популяції із урахуванням обмежуючих факторів зовнішнього середовища. Запропонована модель ґрунтується на наступних міркуваннях: на початковій стадії заселення нового середовища швидкість зростання описується рівнянням (1); через деякий час густина популяції досягає достатньо високого рівня і загострюється боротьба за виживання, яка призводить до зниження швидкості зростання.

Нехай К – максимальна чисельність, якої може досягнути дана популяція. Тоді приріст популяції пропорційний невикористаній частині наявних ресурсів, або відповідно різниці між максимальною та мінімальною чисельностями K-N. Рівняння зростання набуває вигляду:

$$\frac{dN}{dt} = (a-b)N(K-N) \qquad (2),$$

або $$\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right) \qquad (3)$$

де: $r=(a-b)K$. Інтегруючи (2), отримаємо рівняння логістичної кривої:

$$N(t) = \frac{KN_0}{N_0 + (K - N_0)e^{-rt}}.$$

Ця крива близька до експериментальних даних багатьох природних популяцій. Логістична крива виходить на деяку максимальну чисельність К, яка відповідає „ємності” середовища існування.

Слід зауважити, що логістичне рівняння (2) описує розвиток популяції у неперервному часі. Розглянемо дискретну модель логістичного рівняння.

У рівнянні (2) замінимо $\frac{dN}{dt}$ на $\frac{\Delta N}{\Delta t}$, крім того $\Delta N = N_{t+1} - N_t$, $\Delta t = 1$. Отримаємо:

$$N_{t+1} = N_t\left(1 + r\left(1 - \frac{N_t}{K}\right)\right) \text{ або } N_{t+1} = N_t \cdot f(N_t) \qquad (4).$$

Функція $f(N_t)$ у рівнянні (4) на певному відрізку області визначення приймає від`ємні значення, тому є біологічно некоректною. Експоненціальна форма залежності $f(N_t)$, що є біологічно коректною, була запропонована Мораном (1950) для чисельності комах і Рікером (1952) для рибних популяцій:

$$N_{t+1} = N_t e^{r\left(1 - \frac{N_t}{K}\right)} \qquad (5).$$

Аналіз моделі (5) включає дослідження рівняння на стійкість розв’язків. Якщо $0<r<1$, то відбувається монотонне зростання чисельності популяції; за умови $1<r<2$ мають місце затухаючі коливання чисельності. Таким чином, в межах $0<r<2$ для чисельності популяції характерна стійка рівновага. Якщо $r>2$, має місце нестійка рівновага, відхилення чисельності зростає.

Історична довідка. Ферхюльст П’єр Франсуа (1804-1849)– бельгійський математик, відомий працями в області моделювання чисельності населення. Спираючись на свої розрахунки, Ферхюльст змоделював верхню границю чисельності населення Бельгії, а саме – 9400000 чол. Фактично, в 1994 р. населення Бельгії складало 10118000 чоловік, що говорить про порівняно хорошу точність оцінки, враховуючи фактор міграції.

Практичне дослідження моделі. Неперервна модель.

Задача 1. Ріст популяції описується диференціальним рівнянням $\frac{dx}{dt} = x(0{,}1 - 0{,}001x)$. Знайти закон розмноження цієї популяції, якщо початкова кількість осіб популяції дорівнює 100. Який рівноважний розмір популяції?

Задача 2. Ріст популяції бактерій відбувається за логістичною моделлю від початкового розміру N_0 до граничного К при миттєвій питомій швидкості зростання r.

1) Побудувати логістичну криву зростання популяції, якщо $N_0=5$, K=500 і r=0,1. За отриманим графіком визначити, за скільки годин популяція досягне розміру 50, 100, 200, 400 осіб;
2) при тих самих величинах N_0 і К побудувати логістичні криві для різних значень r: 0,2; 0,3; 0,5; 1; 3; 5. Як змінюється характер зростання популяції?
3) Дослідити поведінку моделі для випадку, коли початкова кількість осіб N_0 більша за ємність середовища К, наприклад, $N_0=1000$, К=500. Взяти різні значення r: 0,2; 0,3; 0,5; 2; 4.

Дискретна модель. **1)** Побудувати логістичну криву зростання популяції за дискретною моделлю, взявши $N_0=10$, К=1000, r=0,2; **2)** дослідити зміну характеру зростання популяції при різних значеннях коефіцієнта зростання популяції r: 0,1; 0,4; 0,5; 0,8; 1; 1,5; 1,8; 2; 3; 5. Проаналізувати коливання чисельності і встановити, при яких r коливання затухаючі, незатухаючі; **3)** побудувати логістичні криві для випадку, коли початкова величина популяції $N_0=2000$ перевищує ємність середовища К=500 для значень r: 0,2; 0,3; 0,5; 0,8; 1; 1,5; 1,8; 2; 3; 5. Охарактеризувати зміну чисельності популяції.

Рівняння Мальтуса і Ферхюльста добре описують ріст бактерій, дріжджів, мікроводоростей та інших організмів, які не володіють віковою структурою. Дані рівняння можна застосовувати, якщо виконуються наступні умови:

1) не враховуються індивідуальні відмінності особин одного виду, популяція складається з однакових особин одного виду з середніми характеристиками народжуваності і смертності, які не змінюються з часом *a=const, b=const*;
2) народження і смертність в популяції вважаються неперервними без часових зсувів (запізнень) між поколіннями;
3) достатньо висока чисельність популяції.

Слід зауважити, що усі моделі зростання популяцій ґрунтуються на фундаментальному твердженні, яке полягає в тому, що швидкість зростання популяції пропорційна чисельності популяції.

Самостійна науково-дослідницька робота студентів: опрацювати математичну модель динаміки популяції, що володіє віковою структурою; базові моделі «хижак-жертва», рівняння Лоткі, модель Моно. Література: [1; 7; 10].

Висновки. Ознайомлення студентів з базовими математичними моделями біології є першим необхідним етапом у процесі вивчення методу математичного моделювання. Розгляд класичних математичних моделей природознавства створює стартові умови для науково-дослідної роботи студентів у цій галузі, здійснюється мотивація та зацікавлення студентів кількісними методами пізнання природи. Наступним кроком у процесі оволодіння вмінням математичного моделювання є розв’язування прикладних та професійно-орієнтованих задач.

Подальші наукові дослідження розглянутої проблематики стосуються розробки навчально-методичного забезпечення курсу вища математика, що спрямоване на формування спеціальних умінь математичного моделювання у професійно значимій області природознавства.

ЛІТЕРАТУРА

1. Алексеев В.В. Физическое и математическое моделирование экосистем / В.В. Алексеев, И.И. Крышев, Т.Г. Сазыкина. – СПб: Гидрометеоиздат, 1992. – 367 с.
2. Амелькин В.В. Математические модели и дифференциальные уравнения / В.В.Амелькин, О.Г. Садовский. – М.: УРСС, 2007. – 271 с.
3. Бахрушин В.Є. Математичне моделювання: навч. посіб. / В.Є. Бахрушин. – Запоріжжя: ГУ «ЗІДМУ», 2004. – 140 с.
4. Беломестнова В.Р. Математическое моделирование при интеграции курсов математики и физики в обучении студентов физических специальностей педвузов: автореф. дисс. на соиск. науч. степ. канд. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания» / В.Р. Беломестнова. – М., 2006. – 20 с.
5. Власенко К.В. Математичне моделювання майбутніми інженерами в ході навчання теорії ймовірності та випадкових процесів / К.В.Власенко, О.О.Чумак // Вісник національного технічного університету «ХПІ». Тем. випуск: нові рішення в сучасних технологіях. – 2012. – № 1. – С. 38-43.
6. Горшкова Г.А. Розвиток інтелектуальних здібностей інженерів-металургів засобами математичного моделювання у процесі розв’язування прикладних задач / Г.А.Горшкова, О.В.Віхрова // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*ПЛЮС-2014»: міжнар. дистанц. наук.-метод. конф., 20-21 березня 2014 р.: тези доп. – Суми, 2014. – С. 32-33.
7. Кипятков В.Е. Практикум по математическому моделированию в популяционной экологии / В.Е. Кипятов. – СПб., 2002. – 62 с.
8. Королев М.Ю. Методическая система обучения методу моделирования студентов естественнонаучных и математических направлений подготовки в педвузах: автореф. дис. на соиск. науч. степ. докт. пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (естествознание)» / М.Ю.Королев. – М., 2012. – 42 с.
9. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі / Т.В. Крилова. – К.: Вища шк., 1998. – 438 с.
10. Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии / Г.Ю. Ризниченко. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – 232 с. – (Ч. 1).
11. Самарский А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: физ.-мат. Лит., 2001. – 320 с.
12. Тимошенко Е.В. Моделирование как средство формирования биолога исследователя / Е.В. Тимошенко // Проблеми математичної освіти: міжнарод. наук.-метод. конф., 24-26 лист. 2010 р.: тези доп. – Черкаси, 2010. – С. 294-295.

Т.А. ГРИЦИК. ОБУЧЕНИЕ МЕТОДУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СТУДЕНТОВ ЕСТЕСТВЕННЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Резюме. *В статье предлагаются методические рекомендации по изучению метода математического моделирования студентами естественных направлений подготовки в курсе высшей математики. Как пример, рассматриваются методические особенности изучения некоторых классических математических моделей естествознания: экспоненциальной и логистической моделей популяционной динамики.*

Ключевые слова: *метод математического моделирования, математическая модель, методика обучения, высшая математика, экспоненциальная модель, логистическая модель, дифференциальное уравнение.*

T.A. GRITSIK. EXAMINATION OF THE METHODS OF MATHEMATICAL MODELING STUDENTS WHO STUDY NATURAL SCIENCES, IN THE COURSE OF HIGHER MATHEMATICS

The summary. *The article offers guidelines for teaching students who study natural sciences, mathematical modeling method in the course of higher mathematics. As an example, consider the methodological features of studying some classical mathematical models of science: the exponential and logistic models of population dynamics.*

Key words: *method of mathematical modeling, mathematical model, methods of teaching, higher mathematics, the exponential model, the logistic model, the differential equation.*

Одержано редакцією 03.09.2014 р.