Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2011. – № 1. – Physicochemical Mechanics of Materials

УДК 621.319:519.22

## ДОСЛІДЖЕННЯ СТРУКТУРИ ВІБРАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ПІД ЧАС РОЗВИТКУ ДЕФЕКТУ

І. Й. МАЦЬКО<sup>1</sup>, І. Б. КРАВЕЦЬ<sup>1</sup>, І. М. ЯВОРСЬКИЙ<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів; <sup>2</sup> Інститут телекомунікації Технологічно-природничого університету, Бидгощ, Польща

Побудовано статистичну модель вібраційного відгуку від тонкої деталі з тріщиною. Досліджено динаміку зміни взаємокореляційних зв'язків між стаціонарними компонентами вібраційного сигналу. Показано, що розмір тріщини не впливає на форму та ширину центрального максимуму кореляційних функцій.

Ключові слова: вібраційний сигнал, періодично корельований випадковий процес, взаємокореляційна функція.

Вібраційний сигнал, що випромінюється складними промисловими машинними комплексами, несе інформацію про реальний стан вузлів цих комплексів. Тому статистичний аналіз процесів вібрації механічної системи є потужним діагностичним інструментом для моніторингу стану системи методами неруйнівного контролю. Дефекти механічних вузлів у вібраційному сигналі проявляються у змінах його характеристик. Одні типи дефектів призводять до появи гармонічних складових у вібросигналі, другі – до модуляцій, треті – до появи викидів ударних імпульсів. Тому для виявлення дефектів на ранній стадії зародження слід аналізувати всі можливі ймовірнісні характеристики вібраційного сигналу.

Як показано [1, 2], структура кореляційної функції вібраційного сигналу залежить від довжини тріщини. З ростом тріщини в кореляційній структурі, окрім нульового, появляється перший кореляційний компонент, потужність якого збільшується з розвитком тріщини. Коефіцієнти заникання компонентів кореляційної функції змінюються зі збільшенням відносної довжини тріщини. Оскільки на практиці компоненти кореляційної функції дуже важко апроксимувати, бо їх виражають через суми авто- та взаємокореляційних функцій формувальних періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) стаціонарних компонентів [4], то в подальших дослідженнях доцільніше використовувати такі методи обробки, які уможливлюють виділення власне цих компонентів.

Коливання тонкої деталі з тріщиною описують системою нелінійних диференційних рівнянь другого порядку [7, 8]:

$$\begin{cases} X'' + 2\beta_c X' + \omega_c^2 X = f(t), & X \le 0, \\ X'' + 2\beta_s X' + \omega_s^2 X = f(t), & X > 0. \end{cases}$$
(1)

Тут  $\omega_c^2 = k_c / m$ ,  $\omega_s^2 = k_s / m$ , де  $\omega_c^2$  та  $\omega_s^2$ ,  $k_c$  та  $k_s$  – власні частоти коливань та жорсткості деталі в моменти часу, коли тріщина закрита та відкрита, відповідно; m – зведена маса деталі. Як спонукальну силу вибрано:

$$f(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{100}\right) + u(t),$$

Контактна особа: І. Й. МАЦЬКО, e-mail: ivanmatsko@ipm.lviv.ua

де u(t) – білий шум з дисперсією  $D_u = 1$ . Для моделювання вібраційних відгуків системи (1) вибрано параметри:  $k_c = 0.9$ ; m = 10; крок інтегрування рівний 0.5; кількість кроків  $10^5$ . Відносна довжина тріщини змінювалася в межах від 0.05 до 0.95 з кроком 0.05.

Поява тріщини в будь-якій механічній системі призводить до нестаціонарності у вібраційному сигналі, і що більша тріщина, то нестаціонарніший сигнал [3]. Показано [1], що вібраційним сигналом тонкої деталі з тріщиною є періодично корельований випадковий процес.

Мета роботи – дослідити зміни взаємокореляційних функцій стаціонарних компонентів  $\xi_k(t)$  вібраційного процесу від тонкої деталі з тріщиною. Виразимо вібраційний відгук  $\xi(t)$  через стаціонарні компоненти

$$\xi(t) = \sum_{k=-M}^{M} \xi_k(t) e^{ik\omega_0 t} .$$
 (2)

Це подання, по суті, є узагальненням ряду Фур'є для періодичної функції в тому сенсі, що коефіцієнти Фур'є в останньому замінені на стаціонарно зв'язані випадкові процеси  $\xi_k(t)$ . Усереднивши за ансамблем вираз (2), отримуємо формулу для детермінованої складової вібраційного процесу:

$$m(t) = \sum_{k=-M}^{M} E\xi_k(t) e^{ik\omega_0 t} = \sum_{k=-M}^{M} m_k(t) e^{ik\omega_0 t} .$$
(3)

Отже, коефіцієнти Фур'є математичного сподівання рівні середнім значенням модулюючих процесів  $\xi_k(t)$ .

Для знаходження кореляційної функції процесу  $\xi(t)$  слід помножити центроване рівняння (2), яке визначає випадкова складова процесу  $\mathring{\xi}(t) = \xi(t) - m(t)$ , на аналогічне, однак зміщене у часі на інтервал *u*, та усереднити за ансамблем:

$$b_{\xi}(t,u) = E \overset{\circ}{\xi}(t) \overset{\circ}{\xi}(t+u) = \sum_{k=-M}^{M} e^{ik\omega_{0}u} \sum_{l=-M}^{M} R_{lk}(u) e^{i(k-l)\omega_{0}t}$$

Тут  $R_{lk}(u) = E \xi_l^{*}(t) \xi_l(t+u)$  – взаємокореляційна функція компонентів  $\xi_k(t), \xi_l(t), a^*$  – знак спряження. Введемо новий індекс сумування n = k - l та змінимо його порядок (рис. 1). Тоді

$$b_{\xi}(t,u) = \sum_{k=-2M}^{2M} B_n(u) e^{in\omega_0 u}$$
,

де кореляційні компоненти  $B_n(u)$  визначаємо співвідношенням



На основі (3) легко знаходимо формули для спектральних компонентів  $f_k(\omega)$ :

$$f_k(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B_n(u) e^{-i\omega u} du = \begin{cases} \sum_{k=n-M}^M f_{k-n,k}(\omega - k\omega_0), & n \ge 0, \\ \sum_{k=-M}^{n+M} f_{k-n,k}(\omega - k\omega_0), & n < 0, \end{cases}$$



гис. 1. Эмпна порядку сумування. Fig. 1. Summation rearranging



30

де  $f_{l,k}(\omega)$  – взаємна спектральна густина стаціонарних компонентів  $\xi_k(t)$  і  $\xi_l(t)$ :

$$f_{lk}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{lk}(u) e^{i\omega u} du .$$
 (5)

Нульовий кореляційний компонент визначають автокореляційними функціями модулюючих процесів  $\xi_k(t)$ , а кореляційні компоненти  $B_k(u)$  взаємокореляційними функціями процесів, номери яких відрізняються на число k. Тобто, коли стаціонарні компоненти некорельовані, вібраційний процес стаціонарний. Формули (2)–(5) є основою для інтерпретації експериментальних результатів обробки методами статистичного аналізу ПКВП реальних даних.

Для прикладу дослідимо вплив розміру тріщини на ймовірнісні характеристики стаціонарних компонентів вібраційного процесу тонкої деталі. Насамперед розкладемо вібросигнал на стаціонарні компоненти за допомогою методу переносу частот і низькочастотної фільтрації [5]. Далі, використовуючи методи теорії стаціонарних процесів, оцінимо взаємокореляційні функції та спектральні густини потужності.

Метод переносу частот і низькочастотної фільтрації полягає в застосуванні перетворення:

$$\eta_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau) \xi(\tau) e^{-ik\omega_0 \tau} d\tau,$$

де  $h(\tau)$  – імпульсний відгук смугового фільтра, передавальна функція якого має вигляд  $H(\omega) = 1$ , для  $\omega \in [-\omega_0 / 2, \omega_0 / 2]$  і  $H(\omega) = 0$ , для  $\omega \notin [-\omega_0 / 2, \omega_0 / 2]$ .

Очевидно, що 
$$h(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega = \frac{\sin \frac{\omega\tau}{2}}{\pi\tau}$$

Спектральні густини  $f_{kl}^{(\eta)}(\omega)$  процесів  $\eta(t)$  і спектральні густини  $f_{kl}^{(\xi)}(\omega)$  $\xi(t)$  пов'язані формулою [6]:

$$f_{kl}^{(\eta)}(\omega) = \begin{cases} \sum_{q \in \mathbb{Z}} f_{q+k-l,q}^{(\xi)} (\omega + (l-q)\omega_0), & \omega \in [-\omega_0 / 2, \omega_0 / 2], \\ 0, & \omega \notin [-\omega_0 / 2, \omega_0 / 2]. \end{cases}$$

Звідси випливає, що у випадку, коли спектральні густини процесів  $\xi_k(t)$  відрізняються від нуля тільки в смузі  $\omega \in \left[-\omega_0 / 2, \omega_0 / 2\right]$ , то  $f_{kl}^{(\eta)}(\omega) = f_{kl}^{(\xi)}(\omega)$ . Такі ПКВП вузькосмугові. Для широкосмугових ПКВП спектральні густини  $f_{kl}^{(\eta)}(\omega)$  визначатимуть сумою значень багатьох спектральних густин  $f_{kl}^{(\xi)}(\omega)$ , зсунутих за частотою на значення, що кратні основній частоті  $\omega_0$ . Однак подання

$$\xi(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \eta_k(t) e^{ik\omega_0 t}$$
(6)

і (2) еквівалентні в тому сенсі, що ймовірнісні характеристики ПКВП (математичне сподівання, кореляційна функція, спектральна густина, коефіцієнти Фур'є цих величин), визначені як на основі процесів  $\eta_k(t)$ , так і  $\xi_k(t)$ , є однакові [6].

Ця еквівалентність є підставою для проведення на основі вищеописаного методу статистичного аналізу реальних даних без попереднього дослідження їх спектральних властивостей. Оцінки математичного сподівання процесів  $\eta_k(t)$ , які одночасно є коефіцієнтами Фур'є математичного сподівання ПКВП, мають вигляд

$$\hat{m}_k = \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} \eta_k(t) dt .$$
<sup>(7)</sup>

Оскільки  $E\hat{m}_k = m_k$ , то оцінка є незміщена, а її дисперсія має вигляд

$$D[\hat{m}_{k}] = E |\hat{m}_{k} - m_{k}|^{2} = \frac{1}{\theta} \int_{0}^{\theta} \left(1 - \frac{u}{\theta}\right) [R_{kk}(-u) + R_{kk}(u)] du , \qquad (8)$$

де

$$R_{kk}(u) = E \eta_k^*(t) \eta_k(t+u), \quad \eta_k(t) = \eta_k(t) - m_k.$$

Подамо виділені компоненти  $\eta_k(t)$  у вигляді

$$\eta_k(t) = \frac{1}{2} \Big[ \eta_k^c(t) - i \eta_k^s(t) \Big], \qquad (9)$$

$$R_{kl}(u) = E \eta_k^*(t) \eta_l(t+u) = \frac{1}{4} \left[ R_{kl}^c(u) + R_{kl}^s(u) - i \left[ R_{kl}^{cs}(u) - R_{kl}^{sc}(u) \right] \right], \quad (10)$$

де  $R_{kl}^c(u) = E \eta_k^c(t) \eta_l^c(t+u); \quad R_{kl}^s(u) = E \eta_k^s(t) \eta_l^s(t+u); \quad R_{kl}^{cs}(u) = E \eta_k^c(t) \eta_l^s(t+u).$ Після підстановки виразу (10) до (8) отримуємо:

$$D[\hat{m}_k] = \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} \left(1 - \frac{u}{\theta}\right) \left[R_{kk}^c(u) + R_{kk}^s(u)\right] du .$$

Спектральні густини процесів  $\eta_k^c(t)$  і  $\eta_k^s(t)$  зосереджені в смузі  $[-\omega_0/2; \omega_0/2]$ , тому кореляційні функції  $R_{kk}^c(u)$  і  $R_{kk}^s(u)$  заникають з ростом зсуву u, а це призводить до того, що  $D[\hat{m}_k] \rightarrow 0$  при  $\theta \rightarrow \infty$ . Отже, оцінка (7) є слушна.

Для оцінки авто- та взаємокореляційних функцій формуємо статистику

$$\hat{R}_{kl}(u) = \frac{1}{\theta} \int_{0}^{\theta} [\eta_k^*(t - \hat{m}_k^*)] [\eta_l(t + u) - \hat{m}_l] dt .$$
(11)

Її математичне сподівання

$$E\hat{R}_{kl}(u) = R_{kl}(u) - \frac{1}{\theta} \int_{0}^{\theta} \left(1 - \frac{|u_1|}{\theta}\right) R_{kl}(u_1 + u) du_1$$

при  $\theta \rightarrow \infty$  збігається до  $R_{kl}(u)$ . Отже, оцінка асимптотично незміщена. Вона також є слушна, оскільки її дисперсія, яку в першому наближенні визначали за формулою

$$D[\hat{m}_{k}] = \frac{1}{\theta} \int_{0}^{\theta} \int E \eta_{k}^{*}(t) \eta_{l}^{*}(t+u) \eta_{k}^{*}(s) \eta_{l}^{*}(s+u) dt ds , \qquad (12)$$

за обмеженого четвертого моменту прямує до нуля при  $\theta \to \infty$ . Для гаусових випадкових процесів величину (11) можна виразити через кореляційні функції процесів  $\eta_k(t)$  і  $\eta_l(t)$ .

Подання (6) і (11) були використані для статистичної обробки даних комп'ютерної симуляції.

Проаналізуємо коротко результати цього експерименту. За відносної довжини тріщини деталі  $\Delta l/l = 0,1$  взаємокореляційні функції стаціонарних компонентів, коли u = 0, подано на рис. 2*a*. Тоді переважальними є автокореляційні зв'язки, тоб-

то можна стверджувати, що сигнал стаціонарний. При цьому автокореляційні зв'язки перших компонентів значно сильніші, ніж автокореляційні зв'язки других.



Рис. 2. Оцінка взаємокореляційних функцій стаціонарних компонентів випадкової складової вібраційного сигналу за зсуву u = 0 для відносної довжини тріщини:  $a - \Delta l/l = 0.1$ ; b - 0.5; c - 0.7.

Fig. 2. The estimation of cross-correlation functions for the stationary components of vibration signal stochastic part for shear u=0 and relative crack size:  $\Delta l/l = 0.1$ ; b - 0.5; c - 0.7.



На наступному кроці експерименту збільшуємо відносну довжину тріщини до  $\Delta l/l = 0,5$ . В результаті отримуємо зростання енергії автокореляційних зв'язків (рис. 2*b*). Крім того, добре видно, що за такої довжини тріщини починають проявлятися взаємокореляційні зв'язки між першим та другим стаціонарними компонентами.

Коли довжина тріщини  $\Delta l/l = 0,7$ , маємо зовсім іншу картину взаємокореляційних зв'язків (рис. 2*c*). Як бачимо, за великих відносних довжин тріщини, крім потужних автокореляційних зв'язків першого та другого стаціонарних компонентів, значущими є також взаємні кореляції між ними.

Отже, з розвитком тріщини зростає міра нестаціонарності вібраційного сигналу, яка пов'язана з виникненням взаємокореляційних зв'язків між стаціонарними компонентами вібраційного процесу. Виявили три стаціонарні компоненти. Таким чином, отримали підтвердження того, що такий вібраційний процес можна описати моделлю у вигляді гармонічного подання з трьома стаціонарними компонентами [2], а саме:

$$\xi(t) = \sum_{k=-2}^{2} \eta_k(t) e^{-ik\omega_0 t} .$$
(13)

Врахувавши (9), приходимо до тригонометричної форми подання (6):

 $\xi(t) = \eta_0(t) + \eta_1^c(t)\cos\omega_0 t + \eta_1^s(t)\sin\omega_0 t + \eta_2^c(t)\cos 2\omega_0 t + \eta_2^s(t)\sin 2\omega_0 t,$ 

при цьому  $\eta_0(t)$ ,  $\eta_k^c(t)$ ,  $\eta_k^s(t)$  є дійсними процесами, а також  $\eta_k^c(t) = \eta_k(t) + \eta_k^*(t)$ ,  $\eta_k^s(t) = i[\eta_k(t) - \eta_k^*(t)]$ . На основі (4) легко знаходимо:

$$B_{0}(u) = R_{0,0}(u) + 2 \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{R_{1,1}(u)\}\cos\omega_{0}u + \operatorname{Im}\{R_{1,1}(u)\}\sin\omega_{0}u + \\ + \operatorname{Re}\{R_{2,2}(u)\}\cos2\omega_{0}u + \operatorname{Im}\{R_{2,2}(u)\}\sin2\omega_{0}u \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\operatorname{Re} \{R_{l,1}(u)\} = R_1^c(u) + R_1^s(u), \qquad \operatorname{Im} \{R_{l,1}(u)\} = R_1^{sc}(u) - R_1^{cs}(u); \qquad (15)$$

$$\operatorname{Re}\{R_{2,2}(u)\} = R_2^c(u) + R_2^s(u), \quad \operatorname{Im}\{R_{2,2}(u)\} = R_2^{sc}(u) - R_2^{cs}(u). \quad (16)$$

33

У виразі для першого кореляційного компонента виділимо дійсну і уявну частини, подавши його у вигляді  $B_1(u) = \frac{1}{2} [B_1^c(u) - iB_1^s(u)]$ :

$$B_{1}^{c}(u) = 2 \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{R_{1,0}(u)\} + (\operatorname{Re}\{R_{0,1}(u)\} + \operatorname{Re}\{R_{2,1}(u)\})\cos\omega_{0}u + \\ (\operatorname{Im}\{R_{0,1}(u)\} + \operatorname{Im}\{R_{2,1}(u)\})\sin\omega_{0}u + \\ + \operatorname{Re}\{R_{1,2}(u)\}\cos2\omega_{0}u + \operatorname{Im}\{R_{1,2}(u)\}\sin2\omega_{0}u \end{bmatrix};$$
(17)  
$$B_{1}^{s}(u) = 2 \begin{bmatrix} -\operatorname{Im}\{R_{1,0}(u)\} + (\operatorname{Im}\{R_{0,1}(u)\} - \operatorname{Im}\{R_{2,1}(u)\})\cos\omega_{0}u + \\ (\operatorname{Re}\{R_{2,1}(u)\} - \operatorname{Re}\{R_{0,1}(u)\})\sin\omega_{0}u - \\ - \operatorname{Re}\{R_{1,2}(u)\}\sin2\omega_{0}u + \operatorname{Im}\{R_{1,2}(u)\}\cos2\omega_{0}u \end{bmatrix},$$
(18)

при цьому

$$R_{1,0}(u) = \frac{1}{2} [R_{1,0}^c(u) + iR_{1,0}^s], \quad R_{0,1}(u) = \frac{1}{2} [R_{0,1}^c(u) - iR_{0,1}^s(u)], \quad (19)$$

$$R_{1,2}(u) = \frac{1}{4} [R_{1,2}^c(u) + R_{1,2}^s - i\{R_{1,2}^{cs}(u) - R_{1,2}^{sc}(u)\}],$$
(20)

$$R_{2,1}(u) = \frac{1}{4} [R_{2,1}(u) + R_{2,1}(u) - i \{ R_{2,1}^{cs}(u) - R_{2,1}^{sc}(u) \}].$$
(21)

Кореляційні функції, які входять у співвідношення (14)–(21) обчислені на основі даних експерименту для різних значень відносної довжини тріщини. Наведено (рис. 3) динаміку змін оцінок найбільш значущих взаємокореляційних функцій компонентів процесу.



Fig. 3. The estimates of inter-correlation functions of zero component and cosine component of the first component (*a*), cosine and sine parts (*b*), sine and cosine parts of the first and second components (*c*) of stochastic part of vibration signal:  $I - \text{relative crack length}, \Delta l/l = 0.1; 2 - 0.5; 3 - 0.7.$ 

Виявлено, що амплітуда взаємокореляційних зв'язків між компонентами вібраційного процесу зростає з розвитком тріщини. Так, за малих розмірів тріщини амплітуда взаємокореляційних зв'язків змінюється незначно (коли  $\Delta l/l < 0,3$  взаємокореляційні зв'язки майже не проявляються), проте за великих – кардинально міняється. Для прикладу, збільшення розміру тріщини у півтора рази  $\Delta l/l = 0,5...$ 

0,7 призводить до зростання амплітуд взаємокореляційних зв'язків втричі. Слід зауважити, що взаємокореляційні функції  $R_{1,0}^s(u)$ ;  $R_{0,1}^s(u)$ ;  $R_{1,2}^c(u)$ ;  $R_{1,2}^s(u)$ ;  $R_{2,1}^c(u)$  та  $R_{2,1}^s(u)$  є настільки малі, що під час моделювання ними можна знехтувати. Тоді вирази (19)–(21) набудуть вигляду

$$R_{1,0}(u) = \frac{1}{2} R_{1,0}^{c}(u), \quad R_{0,1}(u) = \frac{1}{2} R_{0,1}^{c}(u), \quad (22)$$

$$R_{1,2}(u) = -\frac{1}{4}i\{R_{1,2}^{cs}(u) - R_{1,2}^{sc}(u)\}, \qquad (23)$$

$$R_{2,1}(u) = -\frac{1}{4}i\{R_{2,1}^{cs}(u) - R_{2,1}^{sc}(u)\}.$$
 (24)

Підставивши формули для авто- та взаємокореляційних функцій стаціонарних компонентів у (14) та (17), (18), отримаємо математичні вирази для апроксимації компонентів кореляційної функції моделі:





Використовуючи останні вирази, оцінили компоненти кореляційної функції моделі вібраційного сигналу, коли  $\Delta l/l = 0,7$ , та порівняли їх з отриманими експе-

риментально за допомогою компонентного методу [3] (рис. 4). Як бачимо, модель (14) з похибкою менше 5% описує вібраційний відгук деталі з тріщиною (рис. 4).

Слід зауважити, що структура взаємокореляційних та автокореляційних функцій не змінюється, а це означає, що модель вібраційного процесу не залежить від розміру тріщини. З ростом тріщини міняються лише параметри моделі такі, як амплітуди кореляційних зв'язків. Тому як діагностичні критерії наявності тріщини в деталі доцільно використовувати критерії побудовані на компонентах дисперсії випадкової складової вібраційного процесу.

## ВИСНОВКИ

Вібраційний відгук від дефектної деталі, на яку діє змінна сила, можна описати моделлю у вигляді періодично корельованого випадкового процесу. Як випливає з проведеного аналізу, тріщина призводить до нелінійності в системі, яка збільшується з її ростом. В результаті цього виникають взаємокореляційні зв'язки між стаціонарними компонентами вібраційного сигналу. Зі збільшенням відносної довжини тріщини амплітуда зв'язків зростає, що можна використати як критерій дефектності елементів механічного вузла.

*PE3ЮME*. Разработана статистическая модель вибрационного сигнала от тонкой детали с трещиной. Исследована динамика изменений взаимокорреляционных связей между стационарными компонентами вибрационного сигнала. Показано, что размер трещины не влияет на форму и ширину центрального максимума корреляционных функций.

*SUMMARY*. The statistical model of thin cracked detail vibration response is built. The dynamics of cross-correlation connections change between stationary components of a vibration signal is carried out. It is shown that the crack size does not effect the form and main extreme width of correlation functions.

- 1. Модель вібраційного відгуку від тіла з тріщиною / І. Й. Мацько, І. Б. Кравець, І. М. Яворський, В. М. Заяць // Відбір і обробка інформації. 2009. № 30 (106). С. 12–22.
- 2. Вплив розміру тріщини на кореляційну структуру вібраційного сигналу / І. Й. Мацько, І. Б. Кравець, Р. М. Юзефович, І. М. Яворський // Там же. 2009. № 31 (107). С. 18–25.
- 3. *Michael Norton and Denis Karczub*. Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers. Cambridge University Press, 2003. P. 631.
- 4. Драган Я. П., Рожков В. А., Яворский И. Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 319 с.
- Яворский И. Н., Кравец И. Б., Исаев И. Ю. Параметрическое моделирование периодически коррелированных случайных процессов на основе их представления через стационарные случайные процессы // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2006. – 49, №11. – С. 33–42.
- 6. *Яворський І. М., Ісаєв І. Ю., Кравець І. Б.* Лінійна смугова фільтрація при дослідженні структури періодично нестаціонарних випадкових сигналів // Відбір і обробка інформації. 2006. № 26 (101). С. 19–25.
- Gelman L., Gorpinich S. Non-linear Vibroacoustical Free Oscillation Method For Crack Detection And Evaluation // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2000. – 14 (3). – P. 343–351.
- 8. *Гельман Л. М., Зиньковский Ю. Ф., Петрунин И. В.* Эффективность использования действительной и мнимой составляющих преобразования Фурье для диагностики усталостных трещин // Техн. диагностика и неразр. контроль. 2001. № 3. С. 21–23.

Одержано 09.06.2010