

УДК 539.375

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ПЛАСТИНИ З ТРІЩИНАМИ ЗА БЛОЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

О. Є. АНДРЕЙКІВ, М. Б. КИТ, С. В. ХИЛЬ

Львівський національний університет ім. Івана Франка

На основі сформульованого раніше енергетичного підходу для дослідження поширення тріщин у твердих тілах за змінного в часі навантаження розроблено метод визначення залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій із тріщинами за блочного навантаження. Вивчено вплив форми і структури блоків навантаження на залишкову довговічність пластини.

Ключові слова: *втомні тріщини, залишковий ресурс, період докритичного росту втомних тріщин, блочне навантаження, коефіцієнт інтенсивності напружень, асиметрія циклу навантаження.*

Під час експлуатації мобільних елементів конструкцій важливо визначити їх залишковий ресурс, особливо, коли вони послаблені тріщинами. Цій проблемі сьогодні присвячено чимало праць (див., наприклад, [1, 2]). Однак у більшості з них описані випадки регулярного навантаження, хоча в інженерній практиці часто зустрічаються багаточастотні і блочні навантаження. Зокрема, під їх дією перебувають елементи конструкцій у кораблях, літаках, газотурбінних двигунах, трубопроводах, залізничних та автодорожніх мостах, компресорних лопатках. Теоретичних [1, 3, 4], а також експериментальних досліджень тут недостатньо, щоб встановити залежності для визначення залишкового ресурсу елементів конструкцій з тріщинами. Для повнішого опису докритичного росту втомних тріщин, коли змінюється цикл навантаження і враховують передісторію деформування пластини і поширення тріщини, необхідні енергетичні підходи. Зокрема, такий підхід розроблено [5, 6] для визначення залишкового ресурсу елементів конструкцій з тріщинами під нециклічними змінними в часі навантаженнями.

Нижче зроблена спроба узагальнити створену раніше [5, 6] розрахункову модель для блочного навантаження.

Формулювання задачі і метод її розв'язання. Розглянемо пластину, послаблену системою m макроскопічних тріщин та піддану дії змінних у часі зусиль, що характеризуються силовим параметром P і точки прикладання яких достатньо віддалені від контурів тріщини. Нехай конфігурацію пластини та геометричне розміщення тріщин визначають лінійні параметри a_1, \dots, a_n , а конфігурацію кожної тріщини – параметри b_1, \dots, b_m . Прийнемо їх такими, що при $a_j \rightarrow \infty$ ($j = 1, 2, \dots, n$) отримаємо необмежену пластину, послаблену однією тріщиною конфігурації b_i . Вважаємо, що зміна зовнішніх навантажень блочна, кількість блоків N_1 , а зусилля P в кожному блоці описує функція

$$P = F(s) \quad (1 \leq s \leq N_2), \quad (1)$$

де N_2 – кількість піків зміни навантаження в кожному блоці. Необхідно визначити таку кількість блоків навантаження $N_1 = N_1^*$, з досягненням якої довжина однієї з тріщин L_k стане критичною $l_k = l_{k*}$ і пластина зруйнується. Для кожної

тріщини L_i виберемо локальну систему координат $O_i x_i y_i$ (рис. 1) і введемо такі позначення: $\Delta l_i^{(e)}$ – приріст кінців i -ої тріщини ($e = 1; 2$); $\theta_i^{(e)}$ – кути між дотичними до кінців i -ої тріщини і віссю $O_i x_i$.

Для реалізації задачі застосуємо енергетичний підхід [5, 6] і зведемо її до розв'язку системи диференціальних рівнянь

$$\frac{dl_i^{(e)}}{dN_1} = \frac{W_i^{(e)}}{\gamma_{ic} - \gamma_{it}},$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i^{(e)}} \left[\frac{W_i^{(e)}}{\gamma_{ic}^{(e)} - \gamma_{it}^{(e)}} \right]_{\theta_i^{(e)} = \theta_i^{(e)}} = 0 \quad (2)$$

за початкових

$$N_1 = 0, \quad l_i^{(e)}(0) = l_{i0}^{(e)} \quad (3)$$

та кінцевих умов

$$N_1 = N_1^*, \quad l_k^{(e)}(N_1^*) = l_{k*}^{(e)}, \quad \gamma_{kt}^{(e)}(l_{k*}^{(e)}) = \gamma_{kc}^{(e)}, \quad (4)$$

$$\max_i [\gamma_{it}^{(e)}(l_{i*}^{(e)}) (\gamma_{ic}^{(e)})^{-1}] = \gamma_{kt}^{(e)}(l_{k*}^{(e)}) (\gamma_{kc}^{(e)})^{-1} \quad (i = 1, \dots, m; e = 1, 2).$$

Тут $W_i^{(e)} = \sum_{s=1}^{N_2} W_i^{(e,s)}$ – робота пластичних деформацій розтягу у зоні передруйнування біля вершин тріщини L_i , які генерує саме тіло [6]; $W_i^{(e,s)}$ – робота пластичних деформацій розтягу $W_i^{(e)}$ для s -го піку навантаження в блоці; $\gamma_{ic}^{(e)}$ – густина енергії руйнування матеріалу біля вершин тріщини L_i ; $\gamma_{it}^{(e)}$ – густина дисипації енергії пластичних деформацій у зоні передруйнування біля вершин тріщини L_i за максимального навантаження; $\theta_i^{(e)}$ – кути, що визначають напрямок поширення кінців тріщини L_i ; $l_{i*}^{(e)}$ – критичне підростання e -го кінця тріщини L_i під час руйнування пластини. Ці величини визначимо наближено так [5, 6]:

$$W_i^{(e,s)}(l) = \int_0^{l_{ip}^{(e,s)}} \sigma_{it}^{(e,s)} \delta_{it}^{(e,s)}(x) dx - \gamma_{ith}^{(e,s)} = \int_0^{l_{ip}^{(e,s)}} \left(\delta_{iI\theta}^{(e,s)}(x) \sigma_{i0t}^{(e,s)} + \delta_{iII\theta}^{(e,s)}(x) \tau_{i0t}^{(e,s)} \right) dx - \gamma_{ith}^{(e,s)},$$

$$\delta_{iI\theta}^{(e)} = \frac{(K_{iI\theta}^{(e)})^2}{2E \sigma_{i0t}^{(e)}}, \quad \gamma_{ic}^{(e)} = \delta_{ic}^{(e)} \sigma_{i0c}^{(e)} = \frac{K_{iIC}^2}{E}, \quad \gamma_{it}^{(e)}(l) = \delta_{it}^{(e)} \sigma_{it}^{(e)} = \delta_{iIt}^{(e)} \sigma_{i0t}^{(e)} + \delta_{iIIt}^{(e)} \tau_{i0t}^{(e)},$$

$$\delta_{iIIt}^{(e)} = \frac{(K_{iIIt}^{(e)})^2}{2E \tau_{i0t}^{(e)}}, \quad l_{ip}^{(e)} = \frac{(K_{iI\theta}^{(e)})^2}{4(\sigma_{i0t}^{(e)})^2}, \quad l_{ip}^{(e)} = \frac{(K_{iIIt}^{(e)})^2}{4(\tau_{i0t}^{(e)})^2}. \quad (5)$$

Тут $\gamma_{ith}^{(e)}$ – робота пластичних деформацій у зоні передруйнування біля e -ої вершини i -ої тріщини, яка не викликає її розкриття; $\delta_{it}^{(e)}(x)$ – розкриття в зоні перед-

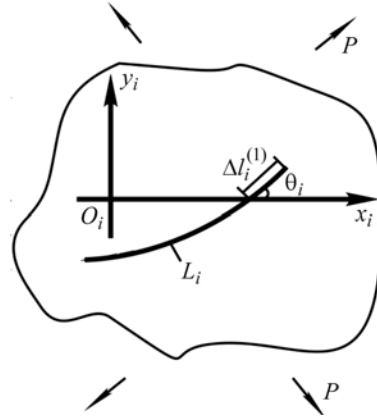


Рис. 1. Схема навантаження пластини з тріщинами.
Fig. 1. Loading of a plate with cracks (schematically).

руйнування біля e -ої вершини тріщини L_i ; $\delta_{iI0}^{(e)}$, $\delta_{iII0}^{(e)}$ – проєкції $\delta_{it}^{(e)}(x)$ на напрямні орти полярної системи координат $O_i^{(e)}\rho_i^{(e)}\theta_i^{(e)}$, вибраної в e -й вершині тріщини L_i (рис. 1); $\sigma_{it}^{(e)}$ – усереднені напруження в зоні передруйнування біля e -ої вершини тріщини L_i ; σ_{fc} – їх критичне значення за циклічного навантаження, яке для ідеально пружно-пластичного матеріалу дорівнює його границі текучості σ_T ; $\sigma_{i0t}^{(e)}$, $\tau_{i0t}^{(e)}$ – відповідні проєкції усереднених напружень; E – модуль пружності; $K_{iI}^{(e)}$, $K_{iII}^{(e)}$ – коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) біля e -ої вершини i -ої тріщини вздовж лінії її розміщення; $K_{iI0}^{(e)}$, $K_{iII0}^{(e)}$ – аналогічні значення вздовж напрямку під кутом θ до дотичної в e -му кінці тріщини; K_{fc} – критичне значення $K_{iI}^{(e)}$ за циклічного навантаження; $l_{ip}^{(e)}$ – розмір зони передруйнування біля e -ої вершини тріщини L_i .

Вплив форми і структури блоків навантаження на залишкову довговічність пластини. Розглянемо нескінченну пластину, послаблену прямолінійною тріщиною початкової довжини $2l_0$. Вважаємо, що тріщина піддана дії в нескінченно віддалених точках рівномірно розподілених зусиль $F(t, \theta)$, зміна яких з часом t і напрямком θ має блочний характер. Необхідно визначити таку кількість $N_1 = N_1^*$ блоків навантаження, з досягненням якої тріщина набуде критичної довжини $l = l_*$ і пластина зруйнується. Розв'язуємо задачу, використовуючи модель (2)–(4). В результаті для визначення періоду $N_1 = N_1^*$ докритичного росту тріщини отримаємо систему рівнянь

$$\frac{dl}{dN_1} = \frac{W_c}{\gamma_c - \gamma_t}; \quad \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{W_c}{\gamma_c - \gamma_t} \right]_{\theta=\theta_*} = 0 \quad (6)$$

за початкових та кінцевих умов $N_1 = 0$, $l(0) = l_1$, $N_1 = N_1^*$, $l(N_1^*) = l_*$, $\gamma_t(l_*) = \gamma_c$.

Вплив форми блока навантаження, перпендикулярного до лінії розміщення тріщини. У цьому випадку система рівнянь (6) набуде вигляду

$$dl/dN_1 = W_c E \left(K_{fc}^2 - \pi l F_{s \max}^2 \right)^{-1} \quad (7)$$

за початкових і кінцевих умов

$$N_1 = 0, \quad l(0) = l_0; \quad N_1 = N_1^*, \quad l(N_1^*) = l_*, \quad l_* = \pi^{-1} K_{fc}^2 F_{\max}^{-2}, \quad (8)$$

де $F_{s \max}$ – максимальне навантаження $F(t)$ в блоці; W_c – робота пластичних деформацій у зоні передруйнування біля вершини тріщини за одного блоку навантаження [6]:

$$W_c = 0,25 \alpha_0 \pi^2 l^2 E^{-2} \sigma_t^{-1} \sum_{s=1}^{N_2} (1 - R_s)^4 (F_{s \max}^4 - F_{th}^4). \quad (9)$$

Тут N_2 – кількість ділянок у блочному навантаженні $F(t)$ з максимумом $F_{s \max}$ і мінімумом $F_{s \min}$; $R_s = F_{s \min} F_{s \max}^{-1}$; α_0 – константа матеріалу, яку визначають із експерименту; F_{th} – зовнішнє навантаження, за якого тріщина не розкриватиметься ($K_{th} = F_{th} \sqrt{\pi l}$).

Розглянемо задачу, коли пластина із тріщиною піддана дії двочастотного навантаження ω_1, ω_2 :

$$F(t) = b \left[1 + \sin(0,5t\omega_1(1 + \eta_1)) \cos(0,5t\omega_1(1 - \eta_1)) \right], \quad (10)$$

де $0 \leq \omega_2\omega_1^{-1} = \eta_1 \leq 1$; Тут, приймаючи для простоти обчислень $F_{th} = 0$, роботу пластичних деформацій W_c визначаємо так. Для кожного значення $\eta_1 = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$ будемо залежність $F(t)$, визначаємо період і форму зміни циклу навантаження. Розбиваємо кожен цикл з періодами T_i ($i = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$) на n ділянок з піками зміни залежності $F(t)$ (рис. 2) і для кожної ділянки обчислюємо параметри $F_{i \max}$ і $F_{i \min}$. Тоді, інтегруючи рівняння (7) з урахуванням (8)–(10), отримаємо:

$$N_1^* = A \cdot [-K_{fc}^2 l_*^{-1} + K_{fc}^2 l_0^{-1} - F_{s \max}^2 \pi \ln(l_* / l_0)],$$

$$A = 24\sigma_t E \pi^{-1} \left[\sum_{s=1}^{N_2} (F_{s \max} - F_{s \min})^4 \right]^{-1}. \quad (11)$$

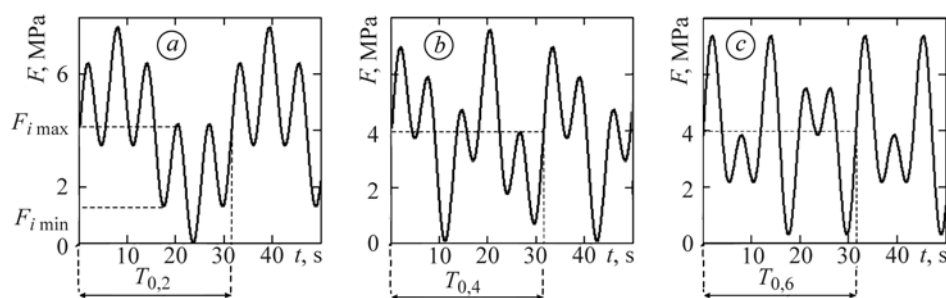


Рис. 2. Залежність $F(t)$ для різних значень η_1 : $a - \eta_1 = 0,2$; $b - 0,4$; $c - 0,6$.

Fig. 2. Dependence of loading, $F(t)$, for different values of η_1 : $a - \eta_1 = 0,2$; $b - 0,4$; $c - 0,6$.

Для числового аналізу формули (11) задали початкову довжину тріщини $l_0 = 0,01$ m, а також критичне значення КІН $K_{fc} = 85$ МПа $\cdot\sqrt{m}$ і побудували (рис. 3) залежність довговічності N_{1g}^* від величини η_1 (суцільна лінія) ($N_{1g}^* = N_1^* \cdot b \times (7,64\sigma_t E)^{-1}$). Виявили, що зі збільшенням відношення частот довговічність зменшується, що підтверджують експерименти [3].

Побудовано також (штрихова лінія) залежність $N_{1g}^*(\eta_1)$ для синусоїдальної зміни навантаження $F(t)$ із одним піком F_{\max} у циклі. Як бачимо, неврахування реальної форми циклу може призвести (для деяких η_1) до значних похибок під час обчислення довговічності N_{1g}^* .

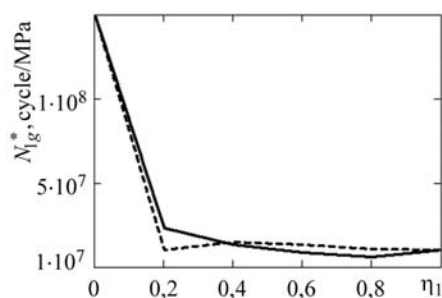


Рис. 3. Залежність $N_{1g}^* \sim \eta_1$ з урахуванням (суцільна лінія) і без (штрихова) форми циклу навантаження.

Fig. 3. Dependence $N_{1g}^* \sim \eta_1$ with account (solid line) and with no account (dashed line) of the loading cycle shape.

Вплив напрямків навантаження в блоці. Розглянемо випадок, коли пластина з тріщиною завдовжки $2l_0$ навантажена на нескінченності рівномірно розподіленими нормальними $F_1(t)$ і зсувними $F_2(t)$ зусиллями (рис. 4а), дія яких по чергово змінюється (навантаження з блоком $F_1 + F_2$). У межах одного блоку ($0 \leq t \leq 2\pi\omega^{-1}$) цю зміну можна подати так:

$$F_1(t) = p[1 - H(t - \pi\omega^{-1})][1 + \sin 2\omega t], \quad F_2(t) = \tau H(t - \pi\omega^{-1})[1 + \sin(2\omega t + \pi)]. \quad (12)$$

Тут p, τ – амплітуди навантажень; $H(x)$ – функція Хевісайда; ω – кругова частота навантаження. Необхідно знайти таку кількість $N_1 = N_1^*$ блоків навантаження, з досягненням якої тріщина підросте до критичної довжини $l = l_*$ і пластина зруйнується.

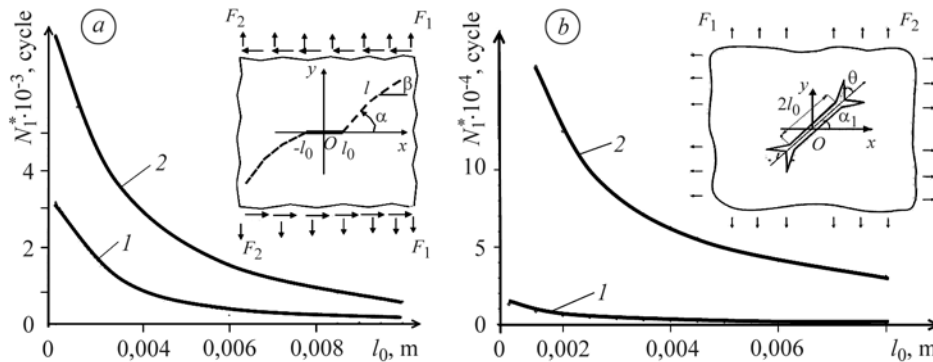


Рис. 4. Залежність $N_1^* \sim l_0$ за синхронної (крива 2) і несинхронної (крива 1) дій зусиль $F_1(t)$ і $F_2(t)$: а – сумісний їх вплив; б – галуження тріщини під дією взаємно перпендикулярних зусиль.

Fig. 4. Dependences $N_1^* \sim l_0$ for the synchronous (curve 2) and non synchronous (curve 1) action of forces, $F_1(t)$, and $F_2(t)$: а – summary effect of normal and shear stresses; б – crack branching under effect of mutually perpendicular forces.

Розв'яжемо задачу, використовуючи математичну модель (6):

$$W_c = 0,25\alpha_0 E^{-2} \sigma_t^{-1} [K_{IP\max}^4(l, \theta_*) + K_{I\tau\max}^4(l, \theta_*) - K_{th}^4], \quad (13)$$

де $K_{IP\max}(l, \theta_*), K_{I\tau\max}(l, \theta_*)$ – КІН, відповідно, від зусиль $F_1(t)$ і $F_2(t)$. Кут θ_* шукаємо на основі другого рівняння (6), що для малих значень l і $p = \tau$ дасть $\theta_* = \beta \approx 60^\circ$, а для великих – $\theta_* = \beta \approx 27^\circ$ (рис. 4а). КІН $K_{IP\max}(l, \theta_*), K_{I\tau\max}(l, \theta_*)$ визначаємо за інтерполяційною формулою для малих і великих довжин втомної тріщини l [7, 8]:

$$K_{IP\max}(l, \theta_*) \approx p\sqrt{\pi l} \sqrt{0,50\lambda + 0,69}, \quad K_{I\tau\max}(l, \theta_*) \approx \tau\sqrt{\pi l} \sqrt{1,42\lambda + 0,56}, \quad \lambda = l_0 l^{-1}. \quad (14)$$

На основі співвідношень (13) і (14), вважаючи $K_{th} = 0$, задачу (6) запишемо так:

$$\frac{dl}{dN_1} = \frac{p^4 \pi^2 l^2 \alpha_0 (2,27\lambda^2 + 1,28\lambda + 0,79)}{4E\sigma_t [K_{fc}^2 - p^2 \pi l (1,92\lambda + 1,25)]}; \quad N_1 = 0, \quad l(0) = 0; \quad N_1 = N_1^*,$$

$$l(N_1^*) = l_*, \quad l_* = (K_{fc}^2 - 1,92p^2 \pi l_0) / 1,25\pi p^2. \quad (15)$$

Інтегруючи рівняння (15) за відповідних початкових і кінцевих умов, для визначення залишкової довговічності пластини $N_1 = N_1^*$ отримаємо формулу

$$N_1^* = 4\pi\alpha_0^{-1} p^{-2} E^{-1} \sigma_t^{-1} \int_0^1 \frac{1,25(1-\lambda)}{(2,27\lambda_0^2 + 1,28\lambda\lambda_0 + 0,79\lambda^2)} d\lambda, \quad (16)$$

$$\lambda = ll_*^{-1}, \quad \lambda_0 = \frac{1,25}{\xi l_0^{-1} - 1,92}, \quad \xi = \frac{K_{fc}^2}{\pi p^2}.$$

Розглянемо тепер випадок, коли зусилля $F_1(t)$, $F_2(t)$ змінюються з часом синхронно. Як і раніше, залишкову довговічність пластини $N_1 = N_1^*$ визначимо так:

$$N_1^* = \int_{0,71l_0}^{l_*} 4E\sigma_t p^{-4} \pi^{-2} \alpha_0^{-1} l^{-2} [K_{fc}^2 - p^2 \pi l] dl, \quad l_* = \pi^{-1} p^{-2} K_{fc}^2. \quad (17)$$

Проінтегрувавши рівняння (17), отримаємо:

$$N_1^* = 4\pi^{-1} \alpha_0^{-1} p^{-2} E \sigma_t (1,41\xi l_0^{-1} - 1 + \ln 0,71l_0 \xi^{-1}). \quad (18)$$

За формулами (16) і (18) побудували залежність $N_1^* \sim l_0$ (рис. 4a) і встановили, що за одночасної дії зусиль $F_1(t)$, $F_2(t)$ довговічність пластини збільшується проти почергової.

Галуження тріщини. За блочного навантаження часто буває так, що друге рівняння (6) має не один, а декілька розв'язків. Тоді можливе поширення тріщини в декількох напрямках, тобто її галуження. Запропонований тут підхід дає можливість розв'язувати і такі задачі. Розглянемо схему двовісного навантаження пластини з тріщиною (рис. 4b) взаємно перпендикулярними зусиллями $F_1(t)$, $F_2(t)$, які направлені до лінії розміщення тріщини під кутом $0,25\pi$ і в одному блоці ($0 \leq t \leq 2\pi\omega^{-1}$):

$$F_1(t) = b[1 - H(t - \pi\omega^{-1})][1 + \sin 2\omega t], \quad (19)$$

$$F_2(t) = bH(t - \pi\omega^{-1})[1 + \sin(2\omega t + \pi)].$$

Треба визначити таку кількість $N_1 = N_1^*$ блоків навантаження $F_1 + F_2$, з досягненням якої пластина зруйнується. Із аналізу співвідношень (19) випливає, що пластина за кожен цикл навантаження почергово розтягується зусиллями $F_1(t)$ або $F_2(t)$. Розв'язуючи друге рівняння (6) окремо для цих зусиль, знайдемо, що $\theta \approx -0,25\pi$ і $0,25\pi$, тобто тріщина розгалужується (рис. 4b). Одна її вітка поширюватиметься перпендикулярно до дії зусиль $F_1(t)$, а інша – до $F_2(t)$. Кінетику їх поширення описуватиме перше рівняння системи (6). Для визначення величин W_c і γ_t необхідно знайти коефіцієнт $K_{I\max}$. Для наближеного його обчислення скористаємось відомою [6] інтерполяційною формулою

$$K_{I\max} = p\sqrt{\pi l_0} \sqrt{1,169\varepsilon + \cos^4 \alpha_1 \cos^6 \frac{\alpha_1}{2}}, \quad \varepsilon = ll_0^{-1}. \quad (20)$$

Як сказано вище, кінетику поширення тріщин (її галуження) описуватиме перше рівняння (6), тобто

$$\frac{dl}{dN} = 0,25\alpha_0 \sigma_t^{-1} E^{-1} (K_{I\max}^4 - K_{th}^4)(K_{fc}^2 - K_{I\max}^2)^{-1};$$

$$N = 0, \quad l(0) = 0, \quad N = N_*, \quad l(N_*) = l_*.$$

Інтегруючи його, отримаємо:

$$N_1^* = \int_0^{l_*} 4\alpha_0^{-1} \sigma_t E (K_{fc}^2 - K_{I\max}^2)(K_{I\max}^4 - K_{th}^4)^{-1} dl, \quad l_* = 0,272K_{fc}^2 p^{-2} - 0,132l_0. \quad (21)$$

Розглянемо випадок, коли сили $F_1(t)$, $F_2(t)$ змінюються з часом синхронно. Тоді для визначення залишкової довговічності пластини $N_1 = N_1^*$ одержимо формулу

$$N_1^* = 4\pi^{-1} \alpha_0^{-1} p^{-2} E \sigma_t (l_* l_0^{-1} - 1 + \ln l_0 l_*^{-1}). \quad (22)$$

Для числового аналізу співвідношень (21) і (22) задамо характеристики, що входять до них, так: $\alpha_0 \approx 1$; $K_{fc} = 173 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$; $E = 210 \cdot 10^3 \text{ МПа}$; $\sigma_t = 1390 \text{ МПа}$; $K_{th} = 10 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$ (рис. 4b, криві 1 і 2). Отже, за одночасної дії зусиль $F_1(t)$, $F_2(t)$ довговічність пластини проти почергової збільшується.

Блочне навантаження за вібрації. Часто разом з високоамплітудним елементи конструкцій піддаються дії високочастотних і низькоамплітудних вібраційних навантажень [3, 4, 9]. Деякі дослідники вважають, що вплив вібрації через малу її амплітуду незначний і його можна знехтувати. Це, можливо, було би так, якби вібрація не відбувалася одночасно із високоамплітудним навантаженням. Тоді це може призвести до значних помилок в обчисленні довговічності. Запропонований тут підхід дає змогу розв'язувати такі задачі, моделюючи сумісну дію високоамплітудного навантаження з вібрацією як блочне навантаження. Прдемонструємо це на прикладі такої задачі.

Нехай нескінченна пластинка зі системою періодичних вздовж однієї прямої тріщин довжини $2l_0$ і віддалями між їх центрами $2h$ (рис. 5a) піддана дії блочного навантаження $F(t)$ (рис. 5b), перпендикулярного до лінії розміщення тріщин:

$$F(t) = a_1 + b_1 \sin \omega_1 t + b_2 \sin \omega_2 t, \quad (23)$$

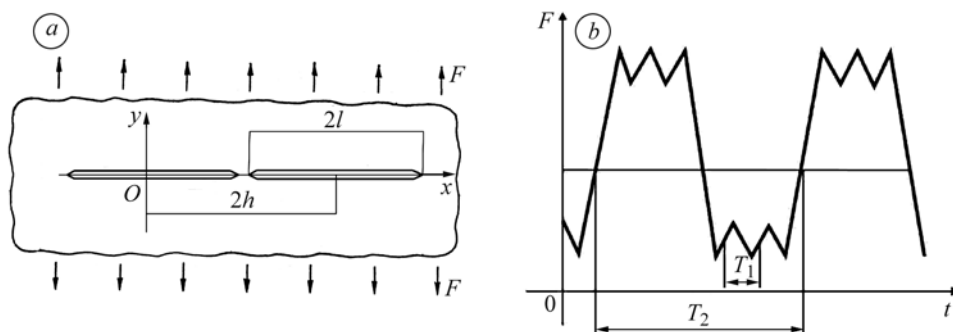


Рис. 5. Схеми навантаження пластини з періодичною системою тріщин (a) і зміна блочного навантаження (b).

Fig. 5. Scheme of the plate loading with a periodic system of cracks (a) and change of the block loading (b).

де ω_1 – кругова частота низькочастотної і високоамплітудної компонент (основне навантаження з амплітудою b_1 і періодом T_2) навантаження; ω_2 – кругова частота високочастотної і низькоамплітудної (вібрація з амплітудою b_2 і періодом зміни T_1) компонент навантаження ($N_2 = \omega_2 \omega_1^{-1}$, $\omega_2 \gg \omega_1$, $b_1 \gg b_2$); a_1 – середнє навантаження в циклі. Треба визначити таку кількість блоків навантаження $N_1 = N_1^*$, з досягненням якої довжина тріщини стане критичною $l = l_*$ і пластинка зруйнується. Розв'язуємо задачу за допомогою співвідношень (7), (8)

$$dl/dN_1 = W_c E \left(K_{fc}^2 - \pi l (a_1 + b_1 + b_2)^2 f_1^2(\epsilon_1) \right)^{-1} \quad (24)$$

з початковими і кінцевими умовами

$$N_1 = 0, \quad l(0) = l_0, \quad N_1 = N_1^*, \quad l(N_1^*) = l_*, \quad l_* = \pi^{-1} K_{fc}^2 (a_1 + b_1 + b_2)^{-2} f_1^{-2}(\varepsilon_1). \quad (25)$$

Тут [7]

$$f_1(\varepsilon_1) = 2[(1 - \varepsilon_1)[4 + (\pi^2 - 4)\varepsilon_1]]^{-0,5}, \quad \varepsilon_1 = lb^{-1}. \quad (26)$$

Роботу пластичних деформацій у зоні передруйнування біля вершин тріщин визначаємо так:

$$W_c = 4\alpha_0 \pi^2 l^2 E^{-2} \sigma_t^{-1} f_1^4(\varepsilon_1) [1 + N_2(1 - R)^4] [(a_1 + b_1 + b_2)^4 - F_{th}^4],$$

$$R = 2(b_1 + b_2)(a_1 + b_1 + b_2)^{-1}. \quad (27)$$

Тепер, інтегруючи рівняння (24) з урахуванням (25)–(27), для пошуку критичного значення $N_1 = N_1^*$ отримаємо формулу

$$N_1^* = \frac{\sigma_t E N_2^* (a_1 + b_1 + b_2)^{-2}}{4\alpha_0 \pi [1 + N_2(1 - R)^4]}, \quad N_2^* = \int_{\varepsilon_{10}}^{\varepsilon_{1*}} \frac{(\varepsilon_{1*} - \varepsilon_1) d\varepsilon_1}{\varepsilon_1^2 f_1^2(\varepsilon_1) (1 - \lambda_{th}^4)} \quad (28)$$

$$(\varepsilon_{10} = l_0 h^{-1}, \quad \varepsilon_{1*} = l_* h^{-1}, \quad \lambda_{th} = F_{th} (a_1 + b_1 + b_2)^{-1}).$$

Як і раніше, для числового аналізу співвідношення (28) прийmemo:

$$R = 0,9; \quad F_{th} \approx 0; \quad \varepsilon_{10} = 0,1; \quad \varepsilon_{1*} = 0,9;$$

$$0,25\alpha_0^{-1} \pi^{-1} \sigma_t E (a_1 + b_1 + b_2)^{-2} = 10^6.$$

Обчислюючи інтеграл (28), знаходимо кількість блоків навантаження $N_1 = N_1^*$, з досягненням якої довжини тріщин набудуть критичних значень $l = l_*$ і пластина зруйнується. Встановлено (рис. 6), що зі збільшенням частоти вібрації N_2 довговічність пластины знижується.

Апробація моделі. Їх коректність перевіряли, досліджуючи [10] поширення тріщини за двочастотного навантаження зразка за схемою позачастотного розтягу (рис. 7). Випробували компактний зразок зі сталі 15Х2МФА(П) з тріщиною під одно- і двочастотним навантаженнями.

Порівнювали результати аналітичних і експериментальних досліджень [10] визначення швидкості росту тріщини за двочастотного навантаження. Рівняння (6) запишемо у вигляді

$$V = \frac{\alpha_0}{4\sigma_t E} \left\{ \frac{(K_{I\max}^4 - K_{th}^4) [1 + N_2(1 - R)^4]}{K_{fc}^2 - K_{I\max}^2} \right\}. \quad (29)$$

Для одночастотного навантаження константи $\alpha \approx 1$; $\sigma_t = 1390$ МПа; $K_{th} = 10$ МПа· \sqrt{m} ; $K_{fc} = 173$ МПа· \sqrt{m} ; $N_2 = 1000$ cycle; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $R = 0,375$ підставили в рівняння (29) для двочастотного навантаження (рис. 7). Порівняли теоретичні (співвідношення (29) з урахуванням наведених характеристик) і експериментальні результати. Виявили їх задовільний збіг, що свідчить про коректність моделі (2)–(4).

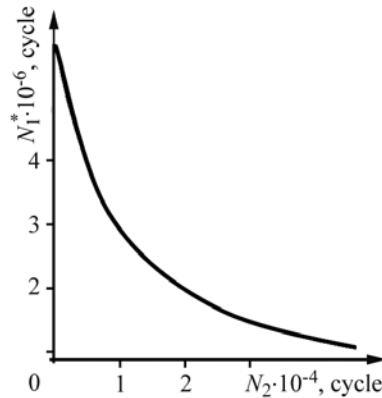


Рис. 6. Залежність залишкової довговічності N_1^* пластины від частоти вібрації N_2 .

Fig. 6. Dependence of residual life-time, N_1^* , of the plate on vibration frequency, N_2 .

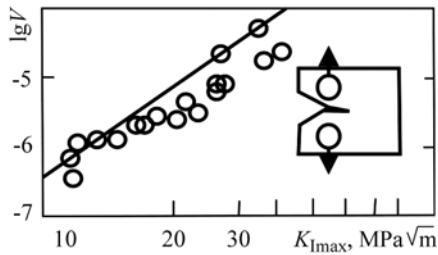


Рис. 7. Порівняння теоретичних (лінія) і експериментальних (кружечки) залежностей $\lg V \sim K_{I_{\max}}$ для двочастотного навантаження.

Fig. 7. Comparison of theoretical (line) and experimental (circles) dependences $\lg V \sim K_{I_{\max}}$ for two-circle frequency loading.

ВИСНОВКИ

Сформульована розрахункова модель для визначення залишкового ресурсу пластин з тріщинами за блочного навантаження. З її допомогою досліджено вплив структури і форми блоків навантаження на залишковий ресурс пластини. Показано, що їх неврахування може призвести до значних похибок у розрахунках залишкового ресурсу. Водночас модель дає змогу вивчати галуження тріщин за блочного навантаження і розраховувати довговічність пластин під час вібрації.

РЕЗЮМЕ. На основани сформулированого ранее энергетического подхода для исследования распространения трещин в твердых телах при переменной во времени нагрузке разработан метод для определения остаточного ресурса тонкостенных элементов конструкций с трещинами при блочной нагрузке. Изучено влияние формы и структуры блоков нагрузки на остаточную долговечность пластины.

SUMMARY. Based on the previously formulated energy approach for investigation of the crack growth in solids under the time variable loading the method has been developed for determination of the residual life of thin-walled elements of the constructions with cracks under block loading. The influence of the shape and structure of loading blocks on the plate residual life has been investigated.

1. Schijve J. Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art // Proc. 14th Biennial Conf. on Fracture – ECF 14. – 2002 – V. III. – P. 211–262.
2. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пос. в 5-ти т. / Под общ. ред. В. В. Панасюка. – Т. 4: Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / О. Н. Романив, С. Я. Ярема, Г. Н. Никифорчин и др. – К.: Наук. думка, 1990. – 680 с.
3. Труфяков В. И., Ковальчук В. С. Определение долговечности при двухчастотном нагружении (Обзор) // Проблемы прочности. – 1982. – № 9. – С. 9–15; № 10. – С. 15–20.
4. Филатов М. Я. Сопротивление усталости при сложной форме цикла изменения напряжений (Обзор) // Завод. лаборатория. – 1968. – 34, № 3. – С. 331–336.
5. Оцінка довговічності труби нафтопроводу з поверхневою тріщиною під двовісним блочним навантаженням / О. Є. Андрейків, Я. Л. Іваницький, З. О. Терлецька, М. Б. Кіт // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – 40, № 3. – С. 103–108.
(Andreikiv O. E., Ivanyts'kyi Ya. L., Terlets'ka Z. O., and Kit M. B. Evaluation of the Durability of a Pipe of Oil Pipeline with Surface Crack under Biaxial Block Loading // Materials Science. – 2004. – 40, № 3. – P. 408–415.)
6. Андрейків О. Є., Кіт М. Б. Залишкова довговічність тонкостінних елементів конструкцій під двовісним навантаженням // Там же. – 2008. – 44, № 1. – С. 14–22.
(Andreikiv O. E. and Kit M. B. Residual Service Life of Thin-Walled Structural Elements under Biaxial Cyclic Loading // Materials Science. – 2008. – 44, № 1. – P. 10–21.)
7. Андрейків А. Е. Пространственные задачи теории трещин. – К.: Наук. думка, 1982. – 345 с.
8. Андрейків А. Е., Сас Н. Б. Диаграммы предельных напряжений для пластин с трещинами высокотемпературной ползучести // IV Междунар. симп. механики разрушения материалов и конструкций. – Польша, 30 мая–2 июня 2007. – С. 15–18.
9. Романов А. Н., Гаденин М. М. Сопротивление изотермическому деформированию и разрушению при двухчастотном нагружении // Материалы Всесоюз. симп. по малоцикловой усталости при повышенных температурах. – Челябинск, 1974. – Вып. 2. – С. 113–127.
10. Троценко В. Т., Покровский В. В., Скоренко Ю. С. Закономерности развития усталостных трещин в конструкционных сталях при двухчастотном нагружении // Проблемы прочности. – 1985. – № 10. – С. 30–39.

Одержано 06.10.2010