

УДК 539.375

ОСОБЛИВОСТІ КОНТАКТУВАННЯ БЕРЕГІВ КРАЙОВОЇ ТРІЩИНИ ЗА РУХОМОГО ГЕРЦІВСЬКОГО НАВАНТАЖЕННЯ

О. П. ДАЦИШИН, А. Ю. ГЛАЗОВ, А. Б. ЛЕВУС

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Розглянуто контактну задачу теорії пружності для півплощини з крайовою нахиленою тріщиною, береги якої контактують з тертям за герцівського контактного навантаження, яке однонапрямлено переміщається вздовж краю півплощини. Наведено карти контактування берегів тріщини, обчислено коефіцієнти інтенсивності напружень для конфігурацій параметрів, характерних для контактної взаємодії кочення (коефіцієнти тертя між берегами тріщини і тілами кочення, орієнтація і довжина тріщини).

Ключові слова: *тріщина, контактна задача, тертя, герцівське навантаження, сингулярне інтегральне рівняння, коефіцієнт інтенсивності напружень.*

У тілах кочення часто поширюються поверхневі тріщини, які спершу ростуть під характерним пологим кутом $15^\circ \dots 30^\circ$ до поверхні кочення [1–4]. У 1935 р. Уей вперше в лабораторних умовах зміг отримати такі тріщини, обкатуючи під навантаженням один сталевий диск іншим [5]. Відтоді розпочалися спеціальні експериментальні та теоретичні дослідження зародження і росту тріщин під час кочення [1, 2, 4, 6, 7].

Перші теоретичні дослідження у цьому напрямі започатковано у працях Кіра зі співавторами для двовимірної модельної задачі, коли вздовж краю пружної півплощини, послабленої крайовою нахиленою тріщиною, однонапрямлено переміщається герцівське (еліптичне) навантаження [1] (1983 р.). У 1985 р. Мураками, Канета і Яцузука [8] для розрахунку коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) у тілах кочення використали тривимірну модель: півпростір з півкруговою поверхневою тріщиною за рухомого герцівського навантаження (під час кочення з проковзуванням кругового циліндра). Обидві схеми широко застосовують для досліджень КІН і загалом процесів руйнування в тілах кочення.

Складність розв'язання таких задач полягає в тому, що за певних розташувань навантаження, яке переміщається вздовж краю півплощини, тріщина може бути відкритою або ж закритою (тоді можливе як проковзування берегів з тертям, так і їх зчеплення). Таким чином, маємо складну контактну задачу зі змішаними крайовими умовами.

Кір і Браянт [1] розв'язали задачу, коли береги тріщини контактують без тертя (умови гладкого контакту) або з невеликим тертям по всій довжині тріщини. З допомогою дислокаційного підходу вони звели вихідну задачу до системи двох дійсних сингулярних інтегральних рівнянь (СІР). Розв'язано [9–11] контактні задачі за умов часткового гладкого контакту берегів крайової нахиленої тріщини під час руху герцівського навантаження вздовж краю півплощини. Вони зведені до комплексних СІР. Установлено КІН і межі ділянок контакту берегів.

Найбільше досліджень присвячено розв'язкам, коли береги тріщини контактують з тертям по всій її довжині. Для цього застосовувались різні методи. Най-

ширше використано метод скінченних елементів [3, 12, 13]. Також у низці публікацій застосовано методи масових сил [14], граничних елементів [15], вагових функцій [16], СР [17, 18]. Установлені в цих працях максимальні значення КІН K_{II} та їх розмах ΔK_{II} в одному циклі переміщення контактної навантаження використали для оцінювання контактної довговічності елементів деяких пар кочення.

Відзначимо важливу працю Бауера [19], в якій для однієї конфігурації параметрів встановлено КІН і зображено карти контактування берегів тріщини з урахуванням умов: защемлення, проковзування з тертям, розкриття берегів. Як і в праці [1], тут використано метод СР. Один наближений розв'язок зі спробою врахувати защемлення берегів тріщини методом скінченних елементів також отримано в праці [20].

Нарешті додамо, що огляд і аналіз одержаних результатів у вищенаведених публікаціях частково здійснено в праці [21].

В усіх вищезгаданих працях досліджували вплив тих чи інших експлуатаційних чинників на зміну КІН під час переміщення контактної навантаження вздовж краю півплощини, а саме: тертя між тілами кочення і берегами тріщини, довжини і орієнтації тріщини, розміру ділянки контакту між тілами кочення, тиску мастила в тріщині.

Нижче розглянуто початкову стадію росту поверхневої макротріщини в тілах кочення за механізмом поперечного зсуву. В цих умовах спробували дослідити вплив коефіцієнтів тертя між берегами тріщини та між контактуючими тілами, а також кута нахилу тріщини до межі тіла на кінетику контактування берегів та КІН K_I і K_{II} під час взаємного переміщення тіл кочення впродовж одного циклу. Для цього розробили алгоритм визначення ділянок контактування берегів тріщини з урахуванням тертя між ними залежно від розташування контртіла щодо гирла тріщини. Отримані при цьому КІН K_{II} порівнювали з їхніми значеннями за умови повного контакту берегів тріщини по всій її довжині. Запропоновано умову, що дає можливість прогнозувати кут початкової орієнтації тріщини щодо краю тіла (краю півплощини) за фіксованих значень інших експлуатаційних параметрів.

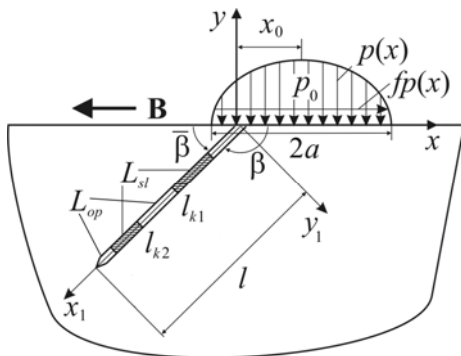


Рис. 1. Геометрично-силова схема задачі; **B** – напрям руху контактної навантаження.

Fig. 1. Geometry-force scheme of the problem; **B** – direction of contact load motion.

Формулювання задачі та алгоритм її числового розв'язування. Нехай одне з тіл пари кочення (ведене) пошкоджене поверхневою макротріщиною. Замість реального тіла розглядаємо у двовимірній постановці пружну півплощину з крайовим прямолінійним розрізом (тріщиною). Контактний вплив на тіло іншого тіла (контртіла) моделюємо однонапрямленим повторним поступальним переміщенням вздовж краю півплощини (рис. 1) герцівських контактних зусиль з дотичною складовою

$$s(x) = -\frac{p_0(1+if)}{a} \sqrt{a^2 - (x-x_0)^2}, \quad |x-x_0| \leq a, \quad (1)$$

де p_0 – максимальне значення контактної тиску; f – коефіцієнт тертя проковзування в контактній зоні між тілами кочення; $2a$ – довжина ділянки контакту; x_0 – відстань між центром ділянки контакту та гирлом тріщини. Розташування ділянки контакту відносно гирла тріщини визначає параметр $\lambda = x_0/a$, відносну довжину

тріщини – параметр $\varepsilon = l/a$, а її орієнтацію – кут β або доповнювальний до нього кут $\bar{\beta} = \pi - \beta$; тут l – довжина тріщини.

Якщо контактне навантаження переміщається вздовж краю півплощини, наприклад, справа наліво (рис. 1), то можливі три варіанти контактування берегів тріщини: вона відкрита, коли навантаження достатньо віддалене справа від її гирла, частково закрита та повністю закрита, коли навантаження переміщається над її гирлом і рухається далі. Тому можливі відповідно такі крайові умови задачі на краю півплощини:

$$\sigma_y(x) - i\tau_{xy}(x) = \begin{cases} s(x), & |x - x_0| \leq a, & y = 0 \\ 0, & |x - x_0| > a, & y = 0 \end{cases} \quad (2)$$

і на берегах тріщини:

$$N^\pm(x_1) + iT^\pm(x_1) = 0, \quad x_1 \in L_{op}; \quad (3)$$

$$v^+(x_1) - v^-(x_1) = 0, \quad x_1 \in L_{sl}; \quad (4)$$

$$T^\pm(x_1) = f_c \operatorname{sign} [T^\pm(x_1)] |N(x_1)|, \quad x_1 \in L_{sl}. \quad (5)$$

Тут контур тріщини L складається зі сукупностей ділянок L_{op} (на яких тріщина відкрита) та L_{sl} (на яких береги тріщини проковзують). Через f_c позначено коефіцієнт тертя між берегами тріщини, а через σ_y і τ_{xy} , N і T , v і u – нормальні та дотичні складові відповідно зусиль на краю півплощини, берегах тріщини і переміщень берегів тріщини. Верхні індекси “+” або “-” означають граничні значення величин за наближення зліва або справа до контуру тріщини [22]. Знак дотичних зусиль $T^\pm(x_1)$ встановлюємо за знаком дотичних зусиль у суцільній півплощині на лінії тріщини за герцівського навантаження на краю півплощини.

Додамо також умову

$$|T^\pm(x_1)| < f_c |N^\pm(x_1)|, \quad x_1 \in L_{sl}, \quad (6)$$

яка контролює появу можливого защемлення берегів тріщини. Однак його вплив тут не розглядаємо.

Введемо в розгляд похідну від розриву невідомого вектора переміщень на лінії тріщини L у вигляді суми двох функцій [23]:

$$g'(t) = g_1'(t) + g_2'(t), \quad t \in L, \quad (7)$$

де

$$g_1(t) = \frac{2G}{1 + \kappa} [v^+(t) - v^-(t)] \frac{dt}{ds}, \quad (8)$$

$$g_2(t) = -\frac{2iG}{1 + \kappa} [u^+(t) - u^-(t)] \frac{dt}{ds}; \quad (9)$$

s – дугова абсциса точки t ; G і κ – пружні константи матеріалу. Підставивши комплексні потенціали Колосова–Мусхелішвілі, виражені через функції $g_1'(t)$ і $g_2'(t)$ [22, 23], в крайові умови (2)–(5), приходимо до системи СІР [9, 10]

$$\operatorname{Re} D(\tau) = \pi \operatorname{Re} P(\tau), \quad \tau \in L_{op}; \quad (10)$$

$$\operatorname{Im} D(\tau) + n \operatorname{Re} D(\tau) = \pi [\operatorname{Im} P(\tau) + n \operatorname{Re} P(\tau)], \quad \tau \in L, \quad (11)$$

де

$$D(\tau) = I\{L_{op}\} g_1'(\tau) + I\{L\} g_2'(\tau), \quad (12)$$

$$n = \begin{cases} 0, & \tau \in L_{op} \\ -f_c \text{sign}[\text{Im}(P(\tau))], & \tau \in L_{sl} \end{cases} \quad (13)$$

для визначення цих функцій. Тут оператор $I\{L\}$ задаємо формулою [22]

$$I\{L\}\psi(t) = \int_L \left[R(t, \tau)\psi(t) dt + S(t, \tau)\overline{\psi(\bar{t})} d\bar{t} \right], \quad (14)$$

де

$$R(t, \tau) = \frac{e^{-i\beta}}{2} \left\{ \frac{1}{T-T'} - \frac{1}{\bar{T}-\bar{T}'} - 2i \frac{\text{Im} T}{(T-\bar{T}')^2} - \left[\frac{1}{T-\bar{T}'} - \frac{1}{\bar{T}-\bar{T}'} - 2i \text{Im} T \frac{T+\bar{T}'-2T'}{(T-\bar{T}')^3} \right] \frac{d\bar{t}}{dt} e^{2i\beta} \right\}, \quad (15)$$

$$S(t, \tau) = \frac{e^{i\beta}}{2} \left\{ \frac{1}{\bar{T}-\bar{T}'} - \frac{1}{T-\bar{T}'} + 2i \frac{\text{Im} T}{(\bar{T}-T')^2} - \left[\frac{T-T'}{(T-\bar{T}')^2} + \frac{T-T'}{(\bar{T}-\bar{T}')^2} \right] \frac{d\bar{t}}{dt} e^{2i\beta} \right\}, \quad (16)$$

$$T = te^{-i\beta}, \quad T' = \tau e^{-i\beta}.$$

Права частина $P(\tau)$ в системі (10), (11) для герцівського (еліптичного) навантаження матиме такий вигляд [24, 25]:

$$P(\tau) = p_0 \left\{ \text{Re}[(1+if)c(\tau)] - \left[(1-if) \frac{\text{Im} b(\tau)}{a(\tau)} - if \right] \overline{c(\tau)} \frac{d\bar{\tau}}{d\tau} e^{2i\beta} \right\}, \quad (17)$$

де $c(\tau) = a(\tau) - ib(\tau)$; $a(\tau) = \sqrt{1-b^2(\tau)}$; $b(\tau) = \frac{\tau}{a} e^{-i\beta} - \lambda$.

Щоб система (10), (11) була повною, до неї потрібно приєднати рівняння, які впливають із співвідношень (8) та (9), а саме [23]:

$$\text{Im} \left[g_1(t) \frac{d\bar{t}}{ds} \right] = 0, \quad t \in L_{op}; \quad (18)$$

$$\text{Re} \left[g_2(t) \frac{d\bar{t}}{ds} \right] = 0, \quad t \in L. \quad (19)$$

Перейдемо в системі СІР (10), (11) до безрозмірних координат, використовуючи параметричні рівняння контуру тріщини L

$$t = \omega(\eta), \quad |\eta| \leq 1, \quad t \in L \quad (20)$$

і N відкритих ділянок L_k ($k = 1, 2, \dots, N$), обмежених для прямолінійної тріщини координатами l_{k1}, l_{k2} на осі O_1x_1 (див. рис. 1),

$$t = \omega_k(\eta) = \frac{l_{k2} - l_{k1}}{2} \left(\eta + \frac{l_{k2} + l_{k1}}{l_{k2} - l_{k1}} \right), \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad |\eta| \leq 1, \quad t \in L_{op}. \quad (21)$$

Тоді шукані функції

$$g_2'(\eta) = g_2'(\omega(\eta))\omega'(\eta) = g_2'(t)\omega'(\eta), \quad |\eta| \leq 1, \quad t \in L, \quad (22)$$

і

$$g_{1k}'(\eta) = g_{1k}'(\omega_k(\eta))\omega_k'(\eta) = g_{1k}'(t)\omega_k'(\eta), \quad |\eta| \leq 1, \quad t \in L_k. \quad (23)$$

Будемо вважати, що невідома функція $g'_2(\eta)$ на кінцях тріщини має кореневі особливості, тобто

$$g'_2(\eta) = \varphi_2(\eta) / \sqrt{1 - \eta^2}, \quad |\eta| \leq 1; \quad (24)$$

такі ж особливості мають функції $g'_{1k}(\eta)$ на кінцях відкритих ділянок

$$g'_{1k}(\eta) = \varphi_{1k}(\eta) / \sqrt{1 - \eta^2}, \quad |\eta| \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (25)$$

Система СІР (10), (11) матиме однозначний розв'язок за виконання додаткових умов. Коли найближча до гирла тріщини відкрита ділянка ($N-a$) не перетинає край півплощини, ці умови матимуть вигляд

$$\int_{-1}^1 g'_{1k}(\eta) d\eta = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad \text{і} \quad \varphi_2(-1) = 0. \quad (26)$$

Якщо ж $N-a$ відкрита ділянка перетинає край півплощини, то матимемо:

$$\int_{-1}^1 g'_{1k}(\eta) d\eta = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N-1; \quad g'_{1N}(-1) = 0 \quad \text{і} \quad \varphi_2(-1) = 0. \quad (27)$$

Зауважимо, що умови (26) і (27) впливають із забезпечення однозначності переміщень за обходу контурів L і L_k , а також із умов обмеженості напружень у кутових точках гирла тріщини.

Зображення шуканих функцій у вигляді (24) і (25) дає змогу застосовувати до розв'язування системи СІР (10), (11) з умовами (26), (27) метод механічних квадратур Гаусса–Чебишова [23] і звести поставлену задачу до розв'язування системи алгебричних рівнянь. Розв'язавши цю систему, коефіцієнти інтенсивності напружень K_I^\pm на кінцях k відкритих ділянок тріщини встановлюємо за формулою

$$K_{Ik}^\pm = \mp \sqrt{\pi |\omega'_k(\pm 1)|} \frac{\varphi_{1k}(\pm 1)}{\omega'_k(\pm 1)}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (28)$$

а КІН K_{II} у вершині тріщини – за формулою

$$K_{II}^+ = + \sqrt{\pi |\omega'(+1)|} \frac{\varphi_2(+1)}{\omega'(+1)}. \quad (29)$$

Надалі вважаємо, що під час переміщення контактного навантаження вздовж краю півплощини на берегах тріщини формується лише одна (внутрішня або крайова) довільним чином розміщена вздовж тріщини відкрита (вільна від контакту) ділянка L_{op} . Як критерій для визначення розташування такої ділянки приймаємо умову, згідно з якою, на її кінцях КІН K_I повинен бути додатним. Алгоритм визначення відкритої ділянки складається з трьох частин: постулювання розміщення відкритої ділянки, визначення її лівої і правої межі за внутрішнього розташування і визначення її правої межі за крайового розташування. На першому кроці алгоритму припускаємо, що відкрита ділянка знаходиться біля лівого краю тріщини, і, фіксуючи її ліву координату в гирлі, змінюємо положення правої, доки виконується умова $K_I^- > 0$. Зміна знаку K_I^- з додатного на від'ємний вказує на те, що досягнуто правого краю відкритої ділянки, зафіксувавши який, повністю визначаємо її положення. Невиконання цієї умови вже на початку алгоритму означає, що припущення хибне і відкриту ділянку потрібно шукати всередині тріщини. Для цього фіксуємо положення її правого краю у вершині тріщини та поступово змінюємо положення лівого, починаючи з гирла, доки не виконається умова $K_I^+ > 0$, а отже, досягнуто лівого краю відкритої ділянки тріщини. Коли така умо-

ва не виконується по всій довжині тріщини, вважаємо, що відкрита ділянка відсутня і тріщина закрита повністю. Нарешті, маючи ліву координату, змінюємо праву в бік вершини тріщини, починаючи від лівої, доки $K_I^- > 0$, тобто до правого краю відкритої ділянки, визначивши таким чином її положення всередині тріщини. Зауважимо, що в цьому алгоритмі під правим краєм відкритої ділянки тріщини розуміємо край, який лежить зі сторони вершини, а під лівим – зі сторони гирла тріщини.

Напрямок розвитку крайової макротріщини. Як відомо з експериментальних та інженерних даних [4–6] у тілах кочення часто виникає одна або система паралельних крайових, практично прямолінійних, нахилених тріщин. У межах лінійної механіки руйнування теоретично підтверджено [9, 10], що поки крайова тріщина росте в зоні стиску ($K_I < 0$) за механізмом поперечного зсуву, то вона росте прямолінійно. Загалом кут, під яким поширюється зсувна тріщина в елементах пар кочення, залежить і від механічних властивостей матеріалів пари, і від її експлуатаційних параметрів (тертя в контакті між тілами кочення і між берегами тріщини, напряму кочення, середовища, контактних тисків, приповерхневих залишкових напружень тощо). Своєю чергою цей кут значною мірою впливає і на контактну довговічність, і на глибину ямок викришування (вищерблювання) поверхні кочення. Більшість дослідників [1–3, 10, 12, 17–19] встановлюють цей кут на основі інженерних або експериментальних результатів.

Тут припускаємо, що найсприятливішим для росту зсувної тріщини буде той напрямок (кут $\beta = \beta^*$), який забезпечує максимальне значення розмаху КІН K_{II} за повторного однонапрявленого переміщення контртіла по поверхні тіла з тріщиною (за зміни її відносної довжини $\varepsilon = l/a$). Таким чином, кут $\beta = \beta^*$, а також відносну довжину $\varepsilon = \varepsilon^*$, для яких досягається $\max \Delta F_{II}$, знайдемо з розв'язку такої системи:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta F_{II}(\beta, \varepsilon)}{\partial \beta} = 0 \\ \frac{\partial \Delta F_{II}(\beta, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} = 0 \end{cases} \quad (30)$$

Тут $F_{II} = K_{II} / (p_0 \sqrt{\pi a})$ – нормоване значення КІН K_{II} ; $\Delta F_{II} = |\max \Delta F_{II}(\lambda) - \min \Delta F_{II}(\lambda)|$.

Таким чином, задачу зводимо до знаходження екстремуму (максимуму) функції двох змінних. На рис. 2 подано поверхні, які чисельно відображають результати її розв'язку. Також додамо, що для встановлення значень функції $F_{II}(\lambda, \varepsilon, \beta, f, f_c)$ розв'язувалась задача, що сформульована вище, за умови контакту з тертям берегів тріщини по всій її довжині. Відсутність защемлення контролюється умовою (6), але не враховується.

Як бачимо з рис. 2а, всі зображені поверхні мають досить чітко виражений екстремум, що, в свою чергу, забезпечує однозначність пари параметрів $(\varepsilon^*, \bar{\beta}^* = \pi - \beta^*)$. Причому цей екстремум для відносної довжини тріщини ε переважно реалізується в діапазоні від 2,0 до 2,5. Тільки для $f_c \geq 0,2$ виникає ще локальний максимум на ділянці від $\varepsilon = 0,1$ до 1,0. Загалом, з результатів наведених у таблиці, випливає, що зі збільшенням коефіцієнта тертя між берегами тріщини її відносна початкова довжина ε^* , що забезпечує максимум ΔF_{II} , зростає, тоді як доповнювальний кут $\bar{\beta}^*$ – навпаки зменшується. Як і слід було очікувати, значення розмаху КІН K_{II} зі збільшенням f_c суттєво спадають, а кути початкового росту тріщини $\bar{\beta}^*$, наведені в таблиці, узгоджуються з отриманими Уеєм у лабораторних умовах [5].

Залежності, наведені на рис. 2*b*, вказують на менш виражений взаємозв'язок між максимальним значенням розмаху КІН F_{II} та коефіцієнтом тертя між тілами кочення f , ніж аналогічні залежності для коефіцієнта f_c (рис. 2*a*). Якщо ж розглянути якісний аспект зміни пари $(\epsilon, \bar{\beta})$, то тут тенденція діаметрально протилежна: зі збільшенням коефіцієнта тертя f відносна довжина ϵ^* спадає, доповнювальний кут $\bar{\beta}^*$ – навпаки збільшується, а $\max \Delta F_{II}$ практично не змінюється.

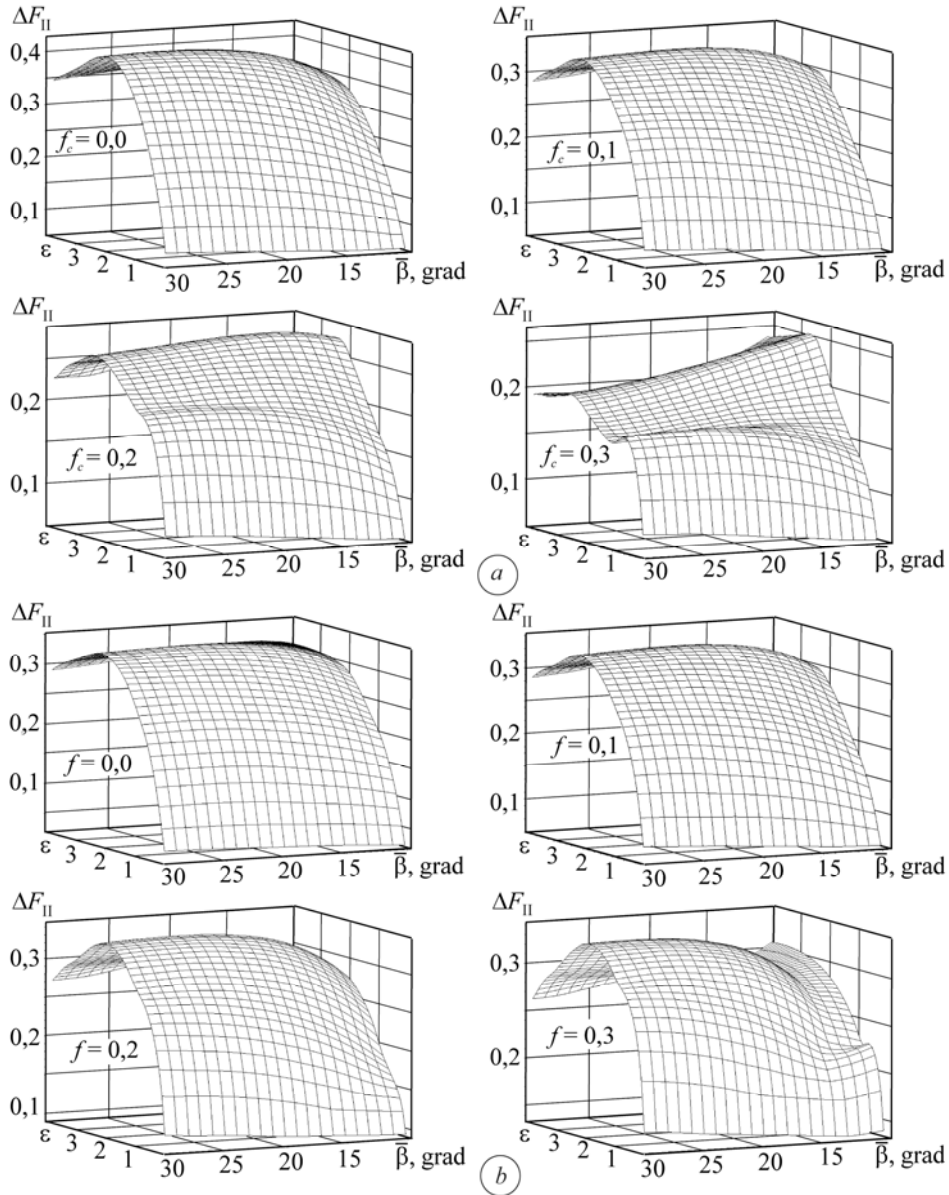


Рис. 2. Залежність розмаху КІН $F_{II} = K_{II} / (p_0 \sqrt{\pi a})$ від відносної довжини тріщини ϵ та доповнювального кута $\bar{\beta} = \pi - \beta$ для різних коефіцієнтів тертя: f_c між берегами тріщини; $f = 0,1$ (а); f між тілами кочення; $f_c = 0,1$ (б).

Fig. 2. Dependence of SIF $F_{II} = K_{II} / (p_0 \sqrt{\pi a})$ range on relative length of the crack ϵ and complementing angle $\bar{\beta}$ for different coefficients of friction: f_c between crack faces; $f = 0.1$ (a); f between rolling bodies; $f_c = 0.1$ (b).

Залежність відносної довжини тріщини ε^* та доповнювального кута $\bar{\beta}^*$, що забезпечують максимальне значення ΔF_{II} , від коефіцієнта тертя між берегами тріщини $f_c (f = 0,1)$ / контактуючими тілами $f (f_c = 0,1)$

f_c / f	$\varepsilon^* = l/a$	$\bar{\beta}^* = \pi - \beta^*$, grad	max ΔF_{II}
0,0	2,1 / 2,3	26 / 22	0,4212 / 0,3445
0,1	2,3 / 2,3	22 / 22	0,3445 / 0,3445
0,2	2,4 / 2,2	15 / 24	0,2835 / 0,3417
0,3	2,5 / 2,0	10 / 26	0,2556 / 0,3379

У підсумку бачимо, що коефіцієнт тертя f_c між берегами тріщини суттєво впливає на максимальні значення КІН K_{II} під час переміщення контактного навантаження вздовж краю півплощини (по поверхні тіла кочення): його збільшення виразно зменшує КІН $|K_{II}|$ і max ΔK_{II} . Крім цього, f_c суттєво змінює напрям (кут $\bar{\beta}^*$) розвитку крайової макротріщини. Коефіцієнт тертя між тілами кочення мало впливає і на max ΔK_{II} , і на початковий напрям розвитку крайової тріщини (див. таблицю).

Кінетика контактування берегів тріщини. Для діапазону вищенаведених коефіцієнтів тертя f та f_c , а також для кутів $\bar{\beta}^*$, для яких реалізуються max ΔF_{II} , розрахуємо довжини ділянок контакту берегів тріщини під час переміщення контртіла над її гирлом (за зміни λ). При цьому допускаємо можливість часткового чи повного розкриття тріщини. На рис. 3 зображена і кінетика контактування берегів тріщини, і залежність КІН $F_{II}(\lambda)$ за відносної довжини тріщини $\varepsilon = 1,0$; тут $\eta = (2t/l) - 1$ – нормована довжина тріщини і, таким чином, в точці $\eta = -1$ знаходиться гирло тріщини, а в точці $\eta = +1$ – її вершина. Вибраний спосіб подання результатів ілюструє кореляцію між розміщенням контактних ділянок берегів тріщини та нормованими КІН F_{II} , а також їх екстремальними значеннями впродовж руху контртіла.

Аналізуючи кінетику контактування берегів крайової макротріщини (рис. 3), бачимо, що під час руху контртіла справа наліво для кутів орієнтації тріщини, встановлених з умови (30), тріщина завжди починає закриватись від гирла (виняток лише для $f_c = 0$, коли одночасно зі закриттям тріщини в гирлі вона на якусь мить закривається також і в своїй вершині), причому тим швидше, що менший коефіцієнт тертя f_c між її берегами. Зміна ж коефіцієнта тертя f на швидкість закриття тріщини майже не впливає. Береги тріщини починають контактувати одночасно із закриттям контртілом її гирла ($\lambda = 1$), а після його проходження (тобто для $\lambda < -1$) тріщина одразу починає розкриватись, і знову ж таки, починаючи з гирла. Довжина розкритої ділянки тріщини (береги не контактують) суттєво залежить як від f , так і від f_c , причому вона зростає зі збільшенням коефіцієнта тертя між берегами тріщини, а зі збільшенням коефіцієнта тертя між тілами кочення – навпаки зменшується.

Відмінність між кривими $F_{II}(\lambda)$ для часткового (суцільні лінії на рис. 3) та повного (пунктирні) контакту берегів тріщини для всіх розглянутих випадків незначна. Для часткового контакту КІН F_{II} зі збільшенням f_c зменшується так само, як і за повного контакту берегів тріщини, а за зміни коефіцієнта тертя f залишається майже незмінним. Максимальні значення КІН K_{II} (рис. 3) як для часткового, так і для повного контакту берегів тріщини є однакові, що дає змогу використовувати цей простіший розв'язок для подальших оцінок та розрахунків. Додамо

також, що отримані результати корелюють із результатами Кіра і Брайянта [1], Рінгсберга і Бергквіста [3] та частково – Бауера [19].

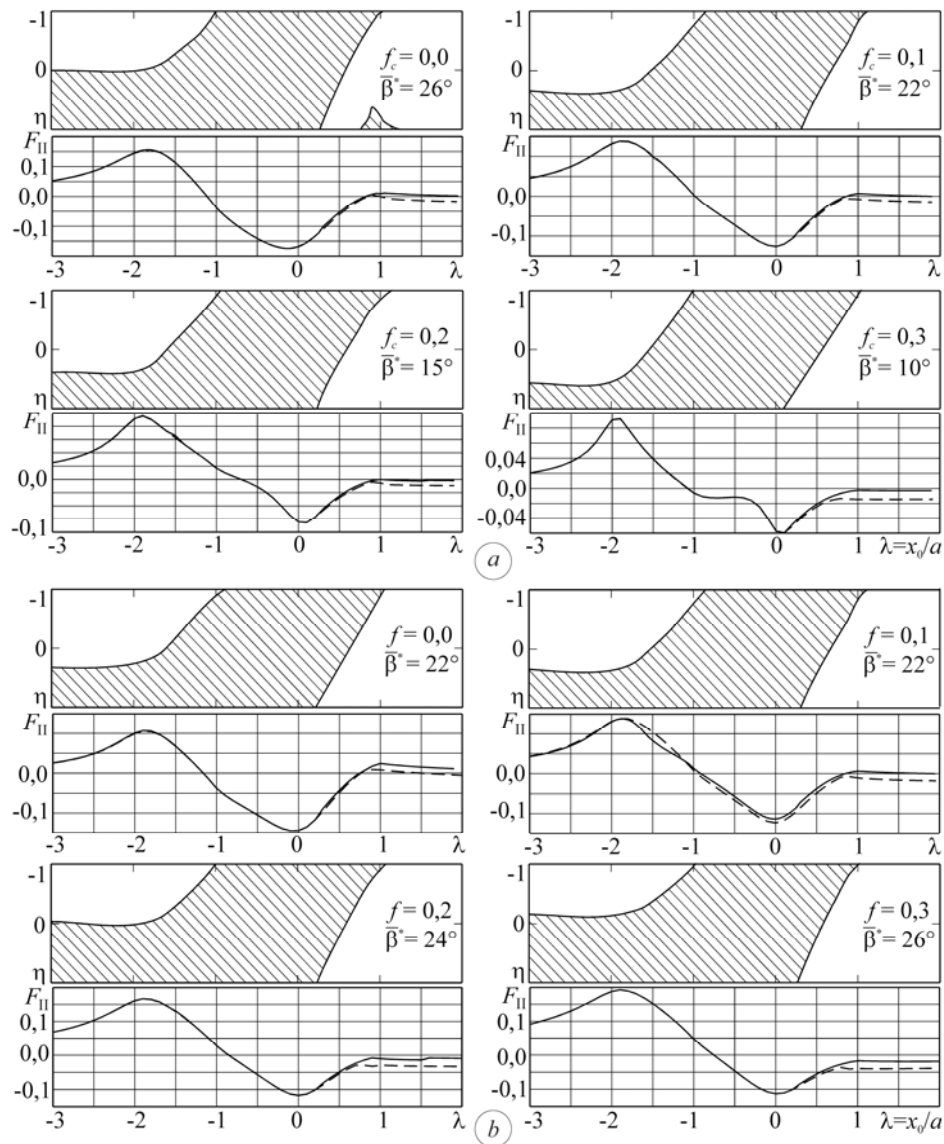


Рис. 3. Залежність довжини ділянки контакту берегів тріщини та нормованого КІН F_{II} від положення контртіла для різних коефіцієнтів тертя між берегами тріщини f_c (a) та між контактуючими тілами f (b). Відповідні кути $\bar{\beta}^*$ взяті з таблиці; $\varepsilon = 1,0$.
 ■ – контакт берегів; □ – береги не контактують.

Fig. 3. Dependence of the contact section length of crack faces and a normalized SIF F_{II} on the position of counterbody for different coefficients of friction between crack faces f_c (a) and between contacting bodies f (b). Corresponding angles $\bar{\beta}^*$ are taken from the Table; $\varepsilon = 1.0$.
 ■ – contact of crack faces; □ – absence of crack faces contact.

ВИСНОВКИ

На базі раніше побудованих сингулярних інтегральних рівнянь [9, 10] контактної задачі для пружної півплощини з крайовою тріщиною за герцівського тиску на межі півплощини розроблено алгоритм ітераційної процедури розрахунку

ку КІН і ділянок контактування берегів тріщини залежно від розташування контактної навантаження щодо гирла тріщини за умов часткового контакту з тертям її берегів. Для діапазону пологих кутів щодо напрямку переміщення контактної навантаження записано умову для визначення напрямку (кута $\bar{\beta}^*$) поширення крайової зсувної макротріщини в тілах кочення.

Обчислено коефіцієнти інтенсивності напружень і кути поширення крайової тріщини, а також побудовано карти контактування її берегів залежно від розташування контактної навантаження для різних конфігурацій експлуатаційних параметрів таких, як коефіцієнти тертя між контактуючими тілами (f) та між берегами тріщини (f_c), а також кут $\bar{\beta}^*$, характерних для тіл кочення, зокрема елементів системи колесо–рейка.

Виявлено, що максимальні значення КІН $|K_{II}|$, а також їх розмах ΔK_{II} (в циклі кочення) суттєво зменшуються через збільшення тертя між берегами тріщини і незначно зростають зі збільшенням тертя між тілами кочення.

Часткове розкриття берегів тріщини практично не впливає на максимальні значення $|K_{II}|$, а отже, і на розмах ΔK_{II} . Це дає можливість використовувати розв'язок простішої задачі за контакту берегів по всій довжині тріщини для подальших оцінок і розрахунків.

Коефіцієнт тертя f_c між берегами тріщини суттєво впливає на характеристичний для тіл кочення кут $\bar{\beta}^*$ поширення крайових зсувних макротріщин: що більший f_c , то пологіший кут $\bar{\beta}^*$.

РЕЗЮМЕ. Рассмотрена контактная задача теории упругости для полуплоскости с краевой наклонной трещиной, берега которой контактируют с трением при герцовой контактной нагрузке, перемещающейся однонаправленно вдоль края полуплоскости. Представлены карты контактирования берегов трещины, вычислены коэффициенты интенсивности напряжений для конфигураций параметров, характерных для контактного взаимодействия качения (коэффициенты трения между берегами трещины и телами качения, ориентация и длина трещины).

SUMMARY. The contact problem of the elasticity theory for a half-plane with the edge inclined crack, faces of which are in contact with friction under action of Hertzian contact loading that moves unidirectionally along the half-plane edge is considered. Maps of the contact of crack faces are shown; stress intensity factors for parameters configuration, typical of rolling contact interaction (friction coefficients between crack faces and rolling bodies, orientation and length of a crack) are calculated.

1. Keer L. M. and Bryant M. D. A pitting model for rolling contact fatigue // Trans. ASME: J. Lubric. Technol. – 1983. – **105**, № 2. – P. 198–205.
2. Колесников Ю. В., Морозов Е. М. Механика контактного разрушения. – М.: Наука, 1989. – 224 с.
3. Ringsberg, J. W. and Bergkvist A. On propagation of short rolling contact fatigue cracks // Fatig. Fract. Engng. Mater. Struct. – 2003. – **26**, № 10. – P. 969–983.
4. Zerbst U., Madler K., and Hintze H. Fracture mechanics in railway applications – an overview // Engng. Fract. Mech. – 2005. – **72**. – P. 163–194.
5. Way S. Pitting due to rolling contact // Trans. ASME: J. Appl. Mech. – 1935. – **2**. – P. A49–A58.
6. Ekberg A. and Kabo E. Fatigue of railway wheel and rails under rolling contact and thermal loading – an overview // Wear. – 2005. – **258**. – P. 1288–1300.
7. Датишин О. П. Довговічність і руйнування твердих тіл під час їх контактної циклічної взаємодії // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2005. – **41**, № 6. – С. 5–25.
(Datsyshyn O. P. Service life and fracture of solid bodies under the conditions of cyclic contact interaction // Materials Science. – 2005. – **41**, № 6. – P. 709–733.)

8. *Murakami Y., Kaneta M., and Yatsuzuka H.* Analysis of surface crack propagation in lubricated rolling contact // *Trans. ASLE.* – 1985. – **28**, № 1. – P. 60–68.
9. *Дацишин О. П., Марченко Г. П.* Розрахунок довговічності поверхні кочення на стадії розвитку крайової тріщини за механізмом зсуву // *Трибофатика. Праці 4-го Міжнар. симпоз. з трибофатики (ISTF 4), Відп. ред. В. Т. Трошенко.* – Тернопіль: Тернопільський держ. техн. ун-т ім. І. Пулюя, 2002. – **1**. – С. 420–425.
10. *Дацишин О., Марченко Г.* Оцінка періоду росту поверхневої тріщини за механізмом зсуву при контакті кочення // *Машинознавство.* – 2003. – № 7. – С. 21–28.
11. *Левус А. Б.* Кінетика контактування берегів тріщини при коченні // *Зб. праць XX Відкритої наук.-техн. конф. Молодих науковців і спеціалістів ФМІ НАНУ “Проблеми корозійно-механічного руйнування, інженерія поверхні, діагностичні системи” (КМН–2007).* – Львів: ФМІ НАНУ, 2007. – С. 79–82.
12. *Bogdanski S., Olzak M., and Stupnicki J.* Numerical stress analysis of rail contact fatigue cracks // *Wear.* – 1996. – **191**. – P. 14–24.
13. *Bogdanski S. and Trajer M.* A dimensionless multi-size finite element model of a rolling contact fatigue crack // *Ibid.* – 2005. – **258**. – P. 1265–1272.
14. *Noda N.-A., Yagishita M., and Kihara T.* Effect of crack shape, inclination angle, and friction coefficient in crack surface contact problems // *Int. J. Fract.* – 2000. – **105**. – P. 367–389.
15. *Akama M. and Mori T.* Boundary element analysis of surface initiated rolling contact fatigue cracks in wheel/rail contact system // *Wear.* – 2002. – **253**. – P. 35–41.
16. *Beghini M., Bertini L., and Fontanari V.* Parametric study of oblique edge cracks under cyclic contact loading // *Fatig. Fract. Engng. Mater. Struct.* – 2005. – **28**, № 1/2. – P. 31–40.
17. *Прогноз контактної довговічності опорних валків вальцювальних станів за розвитком пітингу / О. П. Дацишин, В. І. Ткачов, А. Ю. Глазов, Р. А. Хруник // Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2006. – **42**, № 6. – С. 95–105.
(*Datsyshyn O. P., Tkachov V. I., Hlazov A. Yu., and Khrunyk R. A.* Prediction of the contact durability of back-up rolls of forge-rolling mills in the process of development of pitting // *Materials Science.* – 2006. – **42**, № 6. – P. 823–836.)
18. *Datsyshyn O. P., Panasyuk V. V., Glazov A. Yu.* Modelling of fatigue contact damages formation in rolling bodies and assessment of their durability // *Wear.* – 2011. – **271**, № 1–2. – С. 186–194.
19. *Bower A. F.* The influence of crack face friction and trapped fluid on surface initiated rolling contact fatigue cracks // *Trans. ASME. J. Trib.* – 1988. – **110**, № 4. – P. 704–711.
20. *Evaluation of slant crack propagation under RCF in railway rail / X. Xu, D.-H. Cho, Y.-S. Chang et al. // J. Mechanical Sci. and Technol.* – 2011. – **25**, № 5. – P. 1215–1220.
21. *Дацишин О. П., Марченко Г. П.* Напружений стан півплощини з крайовою положою тріщиною під герцівським навантаженням. Огляд // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2008. – **44**, № 1. – С. 23–34.
(*Datsyshyn O. P., Marchenko H. P.* Stressed state of a half plane with shallow edge crack under Hertzian loading (a survey) // *Materials Science.* – 2008. – **44**, № 1. – P. 22–34.)
22. *Дацишин А. П., Марченко Г. П.* Взаимодействие криволинейных трещин с границей упругой полуплоскости // *Там же.* – 1984. – **20**, № 5. – С. 64–71.
(*Datsyshyn A. P., Marchenko G. P.* Interaction of curvilinear cracks with the boundary of an elastic half-plane // *Soviet Materials Science.* – 1984. – **20**, № 5. – P. 466–473.)
23. *Саверук М. П.* Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1981. – 324 с.
24. *Дацишин О. П., Терлецький А. Б.* Напружено-деформований стан в околі крайової криволинійної тріщини в півплощині при еліптичному навантаженні на її границі // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 1997. – 57 с. – Деп. у ДНТБ України 9.01.97 р., № 57 УК 97.
25. *Вплив форми модельного контактного навантаження на коефіцієнти інтенсивності напружень для крайової тріщини / О. П. Дацишин, Р. Є. Пришляк, С. В. Приходська, Р. Б. Щур, А. Б. Терлецький // Пробл. трибології.* – 1998. – № 3. – С. 3–16.

Одержано 15.08.2013