Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2015. – № 2. – Physicochemical Mechanics of Materials

УДК 539.3: 538.54 УДК 539.3

ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН МАГНЕТНОГО ШАРУ ЗА ФЕРОМАГНЕТНОГО РЕЗОНАНСУ

О. Р. ГАЧКЕВИЧ^{1,2}, М. Т. СОЛОДЯК¹, Р. Ф. ТЕРЛЕЦЬКИЙ¹, М. Г. ГАЧКЕВИЧ¹

¹ Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів; ² Політехніка Опольська, Ополє, Польща

Запропоновано подання напруженості магнетного поля та знайдено вирази для намагнечування, індукції магнетного поля, енергетичних і силових чинників його дії за умов феромагнетного резонансу. Визначено та проаналізовано розподіл температури, переміщень та напружень (компонент і симетричного, і несиметричного тензорів) за товщинною координатою, зокрема, в околі резонансних частот.

Ключові слова: феритовий шар, електромагнетне поле, феромагнетний резонанс, термонапружений стан, резонансні частоти.

Вирази для компонент намагнечування, індукції магнетного поля, а також енергетичних та силових чинників у магнетному матеріалі шару через компоненти напруженості магнетного поля отримано раніше [1].

Нижче запропоновано конкретні подання компонент напруженості магнетного поля з урахуванням явищ феромагнетного резонансу (ФР), які можна використати для визначення магнетних характеристик поля, енергетичних та силових чинників [2–4].

Співвідношення електродинаміки. Розглянемо випадок, коли вектор магнетного поля \mathbf{H}_1 гармонічно обертається в площині xOy [1] перпендикулярно до сталого поля \mathbf{H}_0 , тобто його компоненти згідно з позначеннями, прийнятими в праці [1], мають вигляд [2, 4]

$$h_x = 1/2, \quad h_y = 1/2i, \quad h_z = 0,$$
 (1)

чи $H_x = H_1 \cos \omega t$; $H_y = H_1 \sin \omega t$; $H_z = H_0$. Тому компоненти напруженості магнетного поля в другому наближенні відсутні ($\langle h_{2j} \rangle \equiv 0$, $h_{2j} \equiv 0$, $j \equiv (x, y, z)$). У цьому випадку компоненти намагнечування та індукції магнетного поля (див. ф-ли (39)–(45) в праці [1]) набувають вигляду

$$m_{x} = -\omega_{M} / (2\Delta_{0}), \quad m_{y} = i \omega_{M} / (2\Delta_{0}) = -i m_{x}, \quad m_{z} = 0,$$

$$b_{x} = \left[(1 - i \alpha_{s}) \omega - (\omega_{H} + \omega_{M}) \right] / (2\Delta_{0}),$$

$$b_{y} = \left[(1 - i \alpha_{s}) \omega - (\omega_{H} + \omega_{M}) \right] / (2 i \Delta_{0}) = -i b_{x},$$

$$b_{z} = 0, \quad \left\langle m_{2z} \right\rangle = -\omega_{H} \omega_{M} / (2 d_{0}(\omega)). \quad (2)$$

Тут

$$\Delta_0 \equiv (1 - i \,\alpha_s) \,\omega - \omega_H \,; \quad d_0(\omega) \equiv \Delta_0 \cdot \tilde{\Delta}_0 = (1 + \alpha_s^2) \,\omega^2 - 2\omega_H \,\omega + \omega_H^2 \,. \tag{3}$$

Контактна особа: О. Р. ГАЧКЕВИЧ, e-mail: dept13@iapmm.lviv.ua

Зауважимо, що всі інші компоненти нульові, а рівняння Уокера [1] задовольняється тотожно.

Випишемо вихідні вирази для амплітуди гармонік (1) і (2) напруженості та індукції магнетного поля, а також намагнеченості:

$$A_{H} = \sqrt{h_{x}}\tilde{h}_{x} + \sqrt{h_{y}}\tilde{h}_{y} = H_{1},$$

$$A_{M} = H_{1}(\sqrt{m_{x}}\tilde{m}_{x} + \sqrt{m_{y}}\tilde{m}_{y}) = \omega_{M}H_{1}/\sqrt{d_{0}(\omega)},$$

$$A_{B} = \mu_{0}H_{1}(\sqrt{b_{x}}\tilde{b}_{x} + \sqrt{b_{y}}\tilde{b}_{y}) = \mu_{0}H_{1}/\sqrt{d_{b}(\omega)/d_{0}(\omega)},$$

$$(4)$$

$$d_{b}(\omega) \equiv (1 + \alpha_{s}^{2})\omega^{2} - 2(\omega_{H} + \omega_{M})\omega + (\omega_{H} + \omega_{M})^{2}.$$
(5)

де

Перейдемо до енергетичних та силових чинників електромагнетного поля (ЕМП). Задачу термопружності розглядатимемо у незв'язаній квазістатичній поставі [5]. При цьому враховуватимемо лише усереднені за часом енергетичні та силові чинники. Для тепловиділень матимемо:

$$\langle Q \rangle = \alpha_s \,\omega_M \,\omega^2 \,\mu_0 \,H_1^2 \,/ \,d_0(\omega) \,. \tag{6}$$

Оскільки, згідно з формулами (1) та (40) з праці [1] компоненти напруженості магнетного поля є сталі, а у вирази пондеромоторної сили входять лише їх похідні, то всі складники пондеромоторної сили рівні нулю, тобто

$$\left\langle F_{j}\right\rangle \equiv 0 \quad (j = (x, y, z)),$$
(7)

а для складників тензора натягів Максвелла отримаємо:

$$\langle T_{xx} \rangle = \langle T_{yy} \rangle = \mu_0 \left[M_S^2 - H_0^2 - \omega_M (\omega - \omega_H) H_1^2 / d_0(\omega) \right] / 2 ,$$

$$\langle T_{zz} \rangle = \left[B_0^2 - \mu_0^2 H_1^2 (1 + \omega_H \omega_M / d_0(\omega)) \right] / (2 \mu_0) ,$$

$$\langle T_{xy} \rangle = - \langle T_{yx} \rangle = -\alpha_s \omega_M \omega \mu_0 H_1^2 / (2 d_0(\omega)) ,$$

$$\langle T_{xz} \rangle = \langle T_{zx} \rangle = \langle T_{yz} \rangle = \langle T_{zy} \rangle \equiv 0 .$$

$$(8)$$

Антисиметричну частину тензора натягів Максвелла виразимо так:

$$\langle \pi_{xy} \rangle = -\alpha_S \,\omega_M \,\omega \mu_0 \,H_1^2 / (2 \,d_0(\omega)), \quad \langle \pi_{xz} \rangle = \langle \pi_{yz} \rangle \equiv 0.$$
 (9)

Зауважимо, що компоненти напруженості магнетного поля не залежать від координат, тому всі розглядувані величини сталі.



Рис. 1. Схема задачі. Fig. 1. The calculation model.

Формулювання та методика розв'язання задачі термопружності. Розглядуваний нескінченний шар товщиною l віднесемо до прямокутної системи координат (x, y, z) (рис. 1). Вважаємо, що постійне магнетне поле \mathbf{H}_0 прикладене в напрямку осі Oz (перпендикулярно до площини шару). Тому за симетрії задачі відносно осей Ox і Oyтемпература, переміщення та механічні напруження залежатимуть лише від товщинної координати z. Приймаємо, що на верхній поверхні z = l шару існує конвективний теплообмін з довкіллям, температура якого рівна

початковій T_0 у шарі, а нижня теплоізольована. Поверхня z = l вільна від силового навантаження, а z = 0 жорстко скріплена з діелектричним півпростором.

Тоді температуру у шарі знаходимо з рівняння теплопровідності [5]

$$\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{Q}{x}$$
(10)

за початкової

$$T(z,0) = T_0 \tag{11}$$

та крайових

$$-\frac{\partial T(l,t)}{\partial z} = L[T(l,t) - T_0], \quad \frac{\partial T(0,t)}{\partial z} = 0$$
(12)

умов, де æ і a – коефіцієнти тепло- і температуропровідності; L – коефіцієнт тепловіддачі з поверхні [5]. У рівнянні (10) тепловиділення Q описує вираз (6). Тут і надалі чинники дії ЕМП рівні усередненим за часом (дужки $\langle \rangle$ біля них опускаємо).

У системі рівнянь термопружності [6] матимемо ненульову компоненту переміщень $u_z \equiv u(z, t)$ та три компоненти тензора напружень σ_{xx}, σ_{yy} і σ_{zz} . З умов рівноваги для знаходження компоненти σ_{zz} за умови (7) отримуємо рівняння

$$\partial (\sigma_{zz} + T_{zz}) / \partial z = 0 \tag{13}$$

за крайових умов

$$u(0,t) = 0, \quad \sigma_{zz}(l,t) = 0.$$
 (14)

3 рівнянь (13), (14) дістаємо:

$$\sigma_{zz}(z) \equiv 0. \tag{15}$$

На основі співвідношень Дюгамеля–Неймана [6] знаходимо вирази для відмінних від нуля компонент тензора напружень

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -E_p \,\alpha_T \,(T - T_0) / (1 - v_p) \,, \tag{16}$$

а також рівняння для визначення переміщень

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1 + v_p}{1 - v_p} \alpha_T (T - T_0) \tag{17}$$

за першої з крайових умов (14). Тут E_p , v_p , α_T – модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона та лінійний коефіцієнт теплового розширення. Зауважимо, що компоненти напружень $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ шукають за відомим розподілом температури.

Задачу теплопровідності (10)–(12) розв'язували, використовуючи перетворення Лапласа [7]. При цьому для функції T(z, t) знайшли вираз

$$T(z,t) = T_0 + \frac{Q}{2\alpha} \left[\left(1 + \frac{2}{Bi} \right) l^2 - z^2 - 4 Bi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\mu_n \ z \cdot e^{-a\mu_n^2 t}}{\mu_n^2 \left[Bi \ (Bi+1) + \mu_n^2 \ l^2 \right] \cos\mu_n \ l} \right], \quad (18)$$

де Bi = Ll – критерій Бio [5], а μ_n – корені трансцендентного рівняння

Bi
$$\cos\mu_n l = \mu_n l \sin\mu_n l$$
. (19)

Інтегруючи рівняння (17) з урахуванням (18) за першої з крайових умов (14), отримали такий вираз для переміщень:

$$u(z,t) = \frac{1 + v_p}{1 - v_p} \frac{\alpha_T Q}{2\alpha} \left[\left(1 + \frac{2}{\mathrm{Bi}} \right) l^2 z - \frac{z^3}{3} - 4 \mathrm{Bi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \mu_n z \cdot e^{-\alpha \mu_n^2 t}}{\mu_n^3 \left[\mathrm{Bi} \left(\mathrm{Bi} + 1 \right) + \mu_n^2 l^2 \right] \cos \mu_n l} \right].$$
(20)

Використовуючи формулу (17) з праці [1], а також співвідношення (9), визначили відмінні від нуля компоненти несиметричного тензора напружень:

$$t_{xy} = -t_{yx} = \alpha_s \,\omega_M \,\omega\mu_0 \,H_1^2 / (2 \,d_0(\omega)) \,. \tag{21}$$

Напруження σ_{xx} і σ_{yy} знаходили за формулами (16) і (18).

Резонансні явища. Знайдемо частоти $\omega = \omega_r$, для яких вирази (4), (6), (8), (9), (18) і (20) набувають максимальних значень (резонансні частоти).

На основі виразу (4) значення резонансної частоти отримаємо із умов мінімуму величини $d_0(\omega)$, тобто

$$\dot{d_0}(\omega) = 0, \ d_0''(\omega) > 0.$$
 (22)

Звідси

$$\omega_{rM} = \omega_H / (1 + \alpha_s^2) . \tag{23}$$

Максимальне значення амплітуди на резонансній частоті (23)

$$A_M(\omega_{rM}) = \sqrt{1 + \alpha_s^2 \omega_M H_1 / (\alpha_s \omega_H)}.$$
⁽²⁴⁾

Визначимо також ширину резонансної смуги, тобто таке відхилення $\Delta \omega$ частоти ω від резонансної ω_{rM} , за якого амплітуда зменшується в $\sqrt{2}$ разів, тобто

$$\frac{A_M(\omega_{rM} \pm \Delta \omega_M)}{A_M(\omega_{rM})} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$
(25)

Підставляючи в умову (25) формули (3), (4), (23) і (24), дістанемо:

$$\Delta \omega_M = \alpha_s \, \omega_H \, / (1 + \alpha_s^2) \,. \tag{26}$$

Якщо параметр втрат прямує до нуля ($\alpha_s \to 0$), то з виразів (23), (24) і (26) випливає висновок, що резонансна частота прямує до частоти гіромагнетних коливань ($\omega_{rM} \to \omega_H$), амплітуда вектора намагнечування на цій частоті – до нескінченності ($A_{rM} \to \infty$), а ширина резонансної смуги – до нуля ($\Delta \omega_M \to 0$) (добротність такої системи зростає).

Аналогічно, як і для намагнечування, отримали вирази для значень резонансних частот, а також ширини резонансних смуг для індукції магнетного поля (4), тепловиділень (6), тензора натягів Максвела (8) та несиметричного тензора напружень (9). Зокрема, для резонансних частот і амплітуд індукції магнетного поля

$$\omega_{rB} = (2\omega_H + \omega_M - \sqrt{D_B})/2, \quad A_B(\omega_{rB}) = \mu_0 H_1 \sqrt{d_B(\omega_{rB})/d_0(\omega_{rB})}.$$
 (27)

А величину Δω визначаємо з розв'язку квадратного рівняння:

$$(1+\alpha_{s}^{2})\left[2d_{0}(\omega_{rB})-d_{B}(\omega_{rB})\right](\Delta\omega)^{2}-\left\{\omega_{M}\left[2d_{0}(\omega_{rB})+d_{B}(\omega_{rB})\right]-\left[\alpha_{s}^{2}(2\omega_{H}+\omega_{M})-(1+\alpha_{s}^{2})\sqrt{D_{B}}\right]\left[2d_{0}(\omega_{rB})-d_{B}(\omega_{rB})\right]\right\}\Delta\omega+d_{0}(\omega_{rB})d_{B}(\omega_{rB})=0.$$
(28)

У формулах (27) і (28) введено такі позначення:

$$d_{0}(\omega_{rB}) \equiv \left\{ \omega_{M}^{2} + \alpha_{s}^{2} (2 \omega_{H} + \omega_{M})^{2} - \left[\omega_{M} + \alpha_{s}^{2} (2 \omega_{H} + \omega_{M}) \right] \sqrt{D_{B}} \right\} / 2;$$

$$d_{B}(\omega_{rB}) \equiv \left\{ \omega_{M}^{2} + \alpha_{s}^{2} (2 \omega_{H} + \omega_{M})^{2} + \left[\omega_{M} - \alpha_{s}^{2} (2 \omega_{H} + \omega_{M}) \right] \sqrt{D_{B}} \right\} / 2;$$

$$D_{B} \equiv \omega_{M}^{2} + 4 \alpha_{s}^{2} (1 + \alpha_{s}^{2})^{-1} \omega_{H} (\omega_{H} + \omega_{M}).$$
(29)

94

Аналогічно для тепловиділень матимемо:

$$\omega_{rQ} = \omega_H, \quad Q(\omega_{rQ}) = \omega_M \mu_0 H_1^2 / \alpha_s, \quad \Delta \omega = \alpha_s \omega_H / (1 - \alpha_s).$$
(30)

Розглянемо також відмінні від нуля компоненти несиметричного тензора напружень t_{xy} і t_{yx} , які пов'язані з антисиметричною частиною тензора натягів Максвелла співвідношеннями

$$f_{xy} = -t_{yx} = -\pi_{xy},$$
 (31)

що випливають з формул (7) з праці [1]. Для них

$$\omega_{r\pi} = \frac{\omega_H}{\sqrt{1 + \alpha_s^2}}, \quad t_{xy}(\omega_{r\pi}) = \frac{(1 + \sqrt{1 + \alpha_s^2})}{4\alpha_s \omega_H} \mu_0 H_1^2,$$
$$\Delta \omega_{r\pi} = \frac{\alpha_s + \sqrt{2 + 3\alpha_s^2 + 2\sqrt{1 + \alpha_s^2}}}{(1 + \alpha_s^2)\left(1 + \sqrt{1 + \alpha_s^2}\right)} \alpha_s \omega_H.$$
(32)

Враховуючи малість параметра α_s у формулах (23)–(32) та обмежуючись лише членами першого порядку α_s ($\alpha_s^2 \approx 0$), отримаємо, що резонансні частоти та ширини резонансних смуг у такому наближенні для всіх випадків однакові:

$$\omega_r = \omega_H , \quad \Delta \omega = \alpha_s \omega_H . \tag{33}$$

Тоді вирази для амплітуд величин можна також суттєво спростити:

$$A_{rM} = \frac{\omega_M H_1}{\alpha_s \omega_H}, \quad A_{rB} = \frac{\omega_M}{\alpha_s \omega_H} \mu_0 H_1, \quad Q_r = \frac{\omega_M}{\alpha_s} \mu_0 H_1^2, \quad t_{rxy} = \frac{\omega_M}{2 \alpha_s \omega_H} \mu_0 H_1^2.$$
(34)

Числовий аналіз. Використовували плівку з фериту 200HH (нікелево-цинкова шпінель) товщиною $l = 2 \cdot 10^{-5}$ m (початкова температура $T_0 = 300$ K) з такими характеристиками [8–11]:

$$\rho_0 = 4.8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$
, $E_p = 1.2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\nu_p = 0.27$,

 $\alpha_T = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\alpha = 4.19 \text{ W} / (\text{mK})$, $c_\sigma = 712 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Приймемо також, що [8, 11]

$$\alpha_s = 0,01$$
, $g_0 = 2$, $Bi = 0,2$, $H_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ A/m}$,

$$H_1 = 0,22 \cdot 10^3 \text{ A/m}, \quad M_s = 1,65 \cdot 10^6 \text{ A/m}, \quad B_0 = 2,32 \text{ T}.$$

Тоді

$$\gamma_s = 2,21 \cdot 10^5 \text{ m/C}, \ a = 1,23 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \ \omega_H = 4,42 \cdot 10^{10} \text{ Hz}, \ \omega_M = 3,65 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$$

З аналізу формул (4), (6), і (9), а також рис. 2 випливає, що амплітуда намагнеченості для малих частот набуває певного значення (1,82·10³ A/m), а потім різко зростає зі збільшенням частоти і досягає максимуму (1,82·10⁵ A/m) (на резонансній частоті $\omega_r = 4,42 \cdot 10^{10}$ Hz). З подальшим підвищенням частоти прямує до нуля. Амплітуда індукції магнетного поля змінюється аналогічно на малих частотах: набуває невеликого значення (2,56·10⁻³ T), далі зростає до максимального (0,23 T). Однак на високих частотах прямує не до нуля (як намагнеченість), а до деякого сталого значення (2,76·10⁻⁴ T).

Тепловиділення зі збільшенням частоти зростають від нуля до максимального значення $2,22 \cdot 10^{12}$ W/m³, коли $\omega = \omega_r$, далі спадають і в граничному випадку досягають $2,22 \cdot 10^8$ W/m³. Несиметричні напруження t_{xy} тут нульові, а на резонансній частоті становлять 25,08 Ра.



Рис. 2. Залежності амплітуди намагнечування (*a*), індукції магнетного поля (*b*), тепловиділень (*c*) і несиметричного тензора напружень (*d*) від частоти.

Fig. 2. Magnetization amplitude (*a*), magnetic field induction (*b*), heat release (*c*) and asymmetric stress tensor (*d*) vs frequency.

Проаналізуємо також температуру, напруження та переміщення. Як випливає з формул (16), (18), (20), вони з точністю до множника (залежного і від координати, і від часу) повторюють частотну поведінку тепловиділень. З виразу (18) видно, що відхилення температури $\Theta(z, t, \omega) = T(z, t, \omega) - T_0$ від початкової T_0 на поверхнях z = 0 і z = l шару за великих часів $(t \to \infty)$ і частот ω поза околом резонансної частоти ω_r таке:

$$\Theta(0,\infty,\omega)/\Theta(l,\infty,\omega) = 1 + \text{Bi}/2 = 1,1$$

Для таких часів температура по товщинній координаті *z* змінюється незначно (за квадратичним законом). За цими ж формулами оцінимо також вказані величини на поверхні z = l шару для $t \to \infty$ в околі резонансної частоти ω_r . Тут $\Theta(l, \infty, \omega_r) = 1060 \text{ K}$, $u(l, \infty, \omega_r) = 3,37 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, $\sigma_{xx}(l, \infty, \omega_r) = \sigma_{yy}(l, \infty, \omega_r) = -1,75 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$. При цьому температура перевищує допустиме значення, зокрема, температуру Кюрі ($T_k = 420 \text{ K}$ для даного матеріалу), вище якої матеріал

крема, температуру Кюрі ($T_k = 420$ К для даного матеріалу), вище якої матеріал втрачає свої магнетні властивості. Використовуючи формулу (18), можемо знайти реальний час нагріву поверхні шару до температури Кюрі (за збереження магнетних властивостей). У розглядуваному випадку $t_k = 3,3 \cdot 10^{-5}$ s.

Інтегруючи рівняння (17) за першої з крайових умов (14) і вважаючи, що $T - T_0 \equiv T_k$, знайдемо $u(z, t_k) = (1 + v_p) \alpha_T \Theta_k z/(1 - v_p)$. Тоді на поверхні z = l

матимемо: $u(l, t_k) = (1 + v_p) \alpha_T \Theta_k l/(1 - v_p) = 3,96 \cdot 10^{-8} \text{ m}.$

За аналогічних припущень з формул (16) для напружень на резонансній частоті отримаємо

$$\sigma_{xx}(l,t_k) = \sigma_{yy}(l,t_k) = -E_p \alpha_T \Theta_k / (1-v_p) = -2.17 \cdot 10^8 \text{ Pa},$$

а також співвідношення

 $\Theta(l,\infty,\omega_r)/T_k = \sigma_{xx}(l,\infty,\omega_r)/\sigma_{xy}(l,T_k) = 8,83, \quad u(l,\infty,\omega_r)/u(l,T_k) = 10,10,$

за якими можна встановити межі застосовності одержаних розв'язків.

ВИСНОВКИ

Характер поведінки розглядуваних величин і їх значення істотно залежать від частоти є зовнішнього збудження (зовнішнього ЕМП). Вони досягають максимальних значень на певних частотах ЕМП (резонансних), які залежать як від електромагнетних характеристик матеріалу, так і зовнішнього магнетного поля. Вивчено закономірності зростання швидкості тепловиділень і температури на ре-

зонансних частотах ω_r та на початкових етапах дії поля (за часів $t_k = 3, 3 \cdot 10^{-5}$ s), які підтверджено відомими експериментальними результатами магнетного резонансу [2].

РЕЗЮМЕ. Предложены представления напряженности магнитного поля и найдены выражения для намагничивания, индукции магнитного поля, энергетических и силовых факторов его воздействия при условиях ферромагнитного резонанса. Определено и проанализировано распределение температуры, перемещений и напряжений (компонент как симметричного, так и несимметричного тензоров) по толщинной координате, в частности, в окрестности резонансных частот.

SUMMARY. The presentation of THE intensity of magnetic field is proposed and the expressions for magnetization, magnetic field induction, energy and force factors of the field action under conditions of ferromagnetic resonance are found. The distribution of temperature, displacements and stresses (a component of both symmetric and asymmetric tensors) according to the thickness coordinate in the vicinity of resonance frequencies is determined.

Дослідження виконано за часткової фінансової підтримки НАН України та Російського фонду фундаментальних досліджень у межах наукового проекту ВБ-РФФД/382-2.

- Співвідношення електродинаміки, енергетичні та силові чинники дії електромагнетного поля для магнетних середовищ / О. Р. Гачкевич, М. Т. Солодяк, Р. Ф. Терлецький, Д. В. Тарлаковський // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2014. – 50, № 4. – С. 62–68.
- 2. *Гуревич А. Г.* Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973. 592 с.
- 3. Стальмахов В. С., Игнатьев А. А. Лекции по спиновым волнам. Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1983. Ч. 1. 182 с.
- 4. Боровик Е. С., Мильнер А. С., Еременко В. В. Лекции по магнетизму. Харьков: Изд-во Харьковск. ун-та, 1972. 248 с.
- 5. Коваленко А. Д. Термоупругость. К.: Вищ. шк., 1975. 216 с.
- 6. Солодяк М. Т. Термопружний стан магнетом'якого шару у гармонійному за часом магнетному полі з підмагнечуванням // Фіз.-хім. механіка матеріалів. 2004. **40**, № 2. С. 19–28.

(Solodyak M. T. Thermoelastic state of a magnetically soft layer in a magnetic field harmonic as a function of time with biasing // Materials Science. – 2004. – **40**, № 2. – P. 173–184.)

- 7. Диткин В. А., Прудников А. П. Операционное исчисление. М.: Высш. шк., 1975. 408 с.
- Таблицы физических величин: Справ. / Под. ред. И. К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
- Кей Дж., Леби Т. Таблицы физических и химических постоянных / Под ред. К. П. Яковлева. – М.: Физматиз, 1962. – 248 с.
- 10. Лившиц Б., Г., Крапошин В. С., Линецкий Я. Л. Физические свойства металлов и сплавов. М.: Металлургия, 1980. 120 с.
- 11. Мишин Д. Д. Магнитные материалы. М.: Высш. шк., 1981. 336 с.

Одержано 25.06.2013