

УДК:539.375:539.4

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ДВОШАРОВИХ ПЛАСТИН ЗІ СИСТЕМАМИ ТРІЩИН ЗА ДОВГОТРИВАЛОГО СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ І ВИСОКОЇ ТЕМПЕРАТУРИ

О. Є. АНДРЕЙКІВ¹, І. Я. ДОЛІНСЬКА², А. Р. ЛИСИК¹

¹ Львівський національний університет ім. Івана Франка;

² Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів;

Розроблено розрахункові моделі для визначення залишкового ресурсу двошарових пластин зі системами тріщин за довготривалих статичних навантажень і високої температури, які ґрунтуються на першому законі термодинаміки балансу енергетичних складових та швидкостей їх зміни в металевому двошаровому тілі, що містить макротріщини і піддане дії довготривалого розтягу і високотемпературного поля. Розглянуто періодичну і двокоперіодичну системи тріщин.

Ключові слова: двошарові пластини, перший закон термодинаміки, тріщина високотемпературної повзучості, енергетичний підхід, коефіцієнт інтенсивності напружень, період докритичного росту систем тріщин.

Під час експлуатації енергетичного обладнання, особливо теплових і атомних електростанцій, важливо визначити залишковий ресурс елементів, в яких за довготривалого статичного навантаження і високої температури розвиваються тріщини високотемпературної повзучості, що досягають критичних розмірів, призводячи до катастрофічного руйнування конструкції. Існує низка підходів розрахунку [1–5] в таких умовах залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій. Однак недостатньо опрацьовані методи визначення довготривалої високотемпературної міцності біметалів та виробів із них, особливо послаблених тріщинами і підданих статичному навантаженню. Такі матеріали відносять до класу неоднорідних, для яких характеристики пластичності і високотемпературної тріщиностійкості змінні, а кінетика поширення тріщини високотемпературної повзучості складніша, ніж в ізотропних. Тому контур такої наскрізної тріщини в біметалевій пластині не прямолінійний, що ускладнює визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) навіть у найпростіших випадках. Ситуація ще більше ускладнюється, коли в таких пластинах не одна, а система тріщин. Тому побудуємо розрахункову модель для знаходження ресурсу елементів конструкцій з тріщинами за високих температур і довготривалого статичного навантаження.

Модель для пластини з однією тріщиною. Для її побудови використаємо отримані раніше результати [6]. Розглянемо двошарову (приблизно з однаковими модулями пружності шарів) пластину (товщини шарів h_1 , h_2 , $h = h_1 + h_2$) з наскрізною початковою прямолінійною тріщиною довжиною $2l_0$, що розтягується за високої температури T (яка у зоні передруйнування біля вершин тріщини забезпечує високотемпературну повзучість [5]) зусиллями з силовим параметром p , які викликають у пластині симетричний відносно площини розміщення тріщини напружено-деформований стан (рис. 1). Необхідно визначити такий час $t = t_*$, коли така тріщина досягне критичного розміру $l = l_*$ і пластина зруйнується.

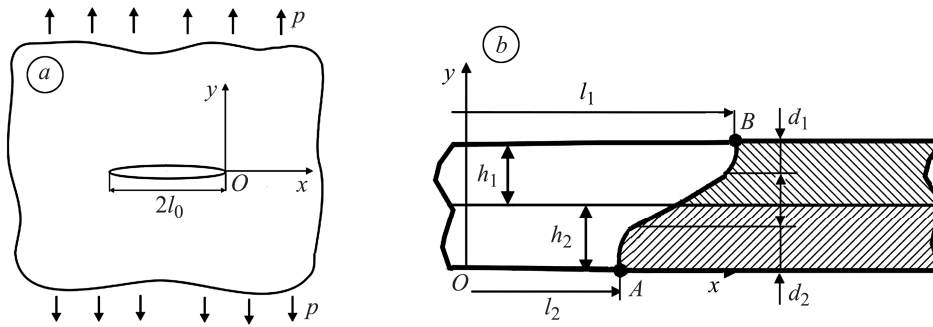


Рис. 1. Схеми навантаження (а) і поперечного перерізу (b) двохшарової пластини з тріщиною.

Fig. 1. Mode of loading (a) and chart of the cross section (b) of a two-layer plate with a crack.

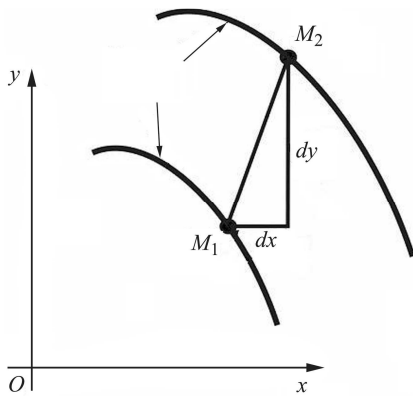


Рис. 2. Схема елементарного переміщення точки M_1 рухомого контуру тріщини: стрілки вказують на фронт контуру тріщини.

Fig. 2. Chart of the elementary displacement of point M_1 of the moving crack contour: arrows indicated the crack front contour.

Для розв'язку задачі побудуємо математичну модель, щоб дослідити кінетику поширення і конфігурацію контуру тріщини і знайти період її докритичного росту $t = t_*$. Суть моделі ось у чому [6]. Виберемо на контурі тріщини точку $M_1(x, y)$ (рис. 2), яка за одиницю часу його поширення dt зміститься в положення точки M_2 з координатами $(x + dx, y + dy)$. Тоді довжина відрізка

$$M_1M_2 = V(x, y)dt, \quad (1)$$

а з геометричних міркувань

$$M_1M_2 = dy\sqrt{1 + (dx/dy)^2}. \quad (2)$$

Швидкість поширення тріщини високотемпературної повзучості в кожній точці рухомого контуру [6, 7]

$$V(x, y) = \frac{dl}{dt} = \left[\frac{\partial W}{\partial t} \right]_{t=\Delta t} [\gamma_C - \gamma_t]^{-1},$$

де W – енергія деформування тіла; γ_t – питома робота пластичної деформації у зоні передруйнування за росту тріщини; γ_C – її граничне значення. Тут це рівняння набуде вигляду

$$V(x, y) = A_i \left[K_I(x, y) K_{iC}^{-1} \right]^{2m_i} \left[1 - K_{iC}^{-2} K_I^2(x, y) \right]^{-1} \quad (i = 1; 2), \quad (3)$$

де A_i, m_i, K_{iC} – характеристики кінетичної діаграми поширення тріщини в матеріалі, які визначають для кожної i -го шару пластини експериментально [7]; $K_I(x, y)$ – КІН біля контуру тріщини та змінний уздовж нього. Вважаємо (рис. 1b), що швидкість $V(x, y)$ поширення тріщини в шарі завтовшки h_1 більша, ніж у шарі товщиною h_2 . Так як координати контуру тріщини x, y залежать від часу t , а координата x – від y , то на основі формул (1)–(3) і відомих результатів [7] для визначення періоду $t = t_*$ можемо записати рівняння

$$\partial y / \partial t \sqrt{1 + (\partial x / \partial y)^2} = A_i \left[K_I(x, y) K_{iC}^{-1} \right]^{2m_i} \left[1 - K_{iC}^{-2} K_I^2(x, y) \right]^{-1},$$

$$t = 0, x = f(0, y); t = t_*, x = x_* = f(t_*, y_*); K_I(x_*, y_*) = K_{IIIC} \quad (i = 1; 2), \quad (4)$$

яке в часткових похідних з відповідними початковими і кінцевими умовами нелінійне і його розв'язок ускладнений. Для його спрощення вважаємо, що конфігурація рухомого контуру тріщини за товщиною пластини наближено прямолінійна і тільки за підходу на поверхні має заокруглення, де $(\partial x / \partial y)_{y=0;h} = 0$. Тоді кінетику поширення тріщини визначатимуть її розміри на поверхнях пластини $l_1 = l_1(t)$, $l_2 = l_2(t)$. Тепер рівняння (4) зведемо наближено до системи звичайних диференціальних рівнянь з відповідними початковими і кінцевими умовами:

$$\frac{dl_i}{dt} = A_i \left[K_I(l_i, y_i) K_{IIIC}^{-1} \right]^{2m_i} \left[1 - K_{IIIC}^{-2} K_I^2(l_i, y_i) \right]^{-1} \quad (i = 1; 2), \quad (y_1 = h, y_2 = 0),$$

$$t = 0, l_i = l_{i0}; t = t_*, l_i = l_{i*}; K_I(l_{i*}) = K_{IIIC}. \quad (5)$$

Таким чином, задачу визначення періоду $t = t_*$ докритичного росту тріщини високотемпературної повзучості в двошаровій пластині звели до знаходження КІН $K_I(l_i, y_i)$ біля контуру тріщини i , відповідно – до розв'язку системи диференціальних рівнянь (5).

За відомими результатами [6]

$$K_I[l_2 + y(l_1 - l_2)h^{-1}, y] = p\sqrt{\pi l_2} \{ [\varepsilon + \alpha(1 - \varepsilon)](1 - \beta) + \beta\varepsilon^{-0,5}[\varepsilon + \gamma(1 - \varepsilon)] \}, \quad (6)$$

де $\varepsilon = l_2 l_1^{-1}$, $\alpha = d_1^{-1} h$, $\beta = y h^{-1}$, $\gamma = l_1^{-1} h$. Формулу (6) можна записати через безрозмірний КІН:

$$K_I[l_2 + \beta(l_1 - l_2), y] = p\sqrt{\pi l_2} K(\alpha, \varepsilon, \beta, \gamma),$$

$$K(\alpha, \varepsilon, \beta, \gamma) = [\varepsilon + \alpha(1 - \varepsilon)](1 - \beta) + \beta\varepsilon^{-0,5}[\varepsilon + \gamma(1 - \varepsilon)]. \quad (7)$$

Співвідношення (7) містять дві невідомі залежні від часу величини $l_1 = l_1(t)$, $l_2 = l_2(t)$, які потрібно визначати зі системи двох рівнянь (5). Під час дослідження складнішої ситуації, особливо пластини зі системами тріщин, знайти період їх докритичного росту складно. Тому спростимо формулу для обчислення КІН так. Контур тріщини по товщині двошарової пластини вважатимемо прямолінійно косим (рис. 3). Тоді різницю між поверхневими довжинами тріщини розрахуємо з рівності

$$\Delta l = l_1 - l_2 = h \operatorname{ctg} \theta, \quad (8)$$

де кут θ змінний в межах $0,5\pi \geq \theta \geq \theta_*$, а θ_* відповідає спонтанному поширенню тріщини. Вважаємо, що в момент спонтанного руйнування пластини тріщина досягне критичних розмірів, тобто

$$l_1 = l_{1*}, l_2 = l_{2*}, \quad (9)$$

які, застосовуючи формули (7), визначимо із критеріальних рівнянь

$$K_{2IIC} = p\sqrt{\pi l_{2*}} [hd_2^{-1} + x(1 - hd_2^{-1})], \quad K_{IIC} = p\sqrt{\pi l_{1*}} [hl_{1*}^{-1} - x(hl_{1*}^{-1} - 1)], \quad x = l_{2*} l_{1*}^{-1}. \quad (10)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (10) з урахуванням (8) і вважаючи $l_{1*} \gg h$, для визначення величин l_{1*} , l_{2*} і θ_* отримуємо:

$$l_{1*} = \frac{K_{IIC}^2}{\pi p^2 \left[0,5a_1^2 + a_2 - a_1 \sqrt{0,25a_1^2 + a_2} \right]^2}, \quad l_{2*} = \frac{K_{IIC}^2}{\pi p^2 \left[0,5a_1^2 + a_2 - a_1 \sqrt{0,25a_1^2 + a_2} \right]},$$

$$\operatorname{ctg} \theta_* = \frac{K_{IIC}^2 \left[(0,5a_1^2 + a_2 - a_1 \sqrt{0,25a_1^2 + a_2})^{-1} - 1 \right]}{\pi p^2 h (0,5a_1^2 + a_2 - a_1 \sqrt{0,25a_1^2 + a_2})}, \quad (11)$$

де $a_1 = d_2 K_{2IIC} K_{IIC}^{-1} (h - d_2)^{-1}$, $a_2 = h(h - d_2)^{-1}$.

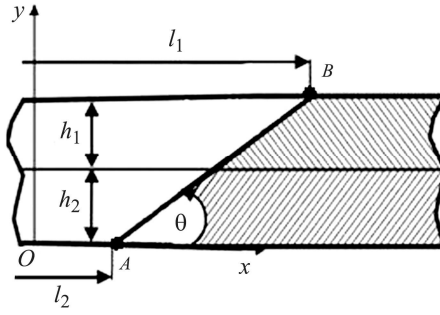


Рис. 3. Модель перерізу двошарової пластини по площині тріщини.

Fig. 3. Model representation of a two-layer plate in the crack plane.

Прийmemo, що під час поширення тріщини різниця Δl між довжинами l_1 і l_2 на її поверхні змінюватиметься від нуля до $h \text{ctg}\theta_*$, тобто

$$\Delta l = h(l_1^n - l_0^n)(l_{1*}^n - l_0^n)^{-1} \text{ctg}\theta_* . \quad (12)$$

Тут показник степеня n залежить від характеристик матеріалів шарів пластини та визначається експериментально. Тепер для обчислення КІН у поверхневих точках контуру тріщини отримаємо наближені формули

$$K_{2I}(l_2, 0) \approx p\sqrt{\pi(l_1 - \Delta l)} \left[hd_2^{-1} + l_1^{-1}(l_1 - \Delta l)(1 - hd_2^{-1}) \right] \quad (l_0 \leq l_1 < l_{1*}),$$

$$K_{II}(l_1, h) \approx p\sqrt{\pi l_1} \left[\frac{h}{l_1} + \frac{(l_1 - \Delta l)(l_1 - h)}{l_1^2} \right] \quad (l_0 \leq l_1 < l_{1*}), \quad (13)$$

де КІН залежать тільки від однієї змінної $l_1(t)$, для знаходження якої достатньо тільки першого рівняння (5). Водночас ці значення КІН не менші ніж, отримані за формулами (7). Це означає, що похибка розв'язку задачі за наближеними формулами (13) і співвідношеннями (5) компенсується запасом довговічності пластини. Таким чином, визначення періоду $t = t_*$ спростимо і зведемо до математичної задачі

$$\frac{dl_1}{dt} = A_1 \left[K_{II}(l_1) K_{IIC}^{-1} \right]^{2m_1} \left[1 - K_{IIC}^{-2} K_I^2(l_1) \right]^{-1}, \quad (14)$$

$$l_1(0) = l_0, \quad l_1(t_*) = l_{1*}, \quad K_{II}(l_{1*}) = K_{IIC},$$

де коефіцієнт $K_{II}(l_1)$ знаходимо за другою формулою (13).

Щоб одержати числові результати, вважаємо, що шар завтовшки h_1 виготовлений зі сталі 321 [8], а товщиною h_2 – зі сталі 15Х2МФА [9]. Для цих матеріалів відомі експериментальні дані, за якими можна побудувати кінетичну діаграму поширення тріщини високотемпературної повзучості (рис. 4). Зокрема, для сталі 321 [8]: $m_1 = 0,85$, $A_1 = 2,25 \cdot 10^{-5}$ м/х, $K_{IIC} = 100$ МПа $\sqrt{\text{м}}$, $h_1 = 0,002$ м, $d_1 = 0,001$ м, $p = 250$ МПа; для сталі 15Х2МФА [9]: $m_2 = 2,13$, $K_{2IIC} = 210$ МПа $\sqrt{\text{м}}$, $A_2 = 1,56 \cdot 10^{-3}$ м/х, $h_2 = 0,002$ м, $d_2 = 0,001$ м. Тепер, підставляючи ці дані у співвідношення (5), (7) і (10), для встановлення періоду $t = t_*$ маємо систему диференціальних рівнянь

$$\frac{dl_1}{dt} = \frac{2,8 \cdot 10^{-4} [\sqrt{l_1} (l_2/l_1 + 4 \cdot 10^{-3} (1 - l_2/l_1) l_1^{-1})]^{1,7}}{1 - 19,63 l_1 [l_2/l_1 + 4 \cdot 10^{-3} (1 - l_2/l_1) l_1^{-1}]^2}, \quad (15)$$

$$\frac{dl_2}{dt} = \frac{3,75 \cdot 10^{-2} [\sqrt{l_2} (4 - 3l_2/l_1)]^{4,26}}{1 - 4,45 l_2 [4 - 3l_2/l_1]^2}.$$

Її розв'язували числовим методом Рунге–Кута, вважаючи, що початкові розміри тріщини на поверхні пластини однакові, тобто $l_{10} = l_{20} = l_0$, а критичний розмір

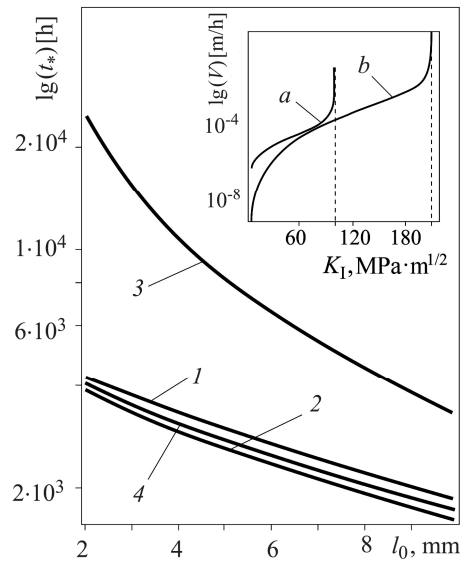
визначали за критерієм Ірвіна [7]. У результаті побудовано (рис. 4) залежність залишкової довговічності t_* двошарової пластини від початкової довжини тріщини l_0 (крива 1). На цьому рисунку зображені також залежності довговічності пластини з прямолінійною тріщиною (аналог задачі Гріффітса за статичного розтягу і високої температури) від початкового розміру дефекту, коли пластина виготовлена із сталей 321 та 15Х2МФА [8, 9]. Порівняння кривих підтверджує правильність запропонованого підходу для визначення довговічності двошарової пластини за системою рівнянь (15).

$$\frac{dl_1}{dt} = \frac{2,8 \cdot 10^{-4} \{\sqrt{l_1} [l_1^{-1} (l_1 - \Delta l) + 4 \cdot 10^{-3} \Delta l \cdot l_1^{-2}]\}^{1,7}}{1 - 19,63 l_1 [l_1^{-1} (l_1 - \Delta l) + 4 \cdot 10^{-3} \Delta l \cdot l_1^{-2}]^2}, \quad (16)$$

$$l_1(0) = l_0, \quad l_1(t_*) = l_1^*, \quad K_{II}(l_1^*) = K_{IIc}.$$

Рис. 4. Залежність залишкової довговічності двошарової пластини t_* від початкової довжини тріщини l_0 (криві 1 і 4), а також для пластин зі сталей 321 (крива 2) та 15Х2МФА (крива 3) і кінетичні діаграми $\lg V \sim K_I$ поширення тріщин високотемпературної повзучості в сталях 321 (крива *a*) і 15Х2МФА (крива *b*).

Fig. 4. Dependence of $t_* \sim l_0$ for a two-layer plate (curves 1, 4), for the plates of 321 (curve 2) and 15Х2МФА (curve 3) steels and kinetic diagrams $\lg V \sim K_I$ of high temperature creep crack propagation for 321 (curve *a*) and 15Х2МФА steels (curve *b*).



Тут величину Δl визначали за формулами (11), (12), а також з розв'язку рівнянь (15). Інтегруючи рівняння (16) за заданих початкових і кінцевих умов, для обчислення періоду $t = t_*$ отримали:

$$t_* = 3571 \int_{l_0}^{0,1} \frac{1 - 19,63 l_1 [l_1^{-1} (l_1 - \Delta l) + 4 \cdot 10^{-3} \Delta l \cdot l_1^{-2}]^2}{\{\sqrt{l_1} [l_1^{-1} (l_1 - \Delta l) + 4 \cdot 10^{-3} \Delta l \cdot l_1^{-2}]\}^{1,7}} dl_1, \quad (17)$$

де $\Delta l = 0,027(l_1^{2,7} - l_0^{2,7})(0,1^{2,7} - l_0^{2,7})^{-1}$.

Після інтегрування співвідношення (17) побудували залежність періоду $t = t_*$ (рис. 4, крива 4) від початкового розміру тріщини l_0 . Крива 4 несуттєво відрізняється від кривої 1, побудованої точнішим методом. Це свідчить про доцільність запропонованого наближеного підходу, за яким для знаходження періоду $t = t_*$ застосовували простішу проти (15) математичну задачу (16). Його перевага відчутніша і під час розв'язання складніших задач, зокрема, про поширення в двошарових пластинках систем тріщин високотемпературної повзучості.

Двошарова пластина зі системою тріщин. Розглянемо двошарову металеву пластину з товщинами шарів h_1, h_2 ($h_1 + h_2 = h$), послаблену системою z наскрізних макроскопічних тріщин L_j ($j = 1, \dots, z$), яка перебуває під дією довготривалого статичного навантаження зі силовим параметром p і високої температури. Нехай конфігурацію пластини та геометричне розміщення тріщин визначають лінійні параметри a_1, \dots, a_k , а конфігурацію кожної тріщини – параметри b_1, \dots, b_z . Прийнемо параметри a_q такими, що $a_q \rightarrow \infty$ ($q = 1, \dots, k$). Отримаємо необмежену

двошарову пластину, послаблену однією тріщиною конфігурації b_j .

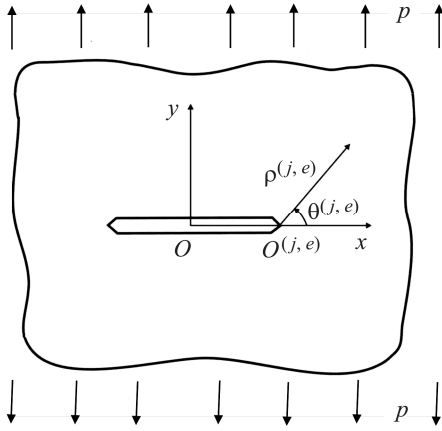


Рис. 5. Схема навантаження пластини з тріщиною конфігурації b_j .

Fig. 5. Loading mode of a plate with a crack of configuration b_j .

Виберемо на поверхні пластини, де найдовші тріщини, в e -ій вершині кожної тріщини L_j локальну систему координат $O^{(j,e)} \rho^{(j,e)} \theta^{(j,e)}$ (рис. 5) і позначимо через $\Delta l^{(j,e)}$ приріст довжини j -ої тріщини відповідно на її кінцях. Необхідно визначити час $t = t_*$, коли довжина однієї з тріщин досягне критичного значення $l^{(j,e)} = l_*^{(j,e)}$ і пластина зруйнується.

Вважаємо, що різниці між поверхневими довжинами кожної тріщини набагато менші від їх загальної довжини. Щоб розв'язати задачу, узагальнимо її для згаданого енергетичного підходу. Також скористаємося відомою [7] гіпотезою про поширення повзучих тріщин в напрямку максимально можливих швидкостей їх росту. У результаті задачу зведемо до розв'язування системи диференціальних рівнянь

$$\frac{dl^{(j,e)}}{dt} = \left[\frac{\partial W_{pl,2}^{(j,e)}}{\partial t} \right]_{t=\Delta t} [\gamma_C - \gamma_t^{(j,e)}]^{-1}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta^{(j,e)}} \left[\left(\frac{\partial W_{pl,2}^{(j,e)}}{\partial t} \right)_{t=\Delta t} [\gamma_C - \gamma_t^{(j,e)}]^{-1} \right]_{\theta^{(j,e)} = \theta_t^{(j,e)}} = 0 \quad (19)$$

з початковими і кінцевими умовами

$$t = 0, \quad l^{(j,e)}(0) = l_0^{(j,e)}, \quad t = t_*, \quad l^{(\xi,e)}(t_*) = l_*^{(\xi,e)}, \quad \gamma_t^{(\xi,e)}(l_*^{(\xi,e)}) = \gamma_C, \quad (20)$$

$$\max_j \left[\gamma_t^{(j,e)}(l_*^{(j,e)}) (\gamma_C)^{-1} \right] = \gamma_t^{(\xi,e)}(l_*^{(\xi,e)}) (\gamma_C)^{-1}.$$

Тут $W_{pl,2}^{(j,e)}$ – частина роботи пластичних деформацій під час повзучості за розтягу зони передруйнування біля e -ої вершини тріщини L_j , яка виділяється за сталої довжини тріщини, генерується пластиною і залежить тільки від часу t ; $\gamma_t^{(j,e)}$ – робота пластичних деформацій у зоні передруйнування біля e -ої вершини тріщини L_j ; γ_C – її критичне значення; $\theta_t^{j,e}$ – кути, що визначають напрямок поширення кінців тріщини L_j ; $l^{(j,e)}$ – критичне підростання e -го кінця тріщини за руйнування пластини. Величини у виразах (18)–(20) визначатимемо так [7]:

$$\left[\frac{\partial W_{pl,2}^{(j,e)}(t)}{\partial t} \right]_{t=\Delta t} = 2\alpha_0 \cdot \delta_C \sigma_t \left[\frac{\partial}{\partial t} \left[\delta_{I\theta}^{(j,e)} \cdot \sigma_{0f}^{(j,e)} + \delta_{II\theta}^{(j,e)} \cdot \tau_{0f}^{(j,e)} \right] \right]_{t=\Delta t}, \quad (21)$$

$$\delta_{I\theta}^{(j,e)} = \delta_{I\theta}^{(j,e)}(0) + \dot{\delta}_{I\theta}^{(j,e)} \cdot t, \quad \delta_{II\theta}^{(j,e)} = \delta_{II\theta}^{(j,e)}(0) + \dot{\delta}_{II\theta}^{(j,e)} \cdot t,$$

$$\gamma_t^{(j,e)} = \delta_t^{(j,e)} \sigma_t^{(j,e)} = \delta_{I\theta}^{(j,e)} \sigma_{0t}^{(j,e)} + \delta_{II\theta}^{(j,e)} \tau_{0t}^{(j,e)}, \quad \gamma_C = \delta_C \sigma_t = K_{IC}^2 E^{-1},$$

$$\delta_{I\theta}^{(j,e)} = \frac{(K_{I\theta}^{(j,e)})^2}{E \sigma_{0t}^{(j,e)}}, \quad \delta_{II\theta}^{(j,e)} = \frac{(K_{II\theta}^{(j,e)})^2}{E \tau_{0t}^{(j,e)}}, \quad \delta_{I\theta}^{(j,e)} = \frac{(K_{I\theta}^{(j,e)})^2}{E \tau_{0t}^{(j,e)}},$$

де $\delta_t^{(j,e)}(x)$ – розкриття в зоні передруйнування біля e -ої вершини тріщини L_j ; $\delta_{I\theta}^{(j,e)}$, $\delta_{II\theta}^{(j,e)}$ – проєкції $\delta_t^{(j,e)}(x)$ на напрямні орти полярної системи координат $O^{(j,e)}\rho^{(j,e)}\theta^{(j,e)}$; $\sigma_t^{(j,e)}$ – усереднені напруження в зоні передруйнування біля e -ої вершини тріщини L_j ; $\sigma_{0r}^{(j,e)}$, $\delta_{0r}^{(j,e)}$ – відповідні їх проєкції; $K_{I\theta}^{(j,e)}$, $K_{II\theta}^{(j,e)}$ – наближені значення КІН біля поверхневої e -ої вершини j -ої тріщини вздовж напрямку під кутом $\theta_t^{j,e}$ до її дотичної, які визначають аналогічно, як і формули (13).

Отже, кінетичні рівняння (18), (19) з урахуванням умов (20) та співвідношень (21) складають розрахункову модель для знаходження залишкової довговічності двошарової пластини зі системою тріщин, що перебуває під дією довготривалого статичного навантаження та високої температури.

Двошарова металева пластина з двоякоперіодичною системою тріщин. Розглянемо нескінченну металеву двошарову пластину з товщиною шарів h_1, h_2 ($h_1 + h_2 = h$), яка містить двоякоперіодичну систему прямолінійних тріщин завдовжки $2l_0$, центри яких розміщені у вузлах квадратної решітки зі стороною a . Пластина перебуває під дією високої температури та розтягується в нескінченно віддалених точках довготривалими рівномірно розподіленими зусиллями інтенсивності p , які напрямлені перпендикулярно до лінії розміщення тріщин. Вважаємо, що поверхнева довжина тріщин у першому шарі буде завжди найбільша. Необхідно визначити час $t = t_*$, коли тріщини підростуть до критичного розміру $l_1 = l_1^*$ і пластина зруйнується. Під час розв'язування задачі скористаємося математичною моделлю (18)–(20), яку з урахуванням того, що напружено-деформований стан у пластині симетричний відносно лінії розміщення тріщин, тобто описується в околі її вершини через КІН, запишемо у вигляді [6, 7]

$$\frac{dl_1}{dt} = \frac{A_1(K_{II}K_{IIC}^{-1})^{2m_1}}{1 - K_{II}^2K_{IIC}^{-2}} \quad (22)$$

з початковою та кінцевою умовами

$$t = 0, l_1(0) = l_0; \quad t = t_*, l_1(t_*) = l_1^*; \quad K_{II}(l_1^*) = K_{IIC}. \quad (23)$$

Тут l_1 – довжина тріщини на поверхні першого шару, яка під час її поширення завжди найбільша; K_{II} – КІН біля вершини тріщини l_1 ; K_{IIC} – його критичне значення; A_1, m_1 – константи високотемпературної повзучості матеріалу шару [7].

Інтегруючи рівняння (22) за початкових і кінцевих умов (23), отримуємо таку формулу для визначення періоду $t = t_*$:

$$t_* = \frac{aK_{IIC}^{2m_1}}{2A_1} \int_{\lambda_0}^{\lambda_*} \frac{(1 - K_{II}^2K_{IIC}^{-2})d\lambda}{K_{II}^{2m_1}}, \quad \lambda = \frac{2l_1}{a}, \quad \lambda_0 = \frac{2l_0}{a}, \quad \lambda_* = \frac{2l_1^*}{a}. \quad (24)$$

КІН K_{II} знаходимо так. Оскільки різниця між поверхневими довжинами тріщин набагато менша від їх довжин, то вплив конфігурації контуру тріщини по товщині пластини на коефіцієнт K_I для систем тріщин буде такий самий, як і для одинарної. Тоді з урахуванням цього і результатів праць [6, 10] отримуємо:

$$K_{II}(\lambda) \approx p\sqrt{0,5\pi a\lambda} \left[\frac{2h}{a\lambda} + \frac{(0,5a\lambda - \Delta l)(0,5a\lambda - h)}{0,25a^2\lambda^2} \right] [1 + 0,276\lambda^2 + 0,178\lambda^4 - 0,081\lambda^6 + O(\lambda^8)], \quad (\lambda_0 \leq \lambda < \lambda_*) \quad (25)$$

Тут величину Δl визначали зі співвідношень (11), (12).

Розглянемо випадок, коли шар товщиною $h_1 = 0,002$ м виготовлений зі сталі 321 [8], а завтовшки $h_2 = 0,002$ м – зі сталі 15X2МФА [9], віддаль між центрами

тріщин $a = 0,285$ м. Характеристики матеріалів шарів наведені вище, а зовнішнє навантаження $p = 160$ МПа. При цьому величину Δl визначатимемо так, як і за формулою (17), а критична довжина тріщини $l_{1*} = 0,11$ м. На основі цього з урахуванням формули (25) інтегруємо співвідношення (24) числово. Вважаємо, що початкові розміри поверхневої тріщини однакові, тобто $l_{10} = l_{20} = l_0$, а критичний її розмір визначали за критерієм Ірвіна [7]. У результаті побудували (рис. 6а) залежність залишкової довговічності t_* пластини від безрозмірної початкової довжини тріщини λ_0 . Тут також наведено аналогічні залежності для пластин таких самих розмірів, тільки виготовлених із сталей 321 [8] та 15Х2МФА [9]. Їх порівняння підтверджує коректність математичної моделі (22) і (23).

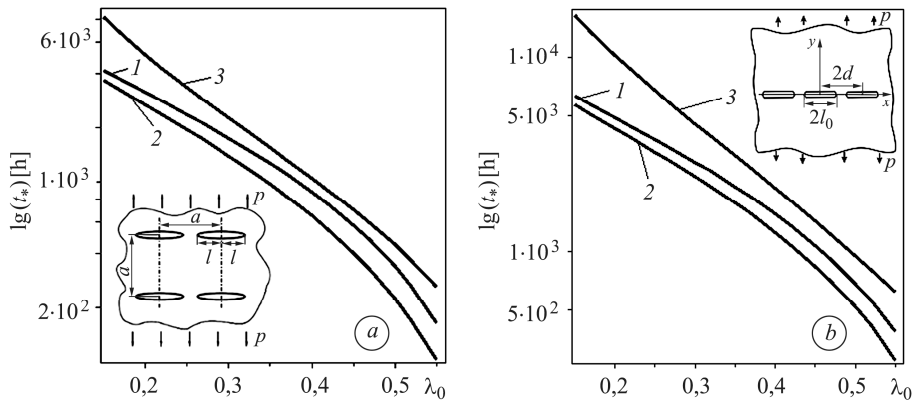


Рис. 6. Залежність залишкової довговічності t_* двошарової пластини з двоякоперіодичною (а) та періодичною (б) системами тріщини від безрозмірного початкового розміру тріщин λ_0 (крива 1); крива 2 – сталь 321; 3 – 15Х2МФА.

Fig. 6. Dependence of residual life-time t_* of a two-layer plate with double-periodic (a) and periodic (b) system of cracks on the dimensionless quantity of the initial crack size λ_0 (curve 1); curve 2 – steel 321; 3 – 15Х2МФА.

Розтяг двошарової пластини з періодичною системою тріщин. Розглянемо нескінченну двошарову пластину з товщинами шарів h_1, h_2 ($h_1 + h_2 = h$), послаблену системою періодичних прямокутних тріщин довжиною $2l_0$ (центри тріщин розміщені на одній лінії на віддалі $2d$ один від одного) і нагріту до високої температури T_0 , що викликає в зонах передруйнування біля вершин тріщин високотемпературну повзучість. У нескінченно віддалених точках пластину розтягується рівномірно розподіленими зусиллями p , які прикладені так, що напружено-деформований стан у пластині симетричний відносно лінії розміщення тріщин. Вважаємо також, що поверхнева довжина тріщин на першому шарі завжди найбільша. Потрібно визначити час $t = t_*$, коли тріщини підростуть до критичного розміру $l_1 = l_{1*}$ і пластина зруйнується.

Задачу розв'язуємо так само, як і попередню. Тут період $t = t_*$ визначатимемо за формулою (24). КІН K_{II} знаходимо, опираючись на викладені вище міркування і відомі результати [6, 10]:

$$K_{II}(\lambda, h) \approx 2p\sqrt{\pi d\lambda} \left[\frac{h}{d\lambda} + \frac{(d\lambda - \Delta l)(d\lambda - h)}{d^2\lambda^2} \right] [(1 - \lambda)(4 + 5,87\lambda)]^{-0,5}, \quad \lambda = \frac{l_1}{d}, \quad (26)$$

де величину Δl обчислюємо зі співвідношень (11), (12).

Вважаємо також, що шар товщиною $h_1 = 0,002$ м виготовлений зі сталі 321 [8], а товщиною $h_2 = 0,002$ м – зі сталі 15Х2МФА [9], віддаль між центрами тріщин $d = 0,143$ м. Характеристики матеріалів шарів пластини подано вище, а навантаження $p = 140$ МПа. На основі цього і враховуючи формулу (26), інтегруємо

співвідношення (22) числово. При цьому припускаємо, що початкові розміри тріщини на поверхні пластини однакові, тобто $l_{10} = l_{20} = l_0$, а критичний її розмір визначаємо за критерієм Ірвіна [7]. Побудували (рис. 6b) залежність залишкової довговічності t_* двошарової пластини з періодичною системою тріщин від безрозмірної їх початкової довжини λ_0 та одношарових зі сталей 321 [8] і 15X2МФА [9] (тобто, коли $\Delta l = 0$ у співвідношенні (26)). Порівняння кривих підтверджує правильність задачі (22) і (23).

ВИСНОВКИ

За енергетичним підходом побудована розрахункова модель, за якою можна визначити залишкову довговічність двошарових металевих пластин зі системами тріщин за високих температур. Реалізовано модель під час розв'язку задач про довготривалий розтяг пластин з періодичною та двоякоперіодичною системами тріщин. На основі цього розраховано залишковий ресурс пластини, в якій шари виготовлені з різних енергетичних сталей. Виявлено, що її довговічність суттєво залежить від початкового розміру дефекту.

РЕЗЮМЕ. Разработаны расчетные модели для определения долговечности двухслойных пластин с системами трещин при длительных статических нагрузках и высокой температуре. Модели базируются на первом законе термодинамики баланса энергетических составляющих и скоростей их изменения в металлическом теле, которое содержит макротрещины и подвергнуто воздействию длительного растяжения и высокотемпературного поля. Рассмотрены периодическая и двоякопериодическая системы трещин.

SUMMARY. The calculation models for determination of the life-time of two-layer plates with the systems of cracks under long-term static loadings and high temperature are formulated. These models are based on the first law of thermodynamics on energy balance and their changes rates in a metallic body, containing a system of macro cracks and subjected to long-term tension and high-temperature field effect. The concrete cases of periodic and double-periodic system of cracks are considered.

1. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
2. *Лепин Г. Ф.* Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. – М.: Metallurgy, 1976. – 376 с.
3. *Тайра С., Отани Р.* Теория высокотемпературной прочности материалов. – М.: Metallurgy, 1986. – 280 с.
4. *Kaminsky A. A.* Subcritical Crack Growth in Polymer Composite Materials under Creep // Adv. in fracture resistance and structural integrity: Selected papers from the 8th Int. Conf. on Fract. (8–14 June 1993), Kijev, Ukraine – Pergamon, 1994. – P. 513–520.
5. *Garofalo F.* Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. – New York; London: Mac Millan Company, 1970. – 344 p.
6. *Визначення періоду докритичного росту наскрізної тріщини високотемпературної повзучості в двошаровій пластині / О. С. Андрейків, В. Р. Скальський, І. Я. Долінська, Л. Н. Добровольська // Проблеми прочності. – 2014. – 46, № 3. – С. 38–47.*
(*Estimation of the subcritical growth period for a through crack of high-temperature creep in a two-layer plate / O. E. Andreikiv, V. R. Skal's'kyi, I. Ya. Dolins'ka, L. N. Dobvol's'ka // Strength of Materials. – 2014. – 46, № 3. – P. 38–47.*)
7. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Механіка руйнування металічних пластин при високотемпературній повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2006. – 42, № 2. – С. 62–68.
(*Andreikiv O. Ye., Sas N. B.* Fracture mechanics of metal plates under high-temperature creep // Materials Science. – 2006. – 42, № 2. – P. 210–219.)
8. *Creep, fatigue and creep-fatigue crack growth rates in parent and simulated HAZ type 321 stainless steel / D. N. Gladwin, D. A. Miller, G. J. Neate, R. H. Priest // Fatigue and Fract. Eng. Mater. and Struct. – 1988. – 11, № 5. – P. 355–370.*
9. *Хромченко Ф. А.* Ресурс сварных соединений паропроводов – М.: Машиностроение, 2002. – 352 с.
10. *Stress intensity factors handbook / Ed. Y. Murakami. – Pergamon Books LTD, 1987. – Vol. 1; 2.*

Одержано 16.10.2014