

УДК 539.3

ЗАКРИТА ПІВНЕСКІНЧЕННА ТРІЩИНА НА МЕЖІ ПРУЖНОЇ СМУГИ І ЖОРСТКОЇ СТІНКИ

В. І. ОСТРИК

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

Проаналізовано стиск і зсув пружної смуги з півнескінченною тріщиною на межі смуги і жорсткої стінки. Тріщина повністю закрита, а її береги знаходяться в умовах фрикційного проковзування. Методом Вінера–Гопфа отримано аналітичний розв’язок задачі. Знайдено розподіли нормальних і дотичних напружень на лінії тріщини та її продовженні, коефіцієнт інтенсивності зсувних напружень.

Ключові слова: міжфазна тріщина, пружна смуга, тертя, ковзний контакт, метод Вінера–Гопфа.

Напружений стан пружної однорідної площини з прямолінійною тріщиною в умовах стиску та зсуву вивчали раніше [1]. Вважали, що тріщина повністю закрита, а її береги фрикційно контактують. Нижче розглянуто аналогічну задачу для міжфазної півнескінченної тріщини, яка знаходиться на межі пружної смуги і жорсткої стінки.

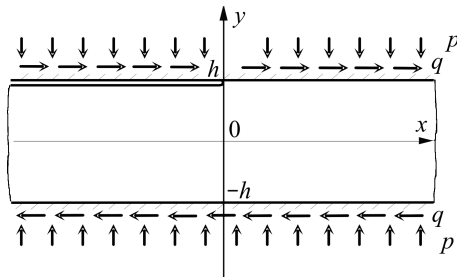


Рис. 1. Пружна смуга з тріщиною.

Fig. 1. Elastic strip with a crack.

Постава задачі. Пружна смуга $-\infty < x < \infty$, $-h \leq y \leq h$ затиснута між двома нескінченними жорсткими стінками, до яких прикладені рівномірно розподілені стискальні p і зсувні q навантаження (рис. 1). Нижня грань $y = -h$ і частина $(0 \leq x < \infty)$ верхньої грані $y = h$ смуги скріплені зі стінками, а інша частина $(-\infty < x < 0)$ $y = h$ не закріплена і контактує зі стінкою. Тобто на межі між стінкою та смугою утворена півнескінченна тріщина $-\infty < x < 0$, $y = h$, береги якої контактують.

Враховуючи сили тертя на ділянці контакту, маємо крайову задачу для пружної смуги з мішаними крайовими умовами:

$$u_y|_{y=h} = -\delta_1, \quad -\infty < x < \infty; \quad u_x|_{y=h} = \delta_2, \quad 0 \leq x < \infty;$$

$$\tau_{yx}|_{y=h} = -\mu_0 \sigma_y|_{y=h}, \quad -\infty < x < 0; \quad u_x|_{y=-h} = 0, \quad u_y|_{y=-h} = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad (1)$$

де δ_1 , δ_2 – нормальне та тангенціальне відносні зміщення стінок; μ_0 – коефіцієнт тертя. Третя крайова умова (1) вказує на проковзування відносно стінки нижнього берега тріщини у напрямку від її вершини, що справедливо за значного зсуву, коли $q > \mu_0 p$.

Відносні зміщення стінок δ_1 , δ_2 виразимо через інтенсивності навантаження p , q із умов на нескінченності ($x \rightarrow \pm\infty$):

Контактна особа: В. І. ОСТРИК, e-mail: v.i.ostryk@gmail.com

$$\frac{\delta_1}{2h} = \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{p}{2G}, \quad \frac{\delta_2}{2h} = \frac{2q-\mu_0 p}{G}, \quad (2)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона; G – модуль зсуву.

Інтегральне рівняння задачі та його розв'язання. Застосовуючи інтегральне перетворення Фур'є до рівнянь рівноваги та умов (1), матимемо:

$$\begin{aligned} u_x|_{y=h} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda(2\mu h)a_1(\mu) + \mu\lambda_1(2\mu h)a_2(\mu)}{\mu\Delta(2\mu h)} e^{-i\mu x} d\mu, \\ \frac{1}{2G}\sigma_y|_{y=h} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu\Delta_1(2\mu h)a_2(\mu) - \lambda_{12}(2\mu h)a_1(\mu)}{\Delta(2\mu h)} e^{-i\mu x} d\mu, \\ a_1(\mu) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(x)e^{i\mu x} dx, \quad g(x) = \frac{1}{2G}(\tau_{yx} + \mu_0\sigma_y)|_{y=h}, \\ a_2(\mu) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u_y|_{y=h} e^{i\mu x} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (-\delta_1)e^{i\mu x} dx = -\delta_1\delta(\mu), \\ \lambda(\tau) &= \frac{\lambda_{11}(\tau)\lambda_{22}(\tau) - \lambda_{12}(\tau)\lambda_{21}(\tau)}{\Delta_1(\tau)} = (3-4\nu)^2(\text{ch}2\tau-1) - 2\tau^2, \\ \lambda_1(\tau) &= \lambda_{21}(\tau) - \mu_0\lambda_{22}(\tau), \quad \Delta(\tau) = \lambda_{11}(\tau) - \mu_0\lambda_{12}(\tau), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{11}(\tau) &= 2(1-\nu)[(3-4\nu)\text{sh}2\tau - 2\tau], \quad \lambda_{12}(\tau) = -\lambda_{21}(\tau) = -2i[(3-4\nu)(1-2\nu)\text{sh}^2\tau - \tau^2], \\ \lambda_{22}(\tau) &= 2(1-\nu)[(3-4\nu)\text{sh}2\tau + 2\tau], \quad \Delta_1(\tau) = (3-4\nu)(\text{ch}2\tau-1) + 2\tau^2 + 8(1-\nu)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут $\delta(\mu)$ – дельта-функція Дірака. Функція $g(x)$ напружень на верхній грані смуги невідома на закріпленій її частині ($0 < x < \infty$) і дорівнює нулю на лінії тріщини ($-\infty < x < 0$) згідно з третьою крайовою умовою (1).

Подавши

$$g(r) = \frac{q-\mu_0 p}{G} + g_*(r), \quad g_*(\infty) = 0, \quad (4)$$

виконавши заміни змінних

$$x = 2h\xi, \quad r = 2h\eta \quad (5)$$

і перейшовши до нової невідомої функції

$$\varphi(\eta) = g_*(2h\eta), \quad 0 < \eta < \infty, \quad (6)$$

із першої рівності (3) дістанемо:

$$\begin{aligned} u_x|_{y=h} &= \delta_2 - \frac{q-\mu_0 p}{G} \cdot 2h \left(\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda(\tau)}{\tau^2 \Delta(\tau)} e^{-i\tau\xi} d\tau + 1 \right) + \\ &+ 2h \int_0^{\infty} \varphi(\eta) d\eta \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda(\tau)}{\tau \Delta(\tau)} e^{-i\tau(\xi-\eta)} d\tau. \end{aligned} \quad (7)$$

Задовольнивши виразом (7) другу умову (1), отримаємо інтегральне рівняння

$$\int_0^{\infty} k(\xi-\eta)\varphi(\eta) d\eta = f(\xi), \quad 0 < \xi < \infty, \quad (8)$$

$$k(\xi-\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-i\tau(\xi-\eta)} d\tau, \quad K(\tau) = \frac{\lambda(\tau)}{\tau \Delta(\tau)},$$

$$f(\xi) = \frac{q - \mu_0 p}{G} \left(\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda(\tau)}{\tau^2 \Delta(\tau)} e^{-i\tau\xi} d\tau + 1 \right) = \frac{q - \mu_0 p}{G} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda(is'_k)}{s_k'^2 \Delta'(is'_k)} e^{s'_k \xi}.$$

Тут інтеграл із правої частини рівняння перетворили за теорією лишків, а через s'_k ($k=1, 2, \dots$) позначили корені рівняння $\Delta(is) = 0$ із півплощини $\text{Re } s < 0$.

До розв'язання інтегрального рівняння (8) застосуємо метод Вінера–Гопфа [2]. Продовжимо рівняння (8) на всю числову вісь, поклавши $\varphi(\eta) = 0$, якщо $-\infty < \eta \leq 0$, і застосуємо до нього інтегральне перетворення Фур'є. Увівши до розгляду невідомі функції комплексної змінної

$$\Phi^+(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \varphi(\xi) e^{iz\xi} d\xi, \quad \Phi^-(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{iz\xi} d\xi \int_0^{\infty} k(\xi - \eta) \varphi(\eta) d\eta, \quad (9)$$

аналітичні відповідно у півплощинах $\text{Im } z > c^+$ ($c^+ < 0$) і $\text{Im } z < c^-$ ($c^- > 0$) комплексної площини, отримаємо функціональне рівняння

$$K(z) \Phi^+(z) - \Phi^-(z) = F^+(z), \quad -\infty < \text{Re } z < \infty, \quad c^+ < \text{Im } z < c^-, \quad (10)$$

$$F^+(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f(\xi) e^{iz\xi} d\xi = -\frac{q - \mu_0 p}{G\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda(is'_k)}{s_k'^2 \Delta'(is'_k)} \frac{1}{s'_k + iz}.$$

Факторизуємо коефіцієнт $K(z)$ рівняння, тобто подамо його у вигляді

$$K(z) = K(0) K^+(z) K^-(z), \quad K(0) = 2, \quad (11)$$

де $K^+(z)$ і $K^-(z)$ – функції, які аналітичні та не обертаються в нуль у півплощинах $\text{Im } z > c^+$ і $\text{Im } z < c^-$ відповідно. Факторизацію (11) здійснюємо у нескінченних добутках:

$$K^+(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{iz}{\tau_n} \right) \left(1 + \frac{iz}{s_n} \right)^{-1}, \quad K^-(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{iz}{\tau_n} \right) \left(1 + \frac{iz}{s_n} \right)^{-1}, \quad (12)$$

де τ_n і s_n ($n=1, 2, \dots$) – корені рівнянь $\lambda(is) = 0$ і $\Delta(is) = 0$ із півплощини $\text{Re } s > 0$.

Праву частину рівняння (10), віднесено до функції $K^-(z)$, подамо різницею аналітичних у півплощинах $\text{Im } z > c^+$, $\text{Im } z < c^-$ функцій:

$$\frac{F^+(z)}{K^-(z)} = f^+(z) - f^-(z), \quad f^+(z) = 2 \frac{q - \mu_0 p}{G\sqrt{2\pi}} \frac{K^+(z) - 1}{iz}.$$

Розв'язок функціонального рівняння (10) знаходимо у вигляді [2]

$$\Phi^+(z) = -\frac{q - \mu_0 p}{G\sqrt{2\pi}} \frac{1}{iz} \left(\frac{1}{K^+(z)} - 1 \right), \quad (13)$$

а інтегрального (8) отримаємо, застосувавши обернене перетворення Фур'є до першої рівності (9):

$$\varphi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^+(\tau) e^{-i\tau\xi} d\tau = -\frac{q - \mu_0 p}{G\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\tau} \left(\frac{2\tau\Delta(\tau)}{\lambda(\tau)} K^-(\tau) - 1 \right) e^{-i\tau\xi} d\tau. \quad (14)$$

Напруження та переміщення на верхній грані смуги. Перетворивши інтеграл із виразу (14) у ряд за теорією лишків і, повернувшись до замін рівності (3) (четверта рівність), (4)–(6), знайдемо лінійну комбінацію дотичних і нормальних напружень на закріпленій частині верхньої грані смуги ($\xi = x/(2h)$):

$$\frac{1}{2G}(\tau_{yx} + \mu_0 \sigma_y) \Big|_{y=h} = \frac{q - \mu_0 p}{G} \left(1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Delta(-i\tau_k)}{\lambda'(i\tau_k)} K^-(-i\tau_k) e^{-\tau_k \xi} \right), \quad 0 < x < \infty. \quad (15)$$

Із другої, третьої та четвертої рівностей (3) з урахуванням заміни (4)–(6), першої рівності (9), третьої рівності (8), а також (11) і (13) матимемо:

$$\frac{1}{2G} \sigma_y \Big|_{y=h} = -\frac{p}{2G} + \frac{q - \mu_0 p}{G} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda_{12}(\tau)}{\tau \Delta(\tau) K^+(\tau)} e^{-i\tau \xi} d\tau, \quad \xi = \frac{x}{2h}. \quad (16)$$

У верхній півплощині комплексної площини підінтегральна функція із формули (16) має прості полюси у точках $\tau = is_k$, у нижній (якщо врахувати (11) і третю рівність (8)) – у точках $\tau = -i\tau_k$ ($k = 1, 2, \dots$). Обчислюючи інтеграл із виразу (16) через лишки підінтегральної функції у вказаних полюсах, отримуємо нормальні напруження на верхній грані смуги ($\xi = x/(2h)$):

$$\begin{aligned} \sigma_y \Big|_{y=h} &= -p + 2(q - \mu_0 p) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_{12}(is_k)}{is_k \Delta'(is_k)} \frac{1}{K^+(is_k)} e^{s_k \xi}, \quad -\infty < x < 0; \\ \sigma_y \Big|_{y=h} &= -p + 4(q - \mu_0 p) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_{12}(i\tau_k)}{\lambda'(i\tau_k)} K^-(-i\tau_k) e^{-\tau_k \xi}, \quad 0 < x < \infty. \end{aligned} \quad (17)$$

Узявши лінійну комбінацію формули (15) і другої рівності (17), знайдемо дотичні напруження на закріпленій частині верхньої грані смуги:

$$\tau_{yx} \Big|_{y=h} = q + (q - \mu_0 p) \left(1 + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_{11}(i\tau_k)}{\lambda'(i\tau_k)} K^-(-i\tau_k) e^{-\tau_k \xi} \right), \quad \xi = \frac{x}{2h}, \quad 0 < x < \infty.$$

Аналогічно (16) із першої рівності (3) знаходимо тангенціальні переміщення:

$$u_x \Big|_{y=h} = \frac{2h}{G} \left(q - 2\mu_0 p - (q - \mu_0 p) \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda(\tau)}{\tau^2 \Delta(\tau) K^+(\tau)} e^{-i\tau \xi} d\tau \right).$$

Обчисливши останній інтеграл за лишками, з урахуванням другої рівності (2) отримуємо переміщення на незакріпленій частині верхньої грані смуги:

$$u_x \Big|_{y=h} = \delta_2 - \frac{2h}{G} (q - \mu_0 p) \left(2 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda(is_k)}{s_k^2 \Delta'(is_k) K^+(is_k)} e^{s_k \xi} \right), \quad \xi = \frac{x}{2h}, \quad -\infty < x < 0.$$

Установимо асимптотичну поведінку напружень на верхній грані смуги в околі вершини тріщини ($y = h, x \rightarrow \pm 0$), узявши до уваги, що згідно з працею [3]

$$K^+(z) \sim A^+(-iz)^{-\rho}, \quad K^-(z) \sim A^-(iz)^{\rho-1}, \quad |z| \rightarrow \infty; \quad \rho = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctg \frac{\mu_0(1-2\nu)}{2(1-\nu)},$$

$$A^+ = \pi^\rho e^{-C\rho} \frac{-s'_1}{\tau_1} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{-s'_{n+1}}{\tau_{n+1}} e^{\frac{\rho}{2[(n+1)/2]}}, \quad A^- = \frac{\kappa}{2A^+}, \quad \kappa = \frac{3-4\nu}{\sqrt{4(1-\nu)^2 + \mu_0^2(1-2\nu)^2}}, \quad (18)$$

де C – стала Ейлера–Маскероні.

Члени рядів із рівностей (17), якщо $\xi = 0$, мають порядки величин $k^{\rho-1}$ і $k^{-\rho-1}$ відповідно, якщо $k \rightarrow \infty$. Тобто перший ряд при $\xi = 0$ є розбіжним, а другий – збіжним. Отже, нормальні напруження на продовженні тріщини скінченні. Із виразів (9), (16) з урахуванням (13), (18), якщо $|z| \rightarrow \infty$, маємо:

$$\int_0^{\infty} \varphi(\xi) e^{i z \xi} d\xi \sim \frac{q - \mu_0 p}{A^+ G} (-iz)^{\rho-1}, \quad \int_{-\infty}^0 (\sigma_y \Big|_{y=h} + p) e^{i z \xi} d\xi \sim 4(q - \mu_0 p) A^-(iz)^{\rho-1}.$$

Звідси за тауберовою теоремою [2], враховуючи заміни із рівностей (3)–(6), отримуємо

$$\tau_{yx}|_{y=h} \sim \frac{2(q-\mu_0 p)}{A^+ \Gamma(1-\rho)} \left(\frac{x}{2h}\right)^{-\rho}, \quad x \rightarrow +0;$$

$$\sigma_y|_{y=h} \sim \frac{4(q-\mu_0 p)A^-}{\Gamma(1-\rho)} \left(-\frac{x}{2h}\right)^{-\rho}, \quad x \rightarrow -0,$$

і визначаємо коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН)

$$K_{II} = \lim_{x \rightarrow +0} (2\pi x)^\rho \tau_{yx}|_{y=h} = \frac{2(q-\mu_0 p)}{A^+ \Gamma(1-\rho)} (4\pi h)^\rho.$$

За відсутності тертя ($\mu_0 = 0$) функція $\Delta(\tau) = \lambda_{11}(\tau)$ із (3) стає непарною, і для коренів рівняння $\Delta(is) = 0$ маємо $s'_n = -s_n$ ($n = 1, 2, \dots$). Із формул (12) випливає, що $K^-(z) \equiv K^+(-z)$. Тоді зі співвідношень (18), якщо $\rho = 1/2$, отримаємо:

$$A^+ = A^- = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3-4\nu}{1-\nu}}, \quad K_{II} = 8q \sqrt{\frac{1-\nu}{3-4\nu}} h \quad (\mu_0 = 0).$$

Знайдемо інший вираз для КІН K_{II} . Подамо

$$K(z) = g(z)K_1(z), \quad g(z) = -\frac{ikz}{z^2 + a^2} \frac{\sin \pi(iz - \rho)}{\sin \pi iz},$$

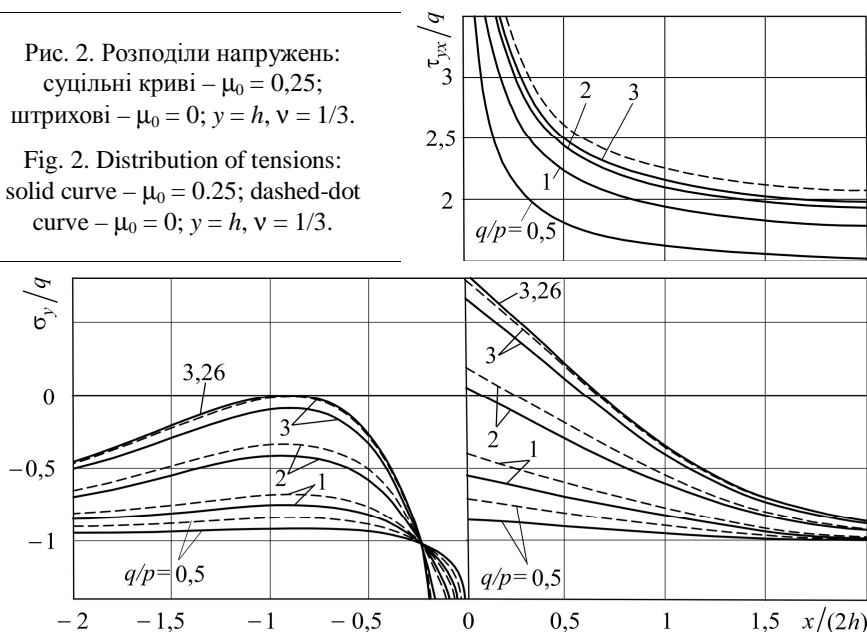
де поведінка функції $g(z)$ на нескінченності така ж, як і функції $K(z)$; a – довільна додатна стала. Виконавши факторизацію функцій $g(z)$ і $K(z)$ відповідно у гамма-функціях та інтегралах типу Коші [2], отримуємо:

$$K_{II} = 4(q-\mu_0 p) \sqrt{\frac{1-\nu}{\pi(3-4\nu)}} \exp\left(\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \arctg \frac{\lambda_{11}(\zeta) \operatorname{th} \pi \zeta - i\mu_0 \lambda_{12}(\zeta) \operatorname{tg} \pi \rho}{\lambda_{11}(\zeta) \operatorname{tg} \pi \rho + i\mu_0 \lambda_{12}(\zeta) \operatorname{th} \pi \zeta} \frac{d\zeta}{\zeta}\right) (4\pi h)^\rho.$$

Результати обчислень. На рис. 2 подано розподіли безрозмірних дотичних τ_{yx}/q і нормальних σ_y/p напружень на верхній грані смуги ($y = h$), якщо коефіцієнт Пуассона $\nu = 1/3$ за різних відношень інтенсивностей q/p зсувного та стискального навантажень ($q/p = 0,5; 1; 2; 3; 3,26$). Суцільні криві відповідають фрикційному контакту берегів тріщини ($\mu_0 = 0,25$), а штрихові – гладкому ($\mu_0 = 0$). Тертя між берегами закритої тріщини суттєво знижує дотичні напруження τ_{yx}/q на закріпленій частині ($x > 0$) верхньої грані смуги. При цьому зі збільшенням відношення q/p дотичні напруження зростають і наближаються, якщо $q/p \rightarrow \infty$ (тобто при $p = 0$), до тих самих значень, яких набувають за відсутності тертя незалежно від відношення q/p . Тертя не так відчутно зменшує нормальні напруження σ_y/p на закріпленій частині верхньої грані смуги. Якщо $q/p < 2$, нормальні напруження σ_y на продовженні за вершину тріщини ($x > 0$) стискальні ($\sigma_y < 0$). Якщо $q/p \geq 2$, вони переходять у розтягальні ($\sigma_y > 0$) в певному околі вершини тріщини. Зі збільшенням зсувного навантаження зростають як на закріпленій частині грані смуги, так за абсолютними значеннями і на тріщині поблизу її вершини на інтервалі $-h/2 < x < 0$ завдовжки у чверть ширини смуги, де їх абсолютні значення необмежено збільшуються. На всій іншій частині тріщини ($x < -h/2$) зі зростанням q/p напруження σ_y зменшуються за абсолютними значеннями і, якщо коефіцієнт тертя $\mu_0 = 0,25$, за відношення $q/p = 3,2614$ стають нульовими у точці $x/(2h) = 0,9$. Подальше збільшення відношення q/p призводить до появи на тріщині ділянки, яка містить всередині точку $x/(2h) = 0,9$, де ці напруження стають додатними. Це спричиняє відрив нижнього берега тріщини від верхньої стінки, що суперечить поставі задачі. Таким чином, коли $q/p = 3,2614$ (якщо $\mu_0 = 0,25$), розв'язок задачі втра-

чає зміст і її необхідно розглядати в уточненій поставі з введенням зони відриву, яка відповідає розкриттю тріщини на певній її частині. За відсутності тертя ($\mu_0 = 0$) максимальне значення напружень σ_y сягає нуля, якщо $q/p = 3,05$.

Рис. 2. Розподіли напружень:
суцільні криві – $\mu_0 = 0,25$;
штрихові – $\mu_0 = 0$; $y = h$, $\nu = 1/3$.
Fig. 2. Distribution of tensions:
solid curve – $\mu_0 = 0,25$; dashed-dot
curve – $\mu_0 = 0$; $y = h$, $\nu = 1/3$.



Нормалізовані значення КІН $\tilde{K}_{II} = \pi^{-\rho+1/2} q^{-1} (4h)^{-\rho} K_{II}$ залежно від відношення зусиль q/p , якщо $\nu = 1/3$, $\mu_0 = 0,25$, наведено у таблиці. Коефіцієнт \tilde{K}_{II} монотонно зростає зі збільшенням зсувного навантаження. Коли відношення зусиль досягає критичного значення $q/p = 3,2614$, яке відповідає початку відриву пружної смуги від верхньої стінки, його значення збігається з відповідним 2,530 за відсутності тертя, незалежно від відношення q/p .

q/p	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,2614
\tilde{K}_{II}	1,370	2,055	2,283	2,397	2,466	2,512	2,530

РЕЗЮМЕ. Проанализированы сжатие и сдвиг упругой полосы с полубесконечной трещиной на границе полосы и жесткой стенки. Трещина полностью закрыта, а ее берега находятся в условиях фрикционного проскальзывания. Методом Винера–Хопфа получено аналитическое решение задачи. Найденны распределения нормальных и касательных напряжений на линии трещины и ее продолжении, а также коэффициент интенсивности напряжений.

SUMMARY. The compression and shear of an elastic strip with a semi-infinite crack at the edge of a strip and a rigid wall are considered. The crack is completely closed and crack surfaces are in the state of friction sliding. By means of the Wiener–Hopf method the analytical solution is obtained. The distributions of normal and tangential stresses on the crack line and on the crack continuation are presented as well as the stress intensity factor.

1. Черепанов Г. П. О развитии трещин в сжатых средах // Прикл. математика и механика. – 1966. – 30, вып. 1. – С. 82–93.
2. Нобл Б. Метод Винера–Хопфа. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 280 с.
3. Зражевський Г. М., Острик В. І. Асимптотика канонічних добутків // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2004. – 47, № 3. – С. 69–77.

Одержано 10.11.2015